第3单元　特性分析

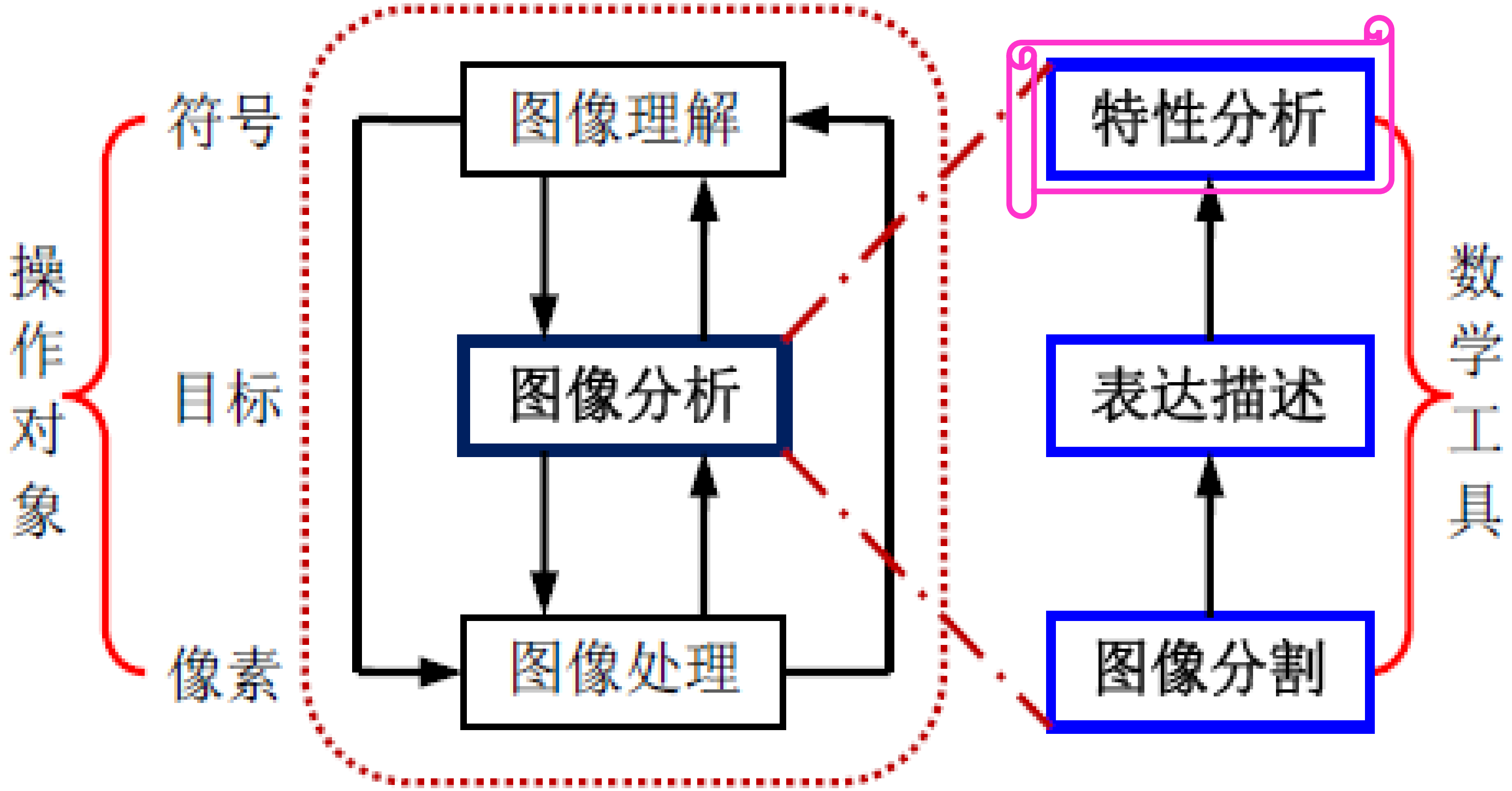


图 1.2.2　图像分析主要功能模块

第10章　形状分析

- 在对图象中的目标进行分析时，形状具有特殊的意义
- 要用语言来解释形状是比较难的
- 形状是一个很多人都知道，但没人能全面定义的概念
- 讨论形状常使用相对的概念，而不是绝对的度量

