

Facultad de Matemática y Computación (UH)  
Ciencia de la Computación  
Matemática Numérica

Clase Práctica 7:  
Introducción a la diferenciación automática.

Curso 2024

***“Un camino de 1000 leguas comienza con el primer paso”<sup>1</sup>***

**Ejercicio 1: *Use the automatic differentiation, Luke* (50 000 créditos)**

Usando la biblioteca `autograd` de Python, calcule el gradiente y la hessiana de la función

$$f(x) = 3x_1^2 + \sin(x_2) * e^{x_1+x_3}$$

en los puntos  $x^1 = (1, 2, 3)$  y  $x^1 = (10, 20, -3)$ .

**Ejercicio 2: Para que los profesores de Análisis estén orgullosos de ti...<sup>2</sup> (70 000 créditos)**

Usando tus recientemente adquiridos conocimientos de diferenciación automática, implementa una función en Python que reciba una función de  $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , un punto  $x^* \in \mathbb{R}^n$  y determine *numéricamente* si el punto  $x^*$  es un mínimo local de la función  $f(x)$ .

- a) Valide su método con la función  $f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2$  y los puntos  $x^* = (2, 3)$  y  $\bar{x} = (2, 2)$ .
- b) Valide su método con la función de Rosenbrock de dimensión 10 y el mínimo de la función de Rosenbrock de dimensión 10<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup>Proverbio chino

<sup>2</sup>No sabemos por qué alguien quisiera hacer eso, pero como hay gente para todo...

<sup>3</sup>Sí, no se nos ha olvidado poner la definición de la función de Rosenbrock. Parte del ejercicio es que se busque cuál es esa definición

# Un poquito de teoría y complejidad

## Ejercicio 3: Para comprobar la teoría (90 000 créditos)

Describe brevemente y con sus palabras en qué consisten los modos *hacia adelante* (forward) y *hacia atrás* (reverse) de la diferenciación automática.

Asuma que la persona que leerá su respuesta sabe lo que es un grafo, qué es un camino sobre un grafo y que sabe derivar expresiones sencillas.

## Ejercicio 4: Complejidad de la diferenciación automática (100 000 créditos)

Dada una función  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  y la cinta computacional que se obtiene al evaluar un punto  $x^*$  en  $f(x)$ ,

- a) Demuestre<sup>4</sup> que calcular el gradiente usando el método hacia adelante tiene una complejidad  $O(nm)$  donde  $n$  es la cantidad de variables y  $m$  es la cantidad de operaciones necesarias para evaluar la función.
- b) Demuestre que calcular el gradiente usando el método hacia adelante tiene una complejidad  $O(m)$  donde  $m$  es la cantidad de operaciones necesarias para evaluar la función.

## Cultura general<sup>5</sup>

## Ejercicio 5: Diferenciación automática en Python (40 000 créditos)

Además de autograd, ¿qué otras bibliotecas de diferenciación automática existen actualmente en Python? (Cuando se dice que existen se refiera a que se usen en algún proyecto actual, o que al menos haya personas dándole soporte).

## Ejercicio 6: Diferenciación automática en otros lenguajes (40 000 créditos)

Mencione 3 bibliotecas de diferenciación automática en lenguajes que no sean Python<sup>6</sup>.

---

<sup>4</sup>El demuestre se convirtió en un muestre, porque el objetivo no es tanto una demostración formal, sino mostrar que tiene la idea de lo que se le pregunta.

<sup>5</sup>O sea, unos ejercicios para dar muela :-/

<sup>6</sup>Son 3 bibliotecas en total. Pueden ser 3 del mismo lenguaje o 1 de tres lenguajes diferentes, o cualquier combinación que decidas.

## Ejercicio 7: La diferenciación automática, las redes neuronales, chatgpt y yo (100 000 créditos)

Explique con sus palabras<sup>7</sup> cuál es la relación de la diferenciación automática con las redes neuronales.

### Bibliografía recomendada

- *Evaluating derivatives: principles and techniques of algorithmic differentiation*. Andreas Griewank, Andrei Griewank. Society for Industrial and Applied Mathematic. 2008.
- *Documentación de autograd*. [https://pytorch.org/tutorials/beginner/blitz/autograd\\_tutorial.html](https://pytorch.org/tutorials/beginner/blitz/autograd_tutorial.html)
- *Tutoriales, documentación y videos de indios en internet que hablen sobre diferenciación automática*

---

<sup>7</sup>Ojo, *con sus palabras* significa que no sea una copia burda y descarada de algo que ya está en algún lugar, y eso incluye texto generado por LLMs. La forma en que los profesores evaluarán este punto es que si lo que entrega no tiene algo que se pueda asociar directa y únicamente con usted, se considerará que la pregunta no está respondida. O sea, considere que esta pregunta es en realidad: Escriba una composición de 3 párrafos titulada: La diferenciación automática, las redes neuronales, chatpgt y yo.