Kernfach Mathematik (Thüringen): Abiturprüfung 2019
Wahlaufgabe C1: Schwerpunkt Geometrie

1. Ein Logistikunternehmen testet auf einer Strecke zwischen Festland und einer Insel die Paketzustellung mithilfe eines Flugkörpers, einer sogenannten Drohne. In einem kartesischen Koordinatensystem wird das horizontale Gelände, über dem sich die Drohne bewegt, modellhaft durch die xy-Ebene dargestellt, die Lage des Startplatzes durch den Punkt $S(7\,320\,|\,-1\,750\,|\,0)$ und die Lage des regulären Landeplatzes durch den Punkt $L(-990\,|\,6\,990\,|\,0)$.
Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

   Die Drohne soll über dem Startplatz zunächst vertikal aufsteigen, bis sie eine Höhe von 50 m erreicht hat, und anschließend geradlinig in konstanter Höhe und mit konstanter Geschwindigkeit in die Richtung des Landeplatzes fliegen.

   a) Begründen Sie, dass die vorgesehene horizontale Flugbahn der Drohne im Modell entlang der Gerade $g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 7\,320 \\ -1\,750 \\ 50 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8\,310 \\ 8\,740 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ verläuft. (2 BE)

   100 Sekunden nachdem die Drohne die Höhe von 50 m erreicht hat, wird ihre Position durch den Punkt $P(6\,489\,|\,-876\,|\,50)$ dargestellt.

   b) Zeigen Sie, dass sich die Drohne auf der vorgesehenen Flugbahn befindet. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts, der die Position der Drohne nach weiteren 200 Sekunden Flugzeit auf der vorgesehenen Flugbahn darstellt. (3 BE)

   c) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit der Drohne während des horizontalen Flugs. (2 BE)

   Die Drohne soll ihren Weg zum Landeplatz selbstständig zurücklegen können. Während der Testphase wird ihr Flug von einer Bodenstation aus überwacht und die Flugbahn bei Bedarf korrigiert. Die Position der Bodenstation wird durch den Punkt $B(0\,|\,0\,|\,0)$ dargestellt, ihre Reichweite beträgt 6 000 m.

   d) Weisen Sie nach, dass sich die Drohne auf dem horizontalen Teil der vorgesehenen Flugbahn über eine Strecke von mehr als 8,5 km innerhalb der Reichweite der Bodenstation befindet. (5 BE)

   Einer Korrektur der Bodenstation folgend, weicht die Drohne im Modell im Punkt $Q(3\,996\,|\,1\,746\,|\,50)$ von der vorgesehenen Flugbahn ab und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $5\,\frac{m}{s}$ geradlinig auf einen Ausweichlandeplatz zu, der durch den Punkt $A(4\,050\,|\,1\,810\,|\,0)$ dargestellt wird.

   e) Bestimmen Sie die Größe des Neigungswinkels der Flugbahn gegenüber dem Gelände beim Anflug auf den Ausweichlandeplatz. (3 BE)

   f) Berechnen Sie, um wie viel Meter sich die Flughöhe pro Sekunde verringert. (3 BE)

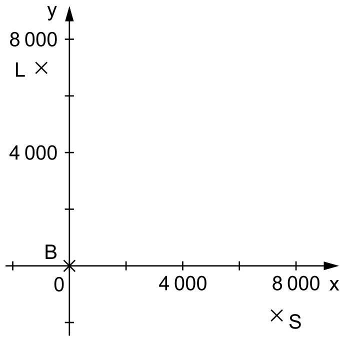
Nach der Landung auf dem Ausweichplatz steuert die Drohne eine Position an, die sich in einer Höhe von 50 m befindet und vom Startplatz, vom regulären Landeplatz und von der Bodenstation gleich weit entfernt ist. Diese Position wird durch den Punkt R beschrieben.

g) Die Ebene E enthält alle Punkte, die von S und L den gleichen Abstand haben.
Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. (3 BE)

h) Übernehmen Sie die Darstellung und stellen Sie die Ebene E dar.

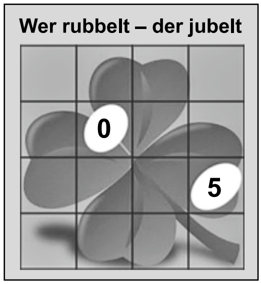
Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem unter Verwendung der Abbildung die Koordinaten von R ermittelt werden könnten.