第10章　形状分析

10.1　形状定义和研究

1.　形状定义

- “一个目标的形状就是该目标边界上所有点组成的模式”

  4个操作步骤：① 确定处于目标边界上的点；② 对这些点进行采样；③ 确定采样点的模式；④ 分析上述模式

- 形状可定义为“连通的点集合”

  一般考虑目标形状时，均考虑“单个”且“完整”的目标。“单个”和“完整”均可用连通的数学概念来描述

10.1　形状定义和研究

2.　形状研究的工作步骤

(1)　预处理

采集图象，存储图象，消除噪声，分割目标

(2)　形状表达和描述

(3)　形状分类

对给定形状的目标确定它是否属于某个预先定义的类别（有监督分类）

对预先没有分类的形状如何定义或辨识其中的类别（无监督分类或聚类）

10.2 平面形状的分类

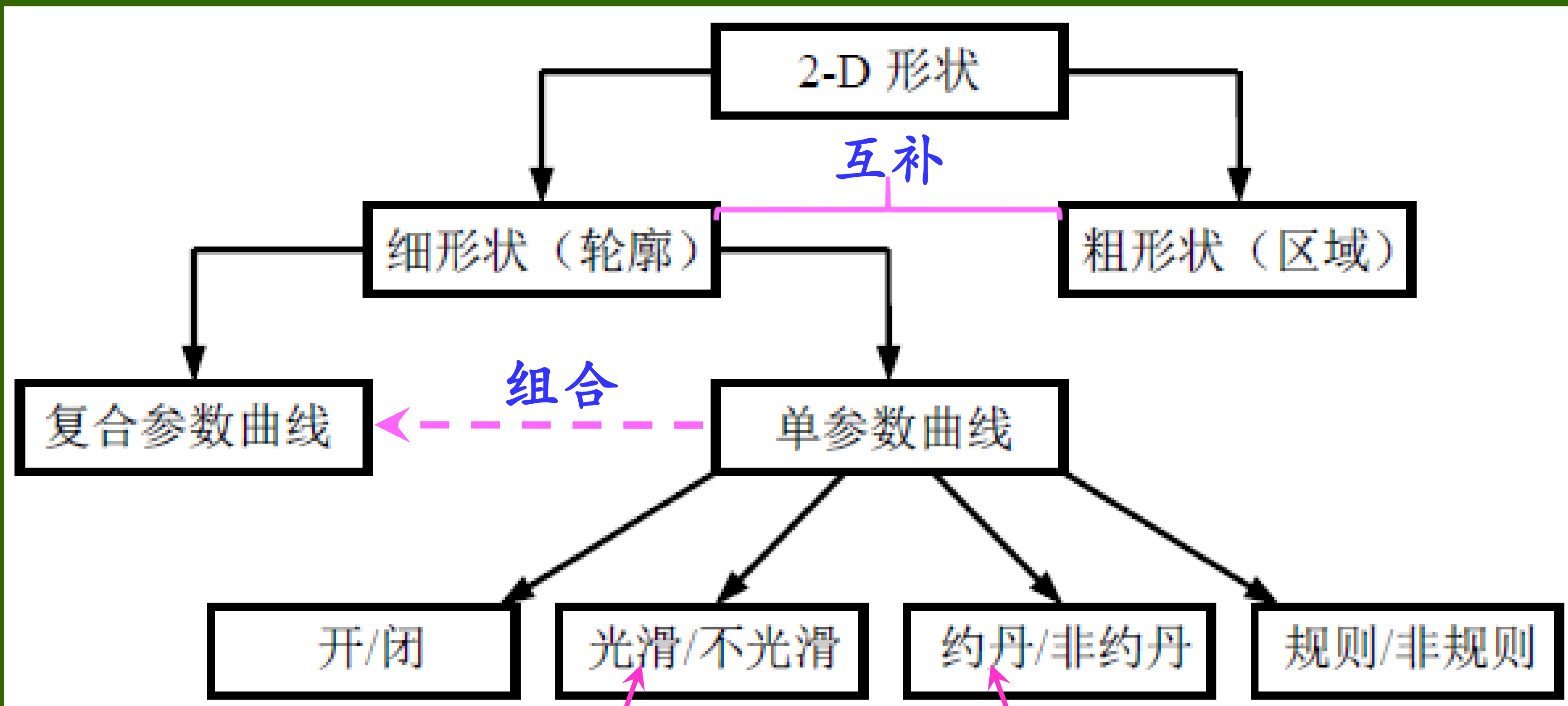


图 10.2.1　平面（2-D）形状的一个可能的分类图

各阶导数均存在　　没有自交叉

10.2 平面形状的分类

