

EXAMEN FINAL
PASSANT

L11

Probabilité et statistique I

Document interdit

Tous les exercices sont obligatoires

EXERCICE I : On dispose de deux dés à six faces et d'une pièce de monnaie usuelle. L'un des deux, nommé A comporte 4 faces rouges et 2 blanches, l'autre, nommé B comporte 2 faces rouges et 4 blanches. On a inventé la règle suivante : *On lance la pièce. Si on obtient pile, on joue toujours avec le dé nommé A. Si c'est face, on joue toujours avec le dé nommé B.*

1. Quelle est la probabilité d'obtenir rouge en un lancer ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir rouge au troisième lancer du dé alors qu'on a déjà obtenu rouge au premier et au deuxième lancer ?
3. Notons R l'évènement *On a obtenu rouge au i -ème coup*, R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? idem pour R_1/A et R_2/A .
4. Quelle est la probabilité d'avoir utilisé le dé A alors que sur n lancers, on a obtenu n -fois rouge ?

EXERCICE II : On étudie les connexions d'internautes à un site web. Celui-ci propose six versions de son contenu, réparties en trois versions anglaises (notées en) et trois versions françaises (notées fr). Pour chaque langue, les trois versions sont les suivantes : une version normale (n), une version pour les petits écrans comme ceux des téléphones (p) et une version pour les écrans de taille moyenne comme ceux des tablettes (m). En étudiant l'historique des connexions, on constate que les versions ne sont pas utilisées de façon uniforme. Plus précisément, si on choisit un internaute connecté au hasard, la probabilité de tomber sur chacune des versions est donnée par la table suivante :

version	(fr,n)	(fr,p)	(fr,m)	(en,n)	(en,p)	(en,m)
$\mathbb{P}(\{version\})$	a	$\frac{5}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{4}{21}$	b	$\frac{3}{21}$

Dans la table, chaque version est désignée par sa langue et son type. L'ensemble des six versions forme l'univers Ω . Les lettres a et b désignent des paramètres à déterminer.

1. Quelles propriétés doivent vérifier a et b pour que P soit bien une probabilité sur Ω ?
2. On constate que le site a deux fois plus d'utilisateurs anglophones que d'utilisateurs francophones. Donner a et b .
3. Quel pourcentage d'utilisateurs du site consultent la version pour petit écran ?

_____ x _____