Veranschaulichen Sie das Verfahren in Ihrer Darstellung.



(4 BE)

2. An einem Kiosk kann man Rubbellose kaufen. Ein Los besteht aus insgesamt 16 Feldern. Auf jedem Feld steht genau eine Zahl. Auf acht Feldern steht 0, auf vier Feldern 1 und auf den restlichen vier Feldern steht die Zahl 5. Die Zahlen sind zufällig auf die Felder verteilt und werden erst nach dem Freirubbeln sichtbar. Der Käufer eines Loses darf genau zwei Felder freirubbeln (siehe Abbildung).
Der Auszahlungsbetrag in Euro ergibt sich aus dem Produkt der beiden sichtbaren Zahlen.



a) Eine Frau kauft ein Rubbellos und rubbelt genau zwei Felder frei.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A := „Die Frau rubbelt zuerst ein Feld frei, das keine 0 anzeigt.“
B := „Der Frau werden 25 € ausgezahlt.“ (2 BE)

b) Ein Mann kauft 20 Lose.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
C := „Der Mann erhält genau einmal 25 €.“
D := „Der Mann erhält mindestens fünfmal 25 €.“ (4 BE)

c) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Kunde beim Kauf eines Rubbelloses mindestens einen Betrag von 5 € ausgezahlt bekommt, $\frac{11}{60}$ beträgt.
Bestimmen Sie die Anzahl der Lose, die er mindestens kaufen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens einmal einen Betrag von mindestens 5 € ausgezahlt zu bekommen. (5 BE)

* d) Der Kioskbesitzer behauptet, dass 10 % seiner Kunden Loskäufer sind.
Ein Schüler, der als Aushilfe im Kiosk arbeitet, bezweifelt die Aussage des Kioskbesitzers.
Mithilfe eines zweiseitigen Signifikanztests vom Umfang $n = 250$ und einem Signifikanzniveau von 5 % will er die Hypothese (H_0: $p_0 = 0{,}1$) testen.
Ermitteln Sie den Verwerfungsbereich des Tests.
Unter den nächsten 250 Kunden zählt er 17 Loskäufer.
Beurteilen Sie anhand Ihres Ergebnisses die Zweifel des Schülers. (4 BE)

(40 BE)

Hinweise und Tipps

Aufgabe 1 a

Begründung

- Um die wiederholte Eingabe der umfangreichen Punktkoordinaten zu vermeiden, ist es sinnvoll, die Ortsvektoren der Punkte unter geeigneten Variablen zu speichern.
- Für die Begründung des Modells der Flugbahn prüfen Sie, ob die Geradengleichung einen geeigneten Stützvektor und Richtungsvektor enthält.
- Beachten Sie dabei sowohl die Höhe der Flugbahn als auch die im Text angegebene Richtung.

Aufgabe 1 b

Nachweis: P auf Flugbahn

- Falls noch nicht erledigt, speichern Sie die Gleichung der Geraden g als Funktion des Parameters r.
- Führen Sie eine Punktprobe durch, um zu zeigen, dass P auf g liegt.

Koordinaten nach weiteren 200 s

- Ermitteln Sie mit dem für P benötigten Parameterwert für den Ort der Drohne nach 100 s den Parameterwert, den man benötigt, um herauszufinden, wo sich die Drohne nach **weiteren** 200 s (also nach insgesamt 300 s Flugzeit) befindet.
- Wie im Aufgabentext beschrieben, kann von einer konstanten Geschwindigkeit ausgegangen werden.

Aufgabe 1 c

Geschwindigkeit

- Da es sich um einen Flug mit konstanter Geschwindigkeit handelt, kann v durch $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ berechnet werden.
- Für zwei Strecken sind die Flugzeiten bekannt. Wählen Sie eine davon aus, berechnen Sie die zugehörige Streckenlänge und damit die Geschwindigkeit.
- Beachten Sie die Angabe von Einheiten.

* Der Aufgabenteil d ist ab der Abiturprüfung 2021 nicht mehr relevant.