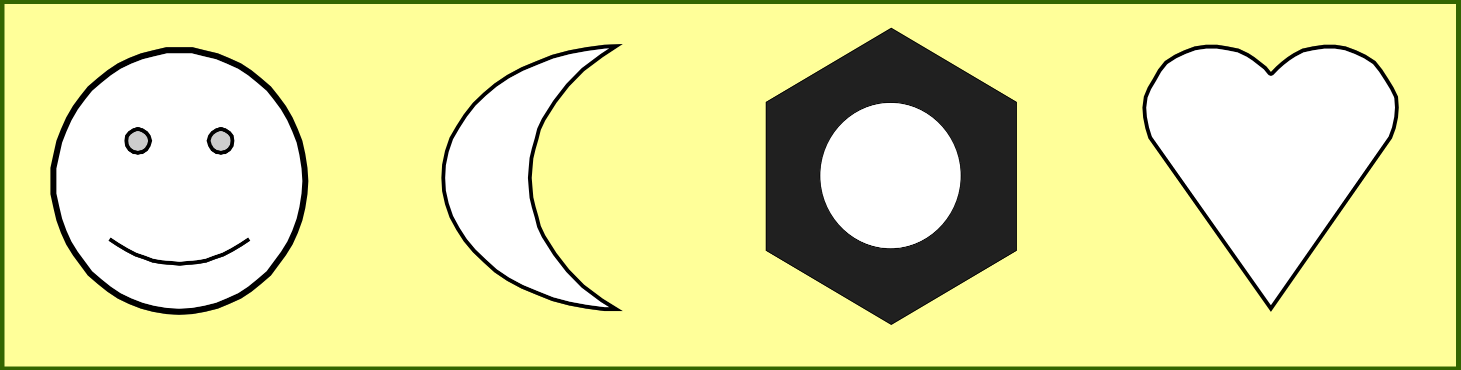
(1) 粗形状和细形状

粗形状指包括内部的区域

细形状指没有充满的区域（边界）

➢ 2-D目标的外形（silhouette）

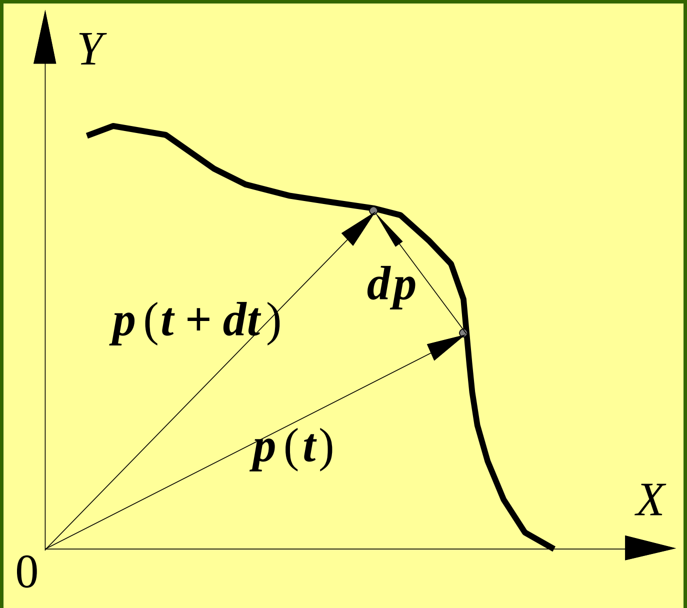
一些典型的容易识别的2-D形状



10.2 平面形状的分类

(2) 参数曲线

- 点在2-D空间移动得到的轨迹
- 位置矢量的集合
- 参数为t时的点速度



$$
\boldsymbol{p}'(t)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\lim_{\mathrm{d}t\to 0}\frac{\boldsymbol{p}(t+\mathrm{d}t)-\boldsymbol{p}(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{bmatrix}\lim\limits_{\mathrm{d}t\to 0}\dfrac{x(t+\mathrm{d}t)-x(t)}{\mathrm{d}t}\\[2ex]\lim\limits_{\mathrm{d}t\to 0}\dfrac{y(t+\mathrm{d}t)-y(t)}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x'(t)\\ y'(t)\end{bmatrix}
$$

10.2 平面形状的分类

(3) 规则曲线

- 如果一条参数曲线的速度永远不为零，则称该曲线为规则曲线

- 规则曲线速度的一个重要性质：

  各点的速度矢量都与曲线在该点相切

- 归一化以使沿曲线的切向矢量为单位大小

$$\boldsymbol{\alpha}(t)=\frac{\boldsymbol{p}'(t)}{\|\boldsymbol{p}'(t)\|} \quad \Rightarrow \quad \|\boldsymbol{\alpha}(t)\|=1$$

