

Correction - Les intérêts simples

1. Quel est le montant du capital qui, placé pendant 50 jours au taux annuel de 6% rapporte 65 € d'intérêt ?

$$I = (C \times N \times T) / 360$$

$$C = (I \times 360) / (N \times T)$$

N : durée exprimée en jour de placement ou d'emprunt : 50

T : taux d'intérêt annuel pour une valeur unitaire : 0,06

I : montant de l'intérêt acquis : 65

$$C = (360 \times I) / (N \times T) = (360 \times 65) / (50 \times 0,06) = 7800 \text{ €}$$

2. A quel taux annuel faut-il placer 11 800 € pour obtenir en 5 mois une valeur acquise de 12.021,25 € ?

$$I = (C \times N \times T) / 12$$

$$T = (I \times 12) / (C \times N)$$

C : montant du capital initial placé ou emprunté : 11 800

N : durée exprimée en mois de placement ou d'emprunt : 5

I : montant de l'intérêt acquis : (12.021,25 – 11.800) = 221,25

$$T = (12 \times I) / (C \times N) = (12 \times 221,25) / (11\,800 \times 5) = 0,045 = 4,5\%$$

3. En combien de jours un capital de 24 800 € placé au taux annuel de 7,30 % rapporte-t-il un intérêt de 307,52 € (année civile de 365 jours) ?

$$I = (C \times N \times T) / 365$$

$$N = (365 \times I) / (C \times T)$$

C : montant du capital initial placé ou emprunté : 24 800 €

I : montant de l'intérêt acquis : 307,52

T : taux d'intérêt annuel pour une valeur unitaire : 7,30 %

$$N = (365 \times I) / (C \times T) = (365 \times 307,52) / (24\,800 \times 0,073) = 62 \text{ jours}$$

4. Quelle somme emprunté le 26 juillet au taux annuel de 5,5 % est remboursé le 14 décembre par un reversement de 24 517 €(prendre les mois du calendrier) ?

Juillet : 6 jours + Août : 31 jour + Septembre : 30 jours + Octobre : 31 jours + Novembre 30 jours + Décembre 13 jours = 141 jours

$$I = (C \times N \times T) / 360$$

$$C = (360 \times I) / (N \times T)$$

N : durée exprimée en mois de placement ou d'emprunt : **141**

I : montant de l'intérêt acquis : **24 517 – C**

T : taux d'intérêt annuel pour une valeur unitaire : **0,055**

$$24\,517 - C = (C \times 141 \times 0,055) / 360$$

$$24\,517 = C + ((C \times 141 \times 0,055) / 360)$$

$$24\,517 = C + ((C \times 7,755) / 360)$$

$$24\,517 = ((360 \times C) + (C \times 7,755)) / 360$$

$$24\,517 = (C \times (360 + 7,755)) / 360$$

$$C = 24\,517 \times (360 / (360 + 7,755))$$

$$C = 24\,000$$

Correction - Les intérêts composés

- 1- Quelle est la valeur acquise d'un capital de 80 000 € placé à intérêts composés au taux annuel de 7,45% pendant 5 ans ?

C_0 : montant du capital initial placé / emprunté : 80 000 €

N : durée de placement / emprunt (en année, trimestre ou mois) : 5ans

I : taux d'intérêt pour 1 € pour période de capitalisation : 7,45%

C_n : valeur acquise au bout de N période

$$\begin{aligned} C_n &= C_0 (1 + I)^N \\ C_n &= 80\,000 (1 + (7,45 / 100))^5 \\ C_n &= 80\,000 (1,0745)^5 \\ C_n &= 114\,583,5 \end{aligned}$$

- 2- Quelle est la valeur acquise d'un capital de 80 000 € placé à intérêts composés au taux annuel de 7,45% pendant 5 ans et 6 mois (solution rationnelle, solution commerciale) ?