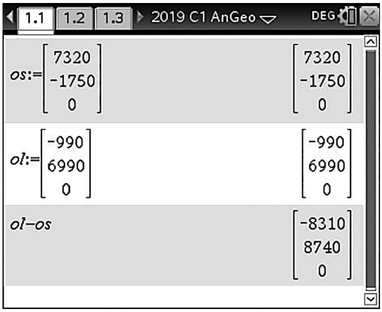
Lösungen

1. a) **Begründung**

Die Geradengleichung

$$g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 7\,320 \\ -1\,750 \\ 50 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8\,310 \\ 8\,740 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } r \in \mathbb{R}$$

ist deshalb als Modell der horizontalen Flugbahn geeignet, weil der durch den Stützvektor $\begin{pmatrix} 7\,320 \\ -1\,750 \\ 50 \end{pmatrix}$ beschriebene feste Punkt von g genau 50 m über dem Startpunkt S liegt und weil der Richtungsvektor $\begin{pmatrix} -8\,310 \\ 8\,740 \\ 0 \end{pmatrix}$ dem Differenzvektor $\overrightarrow{SL} = \overrightarrow{OL} - \overrightarrow{OS}$ entspricht, also die Richtung vom Start- zum Landepunkt modelliert. Damit verläuft g konstant in 50 m Höhe über der gedachten Strecke $\overline{SL}$.



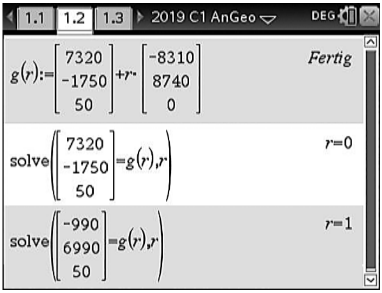
Alternative:

Es kann auch mit Punktproben gezeigt werden, dass die beiden Punkte

$S^*(7\,320 \mid -1\,750 \mid 50)$ und

$L^*(-990 \mid 6\,990 \mid 50)$,

die jeweils 50 m oberhalb des Start- und des Landepunktes liegen, auf der Geraden g liegen.



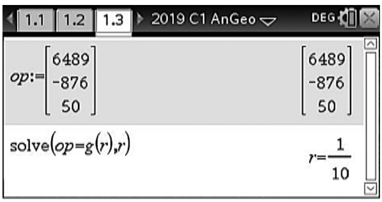
b) **Nachweis: P liegt auf Flugbahn**

Das Gleichungssystem, das aus dem Gleichsetzen des Ortsvektors von P und der Geradengleichung entsteht, wird gelöst:

$$\begin{pmatrix} 6\,489 \\ -876 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7\,320 \\ -1\,750 \\ 50 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -8\,310 \\ 8\,740 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das Gleichungssystem hat die eindeutige Lösung $r = \frac{1}{10}$.

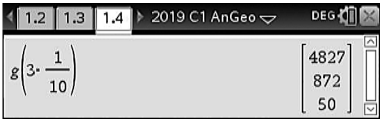
Damit ist gezeigt, dass P ein Punkt auf der Geraden g ist.



Koordinaten nach weiteren 200 s

Um die Position T der Drohne nach weiteren 200 s (also insgesamt 300 s nach dem Start) zu bestimmen, wird der Parameterwert $r = 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ in die Geradengleichung eingesetzt.

Der Punkt, der nach weiteren 200 s Flugzeit erreicht wird, hat die Koordinaten $\underline{\underline{T(4\,827 \mid 872 \mid 50)}}$.



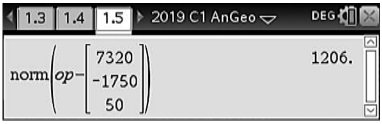
c) **Geschwindigkeit**

Der Betrag des Vektors $\overrightarrow{S^*P}$ mit $S^*(7\,320 \mid -1\,750 \mid 50)$ gibt die Länge der Strecke $\overline{S^*P}$ an. Diese Strecke wird nach den Angaben der Aufgabe in 100 s zurückgelegt.

$\left|\overrightarrow{S^*P}\right| = 1\,206{,}00 \text{ m}$

Geschwindigkeit:

$$v = \frac{\left|\overrightarrow{S^*P}\right|}{100 \text{ s}} \approx \underline{\underline{12\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$



Alternative:
Selbstverständlich kann die Geschwindigkeit auch mithilfe der Länge der Strecke $\overline{S^*T}$ und der Flugzeit 300 s berechnet werden.

d) **Nachweis**

Die Lösungen der Gleichung

$\left|g(r) - \overrightarrow{OB}\right| = 6\,000$

ergeben die Parameterwerte $r \approx 0{,}887$ und $r \approx 0{,}160$.