10.3　形状特性的描述

一个目标的形状性质可用不同的理论技术或描述符来描述

10.3.1　　形状紧凑性描述

（伸长性）

10.3.2　　形状复杂性描述

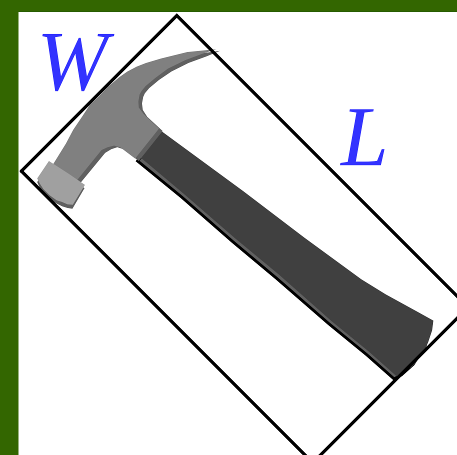
（不规则性）

10.3.1　形状紧凑性描述

对应目标的几何参数，常常没有量纲

1.　外观比 *R*

- 外观比（aspect ratio）常用来描述塑性形变后目标的形状（细长程度）



- 可借助目标围盒定义

$$\boxed{R = \frac{L}{W}}$$

L和W分别是目标围盒的长和宽

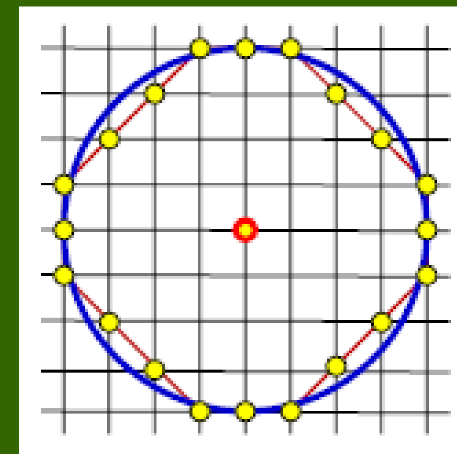
10.3.1　形状紧凑性描述

2.　形状因子*F*

基于周长和面积

$$F = \frac{\|B\|^2}{4\pi A}$$

值当区域为圆时达到最小（1）



问题：形状不同，形状因子可能相同

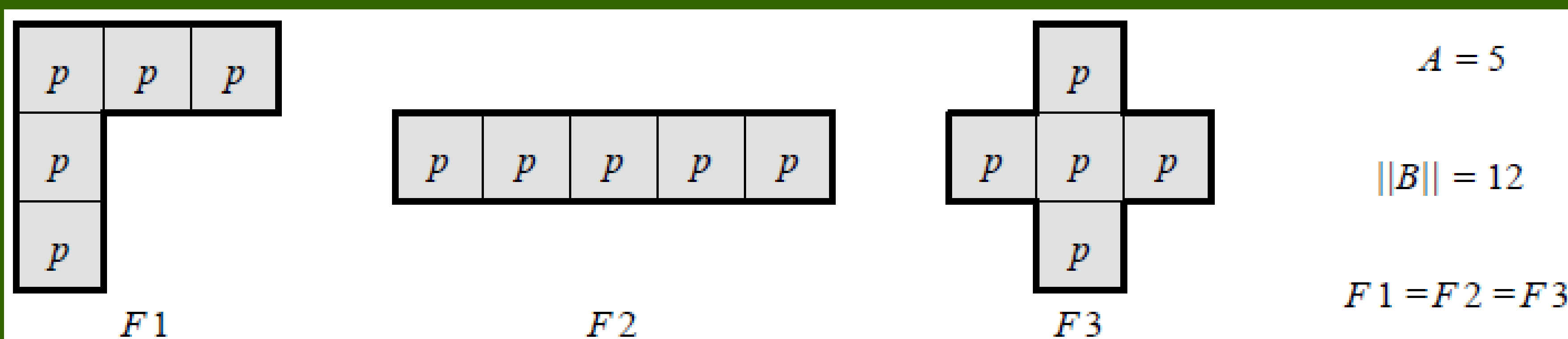


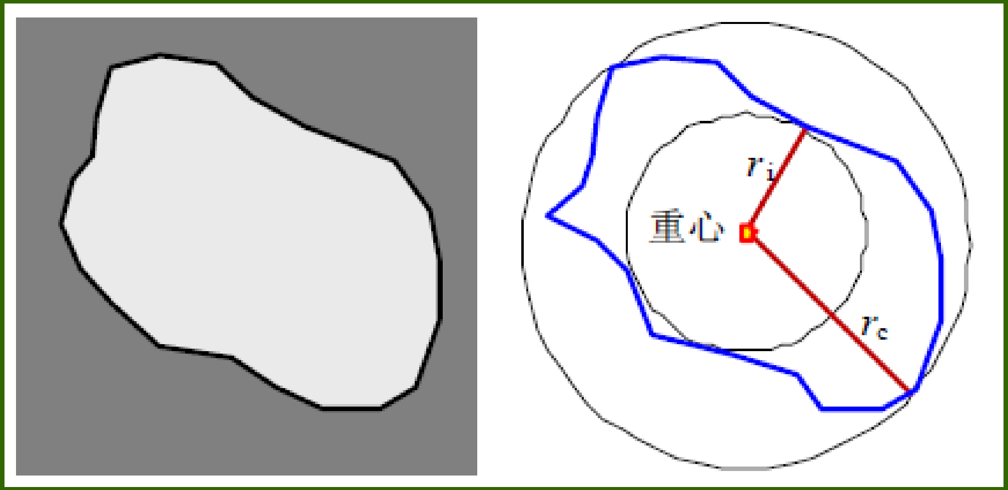
图 10.3.2　形状因子相同但形状不同的例子

