南開大學
Nankai University

计算机学院

并行程序设计第 7 次作业

高斯消去法的 MPI 并行化

姓名：丁屹

学号：2013280

专业：计算机科学与技术

2022 年 6 月 16 日

目录

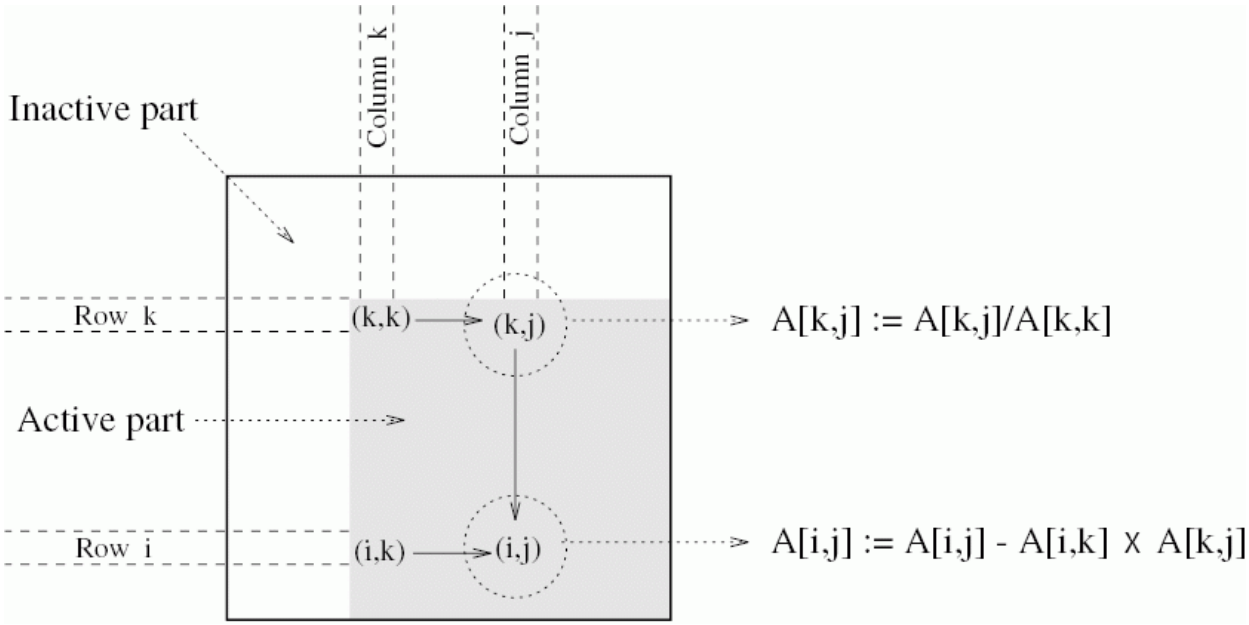

图 1.1: 高斯消去法示意图

1 问题描述

高斯消去的计算模式如图 1.1 所示，在第 k 步时，对第 k 行从 (k,k) 开始进行除法操作，并且将后续的 $k+1$ 至 N 行进行减去第 k 行的操作，串行算法如下面伪代码所示。

Algorithm 1 普通高斯消元算法伪代码

```
1:  function LU
2:      for k := 0 to n do
3:          for j := k + 1 to n do
4:              A[k, j] := A[k, j]/A[k, k]
5:          end for
6:          A[k, k] := 1.0
7:          for i := k + 1 to n do
8:              for j := k + 1 to n do
9:                  A[i, j] := A[i, j] − A[i, k] ∗ A[k, j]
10:             end for
11:             A[i, k] := 0
12:         end for
13:     end for
14: end function
```

观察高斯消去算法，注意到伪代码第 4，5 行第一个内嵌循环中的 $A[k,j] := A[k,j]/A[k,k]$ 以及伪代码第 8 9 10 行双层 for 循环中的 $A[i,j] := A[i,j]-A[i,k]\times A[k,j]$ 都是可以进行向量化的循环。可以通过 MPI 对这两步进行并行优化。

2 算法设计

源码链接：https://github.com/ArcanusNEO/Parallel-Programming/tree/master/7

2.1 测试用例的确定

由于测试数据集较大，不便于各个平台同步，所以采用固定随机数种子为 12345687 的 mt19937 随机数生成器。经过实验发现不同规模下，所有元素独立生成，限制大小在 $[0,100]$，能够生成可以被正确消元的矩阵。

代码如下：

```
uniform_real_distribution<float> dist(0, 100);
mt19937                          mt(12345687);
int                              n;
istringstream                    iss(argv[1]);
iss >> n;
cout << n << endl;
for (int i = 1; i <= n; ++i)
  for (int j = 1; j <= n; ++j) cout << dist(mt) << " \n"[j == n];
```

2.2 实验环境和相关配置

实验在本地 Arch Linux x86_64 平台和华为鲲鹏服务器平台完成，使用 cmake 构建项目，均开启 O3 加速；

2.3 默认平凡算法

使用一维数组模拟矩阵，避免改变矩阵大小时第二维不方便调整、必须设成最大值的问题，可以减少 cache 失效；

使用 $\#define\ matrix(i,j)\ arr[(i)*n+(j)]$ 宏，增强可读性；

```
void func(int& ans, float arr[], int n) {
  for (int k = 0; k < n; ++k) {
    for (int j = k + 1; j < n; ++j) matrix(k, j) = matrix(k, j) / matrix(k, k);
    matrix(k, k) = 1.0;
    for (int i = k + 1; i < n; ++i) {
      for (int j = k + 1; j < n; ++j)
        matrix(i, j) = matrix(i, j) - matrix(i, k) * matrix(k, j);
      matrix(i, k) = 0;
    }
  }
}
```