Da g eine Gerade ist, folgt daraus:

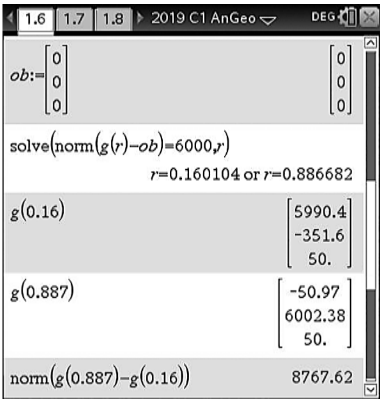
$\left|g(r) - \overrightarrow{OB}\right| \leq 6\,000$ für $r \in [0{,}16;\, 0{,}887]$

Damit ergeben sich die beiden Geradenpunkte:

$G_{0,16}(5\,990{,}4 \mid -351{,}6 \mid 50)$ und

$G_{0,887}(-50{,}97 \mid 6\,002{,}38 \mid 50)$

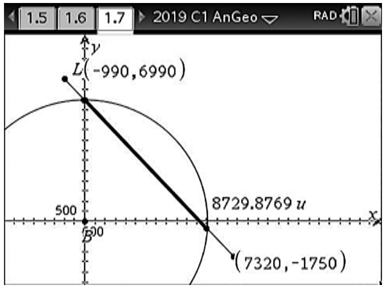
Der Betrag der Strecke $\overline{G_{0,16}G_{0,887}}$ beträgt 8 767,62 m und ist damit größer als 8,5 km.



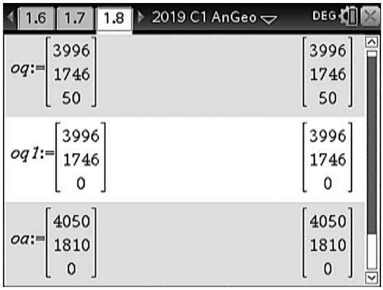
Hinweis:
Bei Verwendung des CAS ist die Berechnung der beiden Geradenpunkte $G_{0,16}$ und $G_{0,887}$ nicht notwendig, denn die Länge der Strecke kann direkt als Betrag des zugehörigen Vektors berechnet werden (siehe letzte Zeile des nebenstehenden Screenshots).

Alternative:
Der Nachweis kann auch geometrisch geführt werden, indem man eine maßstabgerechte Zeichnung (Draufsicht des Sachverhaltes) verwendet. Vorgehen:

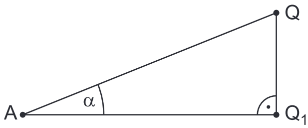
- Eintragen der Punkte L und S im Grafikfenster
- Kreis mit Radius 6 000 um den Ursprung (Bodenstation B) zeichnen
- Schnittpunkte des Kreises mit der Strecke $\overline{LS}$ ermitteln und den Abstand dieser Punkte messen (Es ergibt sich näherungsweise der berechnete Wert.)



e) **Neigungswinkel**
Es wird zusätzlich zu A und Q noch ein dritter Punkt $Q_1(3\,996\,|\,1\,746\,|\,0)$ definiert, der sich senkrecht unterhalb von Q auf dem horizontalen Gelände befindet.



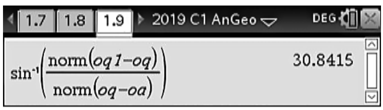
Die Skizze veranschaulicht das bei Q_1 rechtwinklige Dreieck AQ_1Q:



Der Neigungswinkel der Flugbahn gegenüber dem Gelände ist der Winkel α bei A.

Die Größe des Winkels α kann berechnet werden durch:

$$\sin\alpha = \frac{\overline{QQ_1}}{\overline{AQ}}$$



Es ergibt sich ein Neigungswinkel von ca. $\underline{\underline{30{,}84°}}$.