10.3.1　形状紧凑性描述

3.　球状性 *S*

原本指3-D目标的表面积和体积的比值

基于区域的内切圆和外接圆（圆心为重心）



半径比

$$\boxed{S = r_i / r_c}$$

区域为圆时 *S* 值达到最大（1）

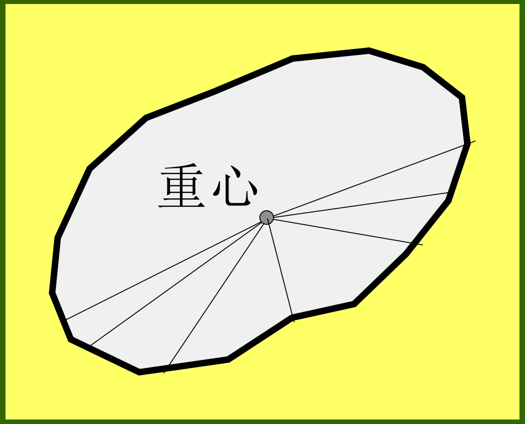
10.3.1 形状紧凑性描述

4. 圆形性 C

利用所有轮廓点

$$C = \frac{\mu_R}{\sigma_R}$$

重心坐标



$$\mu_R = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\left\| (x_k, y_k) - (\bar{x}, \bar{y}) \right\|$$

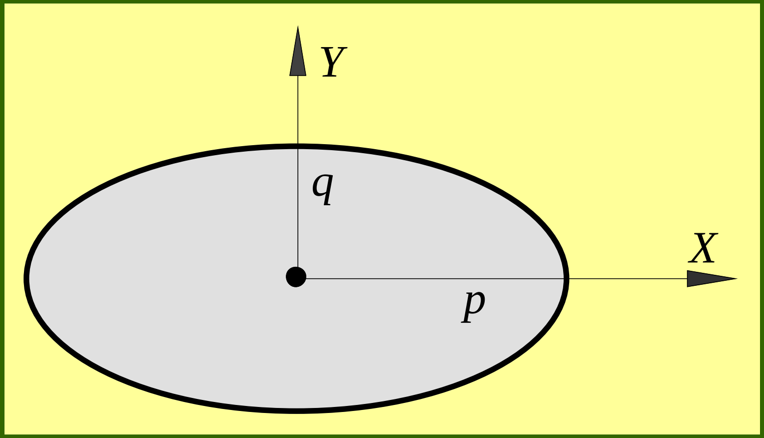
$$\sigma_R = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1}\left[\left\| (x_k, y_k) - (\bar{x}, \bar{y}) \right\| - \mu_R \right]^2$$

