

Exercise Sheet

03/18

1. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ x \leq y \} c \{ y \leq x \}$

中文描述: 如果程序 c 运行终止, 那么它就会交换程序变量 x 与 y 的值。

2. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ \text{exists } k. x == 2 * k \} c \{ y == 0 \}$

中文描述: 程序 c 会判断 x 是否为偶数, 经判断, 如果 x 为偶数就把 y 置为 0。

3. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ \text{True} \} c \{ \text{True} \}$

中文描述: 对程序 c 没有要求。

4. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ \text{True} \} c \{ \text{False} \}$

中文描述: 程序 c 不会终止。

5. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: 对于任意整数 m , $\{ x + y == m \} c \{ x + y == m \}$

中文描述: 如果程序 c 运行终止, 它最终不会改变 $x + y$ 的值。

6. 以下关于霍尔三元组的结论是否成立? 请简要说明你的理由。

假设 c_1 与 c_2 是两个 SimpleWhile 语言的程序。如果对于任意前后条件 P 与 Q 都有 $\{P\}c_1\{Q\}$ 与 $\{P\}c_2\{Q\}$ 同时成立或同时不成立, 那么 c_1 与 c_2 根据指称语义是语义等价的。

7. 【判断题】下面霍尔三元组是否成立? 如果成立, 能否使用 $x \leq 10$ 作为循环不变量证明该结论?

```
{ x == 0 }
while (! (10 < x)) do {
  x = x + 2
}
{ x == 10 }
```

8. 【判断题】下面霍尔三元组是否成立? 如果成立, 能否使用 False 作为循环不变量证明该结论? 能否使用 True 作为循环不变量证明该结论?

```
{ True }
while (True) do { skip }
{ True }
```

9. 请写出一个循环不变量用于证明下面霍尔三元组。

```
{ y == 1 && x > 0 }
while (! (x < y)) do {
    y = y * 2
}
{ x < y <= x * 2 }
```

10. 假设 m 是非负整数，请写出一个循环不变量用于证明下面霍尔三元组。

```
{ s == 0 && n == 0 }
while (! (m < s)) do {
    n = n + 1;
    s = s + n
}
{ 1 + 2 + ... + (n - 1) <= m < 1 + 2 + ... + n }
```

11. 假设 n 是非负整数，请写出一个循环不变量用于证明下面霍尔三元组。

```
{ x == n && i == 0 }
while (! (x < (i + 1) * (i + 1))) do {
    i = i + 1
}
{ i * i <= n < (i + 1) * (i + 1) }
```

12. 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（正向）写出：前条件 $100 \leq x + y + z \ \&\& \ x \leq 0$ 以及赋值语句 $x = 0$ 的后条件。

13. 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（正向）写出：前条件 $0 \leq x + y \leq 100 \ \&\& \ x * y \leq 100$ 以及赋值语句 $x = x + y$ 的后条件。

14. 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（正向）写出：前条件 $\text{exists } x'. \ x' == m \ \&\& \ y == n \ \&\& \ x == x' + n$ 以及赋值语句 $y = x - y$ 的后条件。

15. (1) 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（反向）写出：后条件 $s == 1000 \ \&\& \ t == 10$ 以及赋值语句 $s = s * t$ 的前条件。

(2) 请再根据你写出的前条件与赋值语句 $s = s * t$ 写出赋值语句霍尔逻辑规则（正向）规定的后条件。

(3) 【选择题】上述后条件与原先的后条件 $s == 1000 \ \&\& \ t == 10$ 之间是什么关系？

A. $s == 1000 \ \&\& \ t == 10$ 是严格更强的断言；

B. $s == 1000 \ \&\& \ t == 10$ 是严格更弱的断言；

C. 两者是逻辑等价的断言；

D. 以上说法都不对。

16. (1) 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（反向）写出：后条件 $x == n + m \ \&\& \ y == n$ 以及赋值语句 $y = x - y$ 的前条件。

(2) 请再根据你写出的前条件与赋值语句 $y = x - y$ 写出赋值语句霍尔逻辑规则（正向）规定的后条件。

(3) 【选择题】上述后条件与原先的后条件 $x == n + m \ \&\& \ y == n$ 之间是什么关系?

A. $x == n + m \ \&\& \ y == n$ 是严格更强的断言;

B. $x == n + m \ \&\& \ y == n$ 是严格更弱的断言;

C. 两者是逻辑等价的断言;

D. 以上说法都不对。

(4) 【选择题】一般的, 如果 P 是断言, $x = e$ 是 SimpleWhile 语言中的赋值语句, Q 是这两者的最弱前条件, 而 R 是 Q 与 $x = e$ 的最强后条件, 那么以下哪些情况是可能发生的?

A. P 严格地强于比 R ;

B. P 严格地弱于比 R ;

C. P 与 R 逻辑等价;

D. 以上三种情况都不成立。