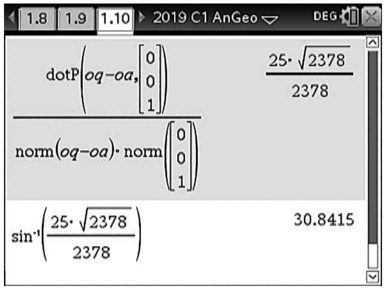
Alternative:
Der Neigungswinkel der Flugbahn gegenüber dem Gelände kann auch als Winkel zwischen dem Vektor $\overrightarrow{AQ}$ und dem Normalenvektor $\vec{n}$ der xy-Ebene mit

$$\overrightarrow{AQ} = \begin{pmatrix} -54 \\ -64 \\ 50 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ermittelt werden.
Dabei nutzt man den Ansatz

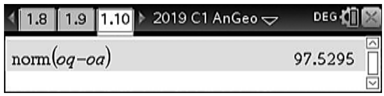
$$\sin\alpha = \frac{|\overrightarrow{AQ} \circ \vec{n}|}{|\overrightarrow{AQ}| \cdot |\vec{n}|}$$

und erhält die Größe des Neigungswinkels.



f) **Änderung der Flughöhe**
Die Entfernung vom Punkt Q zum Punkt A wird als Betrag des zugehörigen Verbindungsvektors berechnet:

$\overline{AQ} \approx 97{,}53 \text{ m}$



Da die Geschwindigkeit für das Durchfliegen dieser Strecke mit $5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ angegeben wird, ergibt sich mit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ die Flugzeit:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{97{,}53 \text{ m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 19{,}5 \text{ s}$$

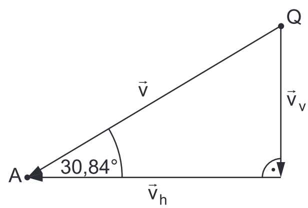
Da in dieser Zeit ein Gesamthöhenunterschied von 50 m überwunden wird, ergibt sich eine Verringerung der Flughöhe von:

$$\frac{50 \text{ m}}{19{,}5 \text{ s}} \approx 2{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

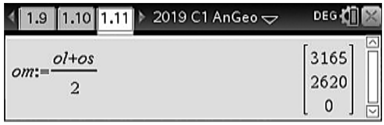
Die Flughöhe verringert sich um $\underline{\underline{2{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$.

Alternative:
Da es sich bei der Geschwindigkeit um eine vektorielle Größe handelt, kann man den Geschwindigkeitsvektor in einen horizontalen Teil $\vec{v}_h$ und einen vertikalen Teil $\vec{v}_v$ (dessen Betrag gesucht ist) zerlegen. Mit dem trigonometrischen Zusammenhang ergibt sich:

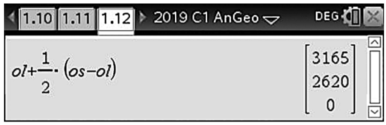
$$|\vec{v}_v| = |\vec{v}| \cdot \sin 30{,}84°$$
$$= 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 30{,}84° \approx 2{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$



g) **Koordinatenform der Ebene**
Die Ebene E ist durch den Normalenvektor $\vec{n} = \overrightarrow{LS}$ und den Punkt M, den Mittelpunkt der Strecke $\overline{LS}$, bestimmt.
Die Koordinaten des Mittelpunktes M der Strecke $\overline{LS}$ können z. B. über das arithmetische Mittel der Koordinaten der Punkte L und S gewonnen werden:
M(3 165 | 2 620 | 0)



Alternative:
Der Ortsvektor von M kann auch über die Beziehung $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OL} + \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{LS}$ berechnet werden.

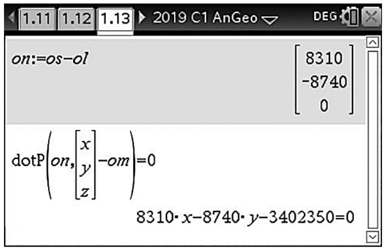


Der Normalenvektor wird berechnet:

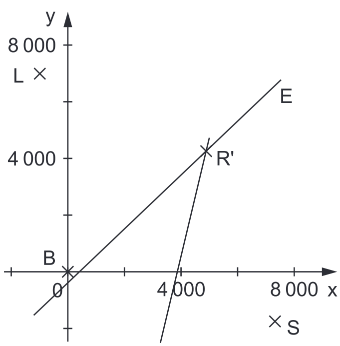
$$\vec{n} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OL}$$

$$= \begin{pmatrix} 8\,310 \\ -8\,740 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Koordinatengleichung von E wird über den Ansatz $\vec{n} \circ (\vec{x} - \overrightarrow{OM}) = 0$ gewonnen.
Man erhält die Gleichung der Ebene E in Koordinatenform:
$\underline{\underline{8\,310x - 8\,740y - 3\,402\,350 = 0}}$



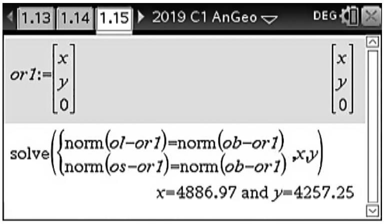
h) **Darstellung der Ebene**
Die Ebene E wird in der Draufsicht dargestellt, denn die Zeichnung ist als Projektion des Sachverhaltes in die xy-Ebene angelegt.
Die Projektion der Ebene E in die xy-Ebene muss als Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{LS}$ eingezeichnet werden, weil sie alle Punkte enthalten soll, die gleich weit von L und S entfernt sind.