区域趋向圆时 C 值趋于无穷

10.3.1　形状紧凑性描述

5.　偏心率 E

- 仅利用轮廓象素描述形状常常不够稳定
- 用 E 描述区域的紧凑性（伸长情况）
- E 利用整个区域的所有象素，由惯量推出



转动惯量 $A=\sum m_i y_i^2$

$B=\sum m_i x_i^2$

惯性积 $H=\sum m_i x_i y_i$

10.3.1　形状紧凑性描述

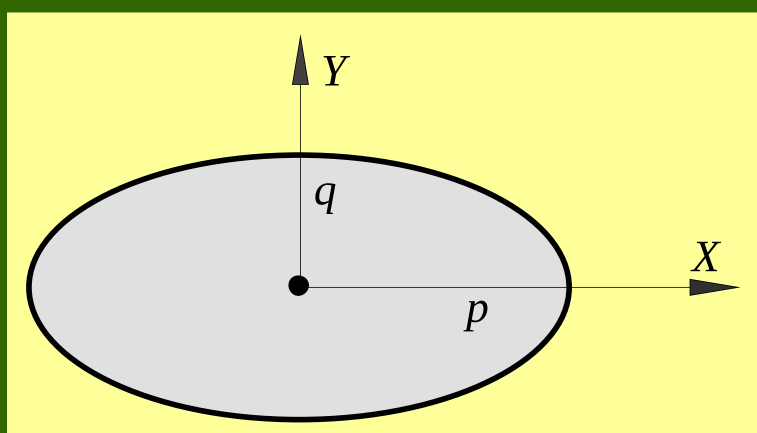
5.　偏心率*E*

- 半主轴长

$$p=\sqrt{2\Big/\left[(A+B)-\sqrt{(A-B)^2+4H^2}\right]}$$

$$\boxed{E=p/q}$$

$$q=\sqrt{2\Big/\left[(A+B)+\sqrt{(A-B)^2+4H^2}\right]}$$



E 的值当区域为圆时达到最小（1）

不受平移、旋转和尺度变换的影响

6. 基于目标围盒的描述符

- 紧凑度（对圆目标获最大值）

  A为面积，P为围盒周长度

$$C_P = \frac{\sqrt{4A/\pi}}{P}$$

- 圆度（紧凑度的平方）

$$R_P = \frac{4A}{\pi P^2}$$

- 扩展度（与圆度差个常数系数）

$$E_P = \frac{A}{P^2}$$

