CENTRE NATIONAL DE TELE-ENSEIGNEMENT
DE MADAGASCAR (CNTEMAD)

Année Universitaire : 2015/2016
Département : INFORMATIQUE
1ère Année
Mardi 12 Juillet 2016 (Matin)
Durée : 03 Heures

EXAMEN SEMESTRE 1

PASSANT

L1 I

Mathématiques appliqués à l'informatique

Document interdit

Exercice N°01 :

1. En utilisant les postulats de l'algèbre de Boole, simplifiez les expressions logiques suivantes :

$$F_1 = a.b + \overline{c} + c.(\overline{a} + \overline{b})$$

$$F_2 = a + a.b.c + \overline{a}.b.c + \overline{a}.b + a.d + a.\overline{d}$$

$$F_3 = (a+b).c + \overline{a}.(\overline{b}+c) + \overline{b}$$

$$F_4 = (a+b+c).(\overline{a}+b+c) + a.b + b.c$$

2. Complémenter puis simplifiez les expressions logiques suivantes :

$$F_1 = \overline{a}.\overline{b} + a.b + a.\overline{b}$$

$$F_2 = \overline{c}.d + \overline{a}.b + c.d + a.b$$

$$F_3 = a + \overline{b}.c + (\overline{c.d + b})$$

$$F_4 = a + \overline{b.c} + \overline{c}.d$$

3. Etablir la table de vérité de la fonction logique suivante, puis écrire sous les deux formes canoniques (conjonctive et disjonctive).

$$F = \overline{a}.\overline{b}.c + a.\overline{b}.c + a.\overline{b}.\overline{c} + a.b.\overline{c} + a.b.c .$$

****

Exercice N°02 :

On considère une suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4 \end{cases}$$

et on pose $v_n = u_n - 6$ pour tout entier naturel n.

1. a) Calculer v_0, v_1 et v_2 et montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q .

   b) Exprimer v_n et u_n en fonction de n.

   c) En déduire les limites de v_n et u_n quand n tend vers $+\infty$.

   d) Pour tout n entier naturel, on pose :

$$S_n = \sum_{k=0}^{k=n} v_k = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n \text{ et } T_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$$

Exprimer S_n et T_n en fonction de n.

e) En déduire les limites de S_n et T_n quand n tend vers $+\infty$.

2. Pour tout entier naturel n, on pose $w_n = \ln(v_n)$.

a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison.

b) Exprimer w_n en fonction de n .

****

Exercice N°03

1) On considère la fonction g définie sur [o, +∞[par $g(x) = e^x - x - 1$.

a) Etudier les variations de la fonction g

b) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

c) En déduire que pour tout x de [o, +∞[, $e^x - x > 0$.

2) On considère la fonction f définie sur [0,1] par $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x - x}$.

On admet que f est strictement croissante sur [0,1].

a) Montrer que pour tout x de [0,1] , $f(x) \in [0,1]$.

b) Montrer que pour tout x de [0,1] , $f(x) - x = \dfrac{(1-x)g(x)}{e^x - x}$.

c) Déterminer une primitive de f sur [0,1] .

****