Die Projektion R' des Punktes R in die xy-Ebene ergibt einen Punkt, der ebenfalls auf dieser Mittelsenkrechten, der Projektion von E, liegen muss, denn er soll gleich weit von L und S entfernt sein.
Damit der Punkt R' auch von B und S gleich weit entfernt ist, muss er auch auf der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{BS}$ liegen. Der Schnittpunkt dieser Mittelsenkrechten mit der Projektion der Ebene E ergibt den Punkt R' mit seiner x- und y-Koordinate.
Der Punkt R muss 50 m über R' liegen. Die z-Koordinate von R ist also $z = 50$.

Alternative:
Alternativ kann man R' auch als Schnitt der Projektion von E und der Mittelsenkrechten zur Strecke $\overline{BL}$ erhalten.

Hinweis:
Die Koordinaten von R' können auch rein rechnerisch ermittelt werden (auch wenn das in diesem Fall aufgrund der Aufgabenstellung nicht gefordert ist).
Dazu wird der Ortsvektor von R' mit den unbekannten x- und y-Koordinaten und $z = 0$ definiert. Da die Entfernungen von R' zu B, L und S gleich groß sein sollen, müssen auch die Beträge ihrer Ortsvektoren paarweise übereinstimmen. Dazu wird mit dem CAS-Rechner das zugehörige Gleichungssystem gelöst.

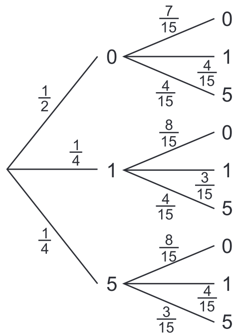


2. a) **Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A und B**
Für das Ereignis A sind alle Pfade relevant, die in der 1. Stufe des Baumdiagramms zu „0“ führen.
Also gilt $\underline{\underline{P(A) = \frac{1}{2}}}$.

Die Auszahlung von 25 Euro kann nur erfolgen, wenn zweimal eine „5“ freigerubbelt wird, denn $5 \cdot 5 = 25$.
Damit ist der untere Pfad im Baumdiagramm für dieses Ereignis relevant.
Es gilt:

$$P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{15} = \underline{\underline{\frac{1}{20}}}$$

Baumdiagramm:



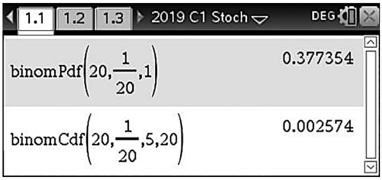
b) **Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse C und D**
Vorbemerkung:
Es liegt eine Bernoulli-Kette vor und das Modell der Binomialverteilung lässt sich anwenden, weil man das Freirubbeln von jeweils zwei Feldern auf jedem Los als voneinander unabhängige Vorgänge auffassen kann.
Die Wahrscheinlichkeit, dass beim Freirubbeln von zwei Feldern zweimal eine „5“ freigerubbelt wird, um zu einer Auszahlung von 25 Euro zu kommen, beträgt nach Teilaufgabe 2 a (Ereignis B) $p = \frac{1}{20}$. Die Länge der Bernoulli-Kette ist $n = 20$, weil 20 Lose gekauft und freigerubbelt werden.

