Donner l'équivalence en binaire du nombre signé suivant en 6 bits : $(-21)_{10}$

Premièrement, l'équivalence binaire de +21 est : 1*16+0*8+1*4+0*2+1*1 =10101

Sous 6 bits, +21 vaut 010101

Le complément à 1 de 010101 est de 101010

Son complément à 2 est 101010+1=101011

Donc $(-21)_{10}=(101011)_2$

Evaluation des expressions booléennes

Postulats

Disjonction (+)	Conjonction (.)
$1+1=1$	$1.1=1$
$1+0=0+1=1$	$1.0=0.1=0$
$0+0=0$	$0.0=0$
$\overline{1}=0$	$\overline{0}=1$

Axiomes

propriété	Disjonction (+)	Conjonction (.)
Commutativité	$A+B=B+A$	$A.B=B.A$
Associativité	$A+(B+C)=(A+B)+C$	$A.(B.C)=(A.B).C$
Distributivité	$A+(B.C)=(A+B).(A+C)$	$A.(B+C)=A.B+A.C$
Elément neutre	$A+0=A$	$A.1=A$
Elément absorbant	$A+1=1$	$A.0=0$
Complémentation	$A+\overline{A}=1$	$A.\overline{A}=0$
Idempotence	$A+A=A$	$A.A=A$
Involution	$\overline{\overline{A}}=A$	$\overline{\overline{\overline{A}}}=\overline{A}$

Théorèmes

1. Théorème de DE MORGAN

$$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B} \qquad \overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$$

2. Théorème d'inclusion

$$A\cdot B+A\cdot\overline{B}=A \qquad (A+B)\cdot(A+\overline{B})=A$$

$A(B+\overline{B})=A.1=A$ $\qquad$ $A+A\overline{B}+BA+B\overline{B}=A(1+\overline{B}+B)=A$

3. Théorème d'allégement

$$A\cdot(\overline{A}+B)=A\cdot B \qquad A+\overline{A}\cdot B=A+B$$

$(A+\overline{A})\cdot(A+B)$

4. Théorème d'absorption

$$A+A\cdot B=A \qquad A\cdot(A+B)=A$$

$A(1+B)$ $\qquad$ $AA+AB=A+AB$

5. Théorème de dualité

Chaque axiome et chaque postulat possède un équivalent dual, où les éléments 0 sont remplacés par des 1, les 1 par des 0, les ($\cdot$) par des (+) et vice versa. Aussi, tout théorème de l'algèbre de Boole a son équivalent dual.

Exemple : $A+A.B=A \Leftrightarrow A.(A+B)=A$; $\quad A+1=1 \Leftrightarrow A.0=0$

6. Réflexion de Michaud

$$Si \quad A=B\oplus C \quad alors \quad B=A\oplus C$$

Terminologie

Logique combinatoire :La valeur de sortie d'une fonction dépend uniquement des valeurs des variables d'entrées et ne dépend pas des états antérieurs de la fonction (pas de mémorisation).

Variable logique: Grandeur représentée par un symbole, pouvant prendre deux valeurs logiques distinctes.

Etat logique: Valeur d'une variable logique, représentée par les chiffres « 0 » ou « 1 » ou les lettres « H » ou « L ». (H=High; L=Low).

Opérateur logique: Il existe trois opérateurs de base : Non, Ou, Et.

Porte logique: Un circuit électronique élémentaire permettant de réaliser la fonction d'un opérateur logique

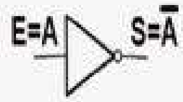
0

Opérateurs de base

La négation (non):

Opérateur unaire (appliqué sur une variable) qui inverse la valeur d'une variable (0 devient 1 et 1 devient 0) ; il est représenté par une barre au-dessus de la variable, exemple: $\bar{A}$,

E	S
0	1
1	0



La disjonction (ou):

Opérateur binaire (appliqué sur deux variables) qui fait la somme logique entre deux variables, il donne 1 si au moins une des variables en entrées est en état 1, il est représenté par +, exemple A+B,

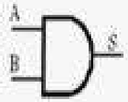
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1

La conjonction (et):

Opérateur binaire qui fait le produit logique entre deux variables, il retourne 1 si et seulement si les deux variables en entrées sont à l'État 1, il est représenté par un point, exemple A.B,

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



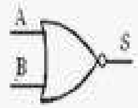
2

Opérateurs composés

Opérateur NOR (Non Ou)

Operateur binaire qui fait la négation de l'opérateur OU, il retourne 1 si toutes les variables en entrées sont à 0, il est représenté par une flèche vers le bas, exemple: $\overline{A+B} = A \downarrow B$,

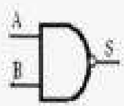
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Opérateur NAND (Non Et)

Opérateur binaire qui fait la négation de l'opérateur ET, il retourne 1 si au moins une variable d'entrées égale à 0, il est représenté par une flèche vers le haut, exemple :$\overline{A \cdot B} = A \uparrow B$,

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



3

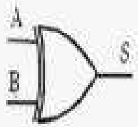
Opérateur XOR (OU Exclusif)

Opérateur binaire qui vérifie si les deux variables en entrées sont différentes, si oui il retourne 1 , il est représenté par un plus encerclé,

Exemple :$A \oplus B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$

Remarque: $A \oplus B \oplus C = (A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$

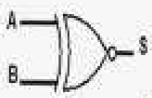
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Opérateur XNOR

Opérateur binaire qui vérifie si les deux variables en entrées sont égaux, il retourne 1 si oui, il est défini comme suit :$\overline{A \oplus B} = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



4