

MATHEMATIQUES

Document interdit

Exercice N°01

On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 = -1, u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$$

1) Calculer u_2 et en déduire que (u_n) n'est ni une suite arithmétique ni une suite géométrique.

2) On définit la suite (v_n) par : $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique.

b) Donner l'expression de v_n en fonction de n .

3) On définit la suite (w_n) par $w_n = \frac{u_n}{v_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique

b) Donner l'expression de w_n en fonction de n .

4) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{2n-1}{2^n}$.

5) Soit $S_n = \sum_{k=0}^n u_k \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : S_n = 2 - \frac{(2n+3)}{2^n}$.

Exercice N°02 :

1. Réduire les expressions logiques suivantes en utilisant les propriétés de l'Algèbre de Boole:

• $F_1 = a.b.c + a.\bar{b}.c + a.b.\bar{c}$

• $F_2 = (a+b).(a+b+d).d$

• $F_3 = (a+b).c + \bar{a}.(b+c) + \bar{b}$

2. Complémentez et simplifiez les fonctions logiques suivantes :

• $G_1 = \bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b} + c.\bar{d} + a.b$

• $G_2 = \bar{a}.\bar{b} + a.b + a.\bar{b}$

• $G_3 = \bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b} + c.d + a.b$

3. Dresser la table de vérité de la fonction logique H et donner ses deux formes canoniques (conjonctive et disjonctive).

• $H = x + y.z$