- Solution rationnelle : On considère que le placement est effectué à intérêt composé sur un nombre entier de période puis à intérêt simple sur la fraction de période excédentaire.

$$\begin{aligned} I &= C \times N \times T / 2 \\ &= 114\,583,5 \times 1 \times 0,0745 / 2 = 4268,2 \\ C_n &= 114\,583,5 + 4268,2 = 118\,851,73 \end{aligned}$$

- Solution commerciale : On considère que le placement est entièrement effectué à intérêt composé et il suffira d'utiliser la formule de base où N est un nombre fractionnaire.

$$\begin{aligned} C_n &= C_0 (1 + I)^N \\ &= 80\,000 (1 + I)^{5,5} \\ &= 118\,775,07 \end{aligned}$$

- 3- En combien de temps, un capital placé à intérêts composés au taux mensuel de 0,6 % double-t-il ? (capitalisation mensuelle)

$$C_n = C_0 (1 + I)^N$$

$$C_n = 2C_0$$

$$2C_0 = C_0 (1 + 0,006)^N$$

$$2 = 1,006^N$$

$$\ln * 2 = N * \ln * 1,006$$

$$N = \ln * 2 / \ln * 1,006 = 115,87 \text{ mois}$$

soit 9 ans et 8 mois

- 4- A quel taux trimestriel faut-il placer un capital de 10 000 € pour obtenir 15 164,43 € après, 6 ans de placement ? (capitalisation trimestrielle)

$$C_n = C_0 (1 + I)^N$$

$$15\,164,43 = 10\,000 (1 + I)^{24}$$

$$1,516443 = (1 + I)^{24}$$

$$(1,516443)^{1/24} = 1 + I$$

$$1,0175 = 1 + I$$

$$I = 1,75\%$$

Exercice 1

Un capital de 100 000 € est placé à compter du 1^{er} janvier N au taux annuel de 10 %.

- a) Quelle sera sa valeur acquise au 31/12/N+5 ?
- b) Quelle sera sa valeur acquise au 30/04/N+6 ?

Corrigé Exercice 1

a) Valeur acquise au 31/12/N+5

$$C_5 = (1 + i)^n = 100\,000 (1,1)^5 = 161\,051 \text{ €}$$

b) Valeur acquise au 30/04/N+6

$$\text{Valeur acquise au 30/12/N+5} = 161\,051 \text{ €}$$

$$\text{Intérêts des 4 mois en N+6} = 161\,051 \times 0,1 \times 4/12 = 5\,368,37 \text{ €}$$

$$\text{Valeur acquise au 30/04/N+6} = 161\,051 + 5\,368,37 = 166\,419,37 \text{ €}$$

Exercice 2

Deux capitaux dont le total est 10 000 € sont placés :

- l'un à intérêt composé au taux de 10 %
- l'autre à intérêt composé au taux de 8 %

Au bout de 9 ans, ils ont acquis la même valeur.

Calculez les deux capitaux.

Conseils

Posez le problème en décidant que le premier capital est x et le second est y , sachant que le total $x + y = 10\,000$ euros.

Quelle sera la valeur acquise par x placé à 10% à intérêt simple ?

Quelle sera la valeur acquise par y placé à 8% à intérêt composé ?

Corrigé Exercice 2

- Calcul des deux capitaux

Soient x le capital placé à 10 % et y le capital placé à 8 % avec

$$x + y = 10\,000 \text{ € d'où } y = 10\,000 - x$$

Au bout de 10 ans ils ont acquis la même valeur d'où l'égalité suivante :

$$x(1,1)^9 = (10\,000 - x)(1,08)^9$$

$$2,3579x = 1,999(10\,000 - x)$$

$$4,3569x = 19\,990$$

$$\text{d'où } x = 4\,588,12 \text{ €}$$

$$\text{et } y = 5\,411,88 \text{ €}$$

Exercice 3

Une entreprise emprunte 50 000 € avec un taux d'intérêt de 6% sur une durée de 3 ans.

- Etablissez le tableau des remboursements par annuité constante.
- Etablissez le tableau des remboursements par amortissement constant.

Correction - Exercice 3

Tableau des remboursements par annuité constante

$$a = V_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

18 705,49

Taux	6,0%
------	------

Année	Capital restant dû en début de période	Annuités	Intérêts	Amortissements	Capital restant dû en fin de période
1	50 000,00	18 705,49	3 000,00	15 705,49	34 294,51
2	34 294,51	18 705,49	2 057,67	16 647,82	17 646,69
3	17 646,69	18 705,49	1 058,80	17 646,69	0,00
		56 116,47	6 116,47	50 000,00	

Tableau des remboursements par amortissement constant.

Taux	6,0%
------	------

Année	Capital restant dû en début de période	Annuités	Intérêts	Amortissements	Capital restant dû en fin de période
1	50 000,00	19 666,67	3 000,00	16 666,67	33 333,33
2	33 333,33	18 666,67	2 000,00	16 666,67	16 666,67
3	16 666,67	17 666,67	1 000,00	16 666,67	-
		56 000,00	6 000,00	50 000,00	