Die Binomialverteilung mit $n = 20$ und $p = \frac{1}{20}$ wird verwendet.
Mit $k = 1$ gilt für Ereignis C:

$$P(C) = \binom{20}{1} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^1 \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^{19} \approx \underline{\underline{0{,}3774}}$$

Mit $k \geq 5$ gilt für Ereignis D:

$$P(D) = \sum_{k=5}^{20} \binom{20}{k} \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^k \cdot \left(\frac{19}{20}\right)^{20-k} \approx \underline{\underline{0{,}0026}}$$



c) **Nachweis**
Um einen Betrag von mindestens 5 Euro ausbezahlt zu bekommen, muss eines der folgenden Ergebnisse eintreten: (1; 5), (5; 1), (5; 5). Es gilt:

$$P((1;5)) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{15} = \frac{1}{15}$$

$$P((5;1)) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{15} = \frac{1}{15}$$

$$P((5;5)) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{20}$$

Die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten beträgt:

$$P((1;5)) + P((5;1)) + P((5;5)) = \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} = \frac{11}{60}$$

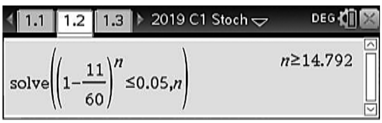
Anzahl der Lose
Das Gegenereignis zu „… mindestens einmal … ausbezahlt bekommen …“ ist „… keinmal … ausbezahlt bekommen … “.

Zu bestimmen ist der Parameter n für $B_{n;\frac{11}{60}}(X \geq 1) \geq 0{,}95$.

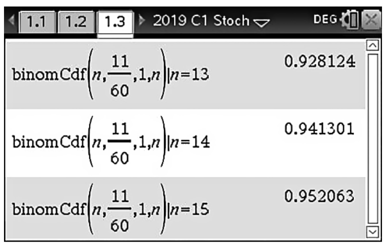
Es gilt: $B_{n;\frac{11}{60}}(X \geq 1) = 1 - B_{n;\frac{11}{60}}(X = 0)$ (Verwendung der Gegenwahrscheinlichkeit)
Damit folgt:

$$1 - B_{n;\frac{11}{60}}(X = 0) \geq 0{,}95 \quad \Rightarrow \quad B_{n;\frac{11}{60}}(X = 0) \leq 0{,}05 \quad \Rightarrow \quad \left(1 - \frac{11}{60}\right)^n \leq 0{,}05$$

Die Lösung dieser Ungleichung ergibt $n \geq 14{,}8$.
Da das Ergebnis ganzzahlig sein muss, müssten also mindestens $\underline{\underline{15}}$ Lose gekauft werden.



Alternative Lösung:
Durch systematisches Probieren für $B_{n;\frac{11}{60}}(X \geq 1) \geq 0{,}95$.



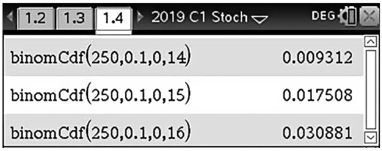
d) **Verwerfungsbereich**

Die Irrtumswahrscheinlichkeit α wird im Text als Signifikanzniveau von 5 % bezeichnet. Davon wird jeweils die Hälfte, also $\frac{\alpha}{2} = 0{,}025$, auf den links- und den rechtsseitigen Verwerfungsbereich aufgeteilt.

Als Modell wird eine Binomialverteilung mit $n = 250$ und $p = 0{,}1$ zugrunde gelegt.

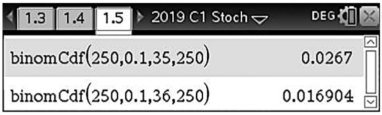
Für den linksseitigen Verwerfungsbereich gilt damit $B_{250;\,0,1}(0 \le X \le g_\ell) \le 0{,}025$.

Durch systematisches Probieren findet man $g_\ell = 15$.



Für den rechtsseitigen Verwerfungsbereich gilt damit $B_{250;\,0,1}(g_r \le X \le 250) \le 0{,}025$.

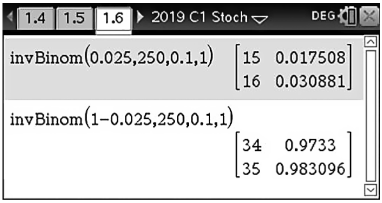
Durch systematisches Probieren findet man $g_r = 36$.



Der Verwerfungsbereich bei diesem zweiseitigen Test ist also:

$V = \{0; 1; \ldots; 15\} \cup \{36; 37; \ldots; 250\}$

Alternativ lässt sich beim CAS für die Ermittlung des Verwerfungsbereiches auch die Anweisung zur Berechnung der inversen Binomialverteilung benutzen.



Zweifel des Schülers

Da 17 Loskäufer gezählt wurden und 17 nicht im Verwerfungsbereich liegt, kann die Nullhypothese H_0: $p_0 = 0{,}1$ nicht verworfen werden. Das Testergebnis deutet also darauf hin, dass die Zweifel des Schülers unberechtigt sind.