- 矩形度（面积与围盒面积的比）

  B为围盒面积

$$R_B = \frac{A}{B}$$

10.3.2　形状复杂性描述

1.　形状复杂性的简单描述符

(1)　细度比例：形状因子的倒数，即$4\pi(A/B^2)$

(2)　面积周长比：A/B

(3)　与边界的平均距离：定义为A/μ_R^2

(4)　轮廓温度：$T = \log_2[(2P)/(P - P_C)]$

其中P_C为目标凸包的周长

(5)　充实度：A/A_C，其中A_C代表目标凸包的面积

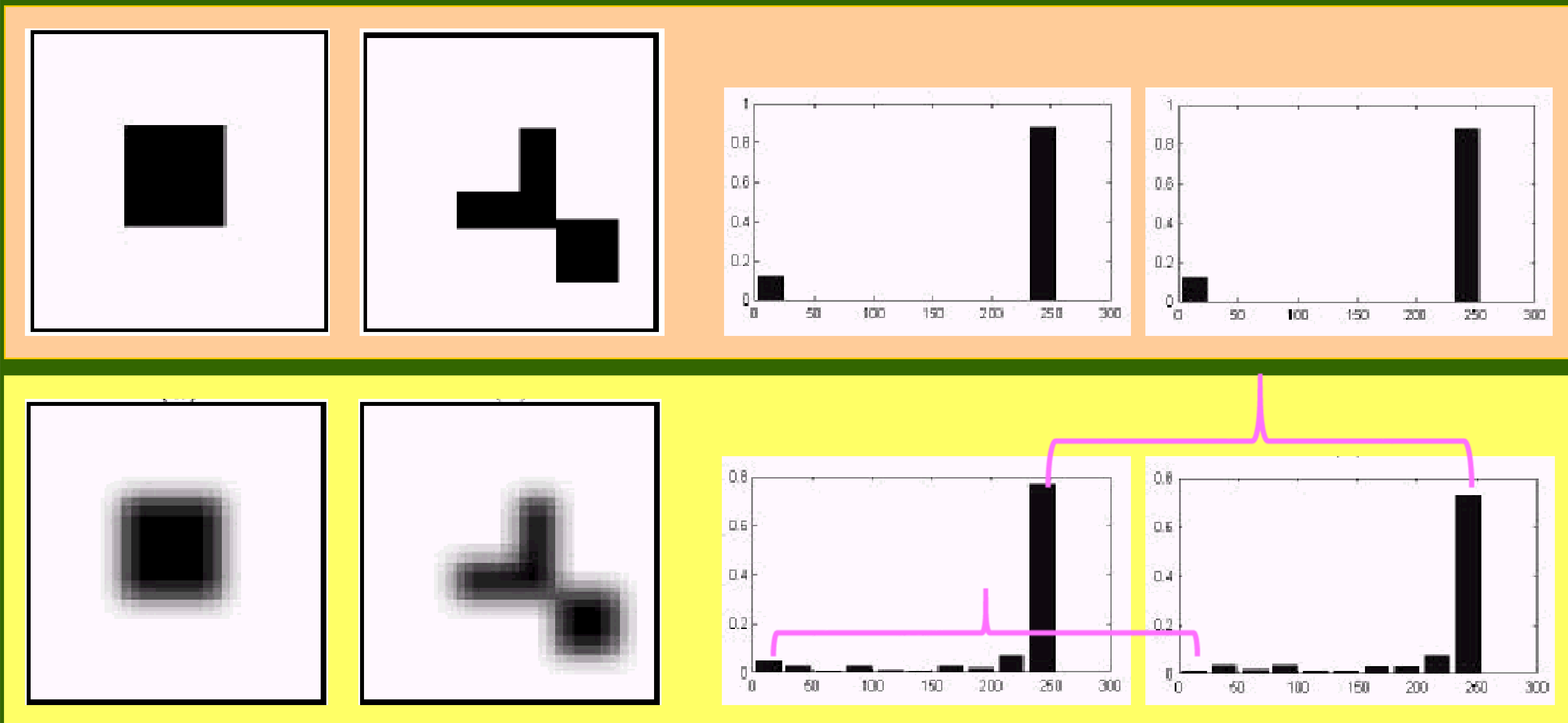
(6)　凸度：P_C/P

(7)　凹度：= 充实度

10.3.2 形状复杂性描述

TH-EE-IE

2. 利用对模糊图象的直方图分析



10.3.2　形状复杂性描述

3.　饱和度

- 它考虑的是目标在其围盒中的充满程度
- 在一定意义下反映了目标的紧致性（紧致性）
- 具体可用属于目标的象素数与整个围盒所包含的象素数之比来计算

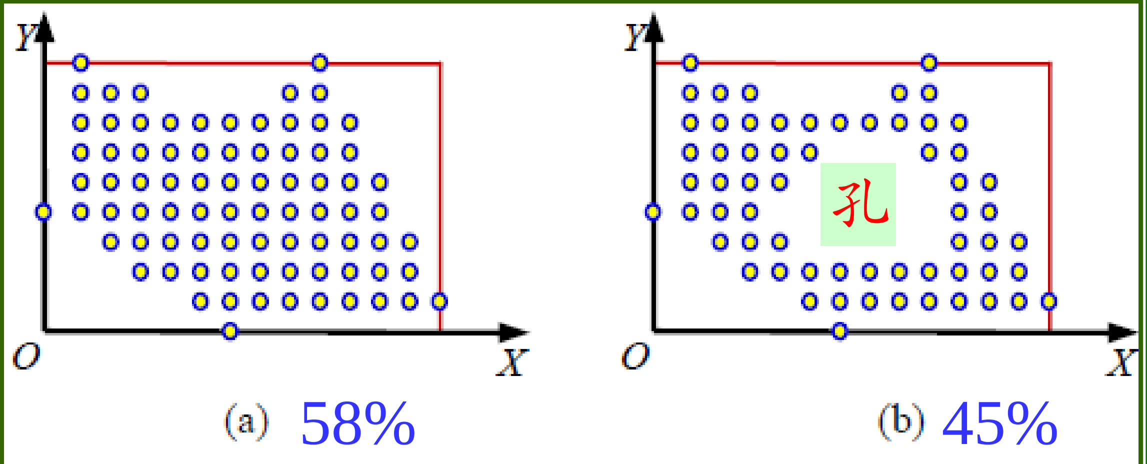


图 10.3.9　目标的饱和度

3. 饱和度

对饱和度的统计类似于对直方图的统计，没有反映象素空间分布信息，所以并没有提供一般意义上的形状信息

- 投影**直方图**（位置直方图）

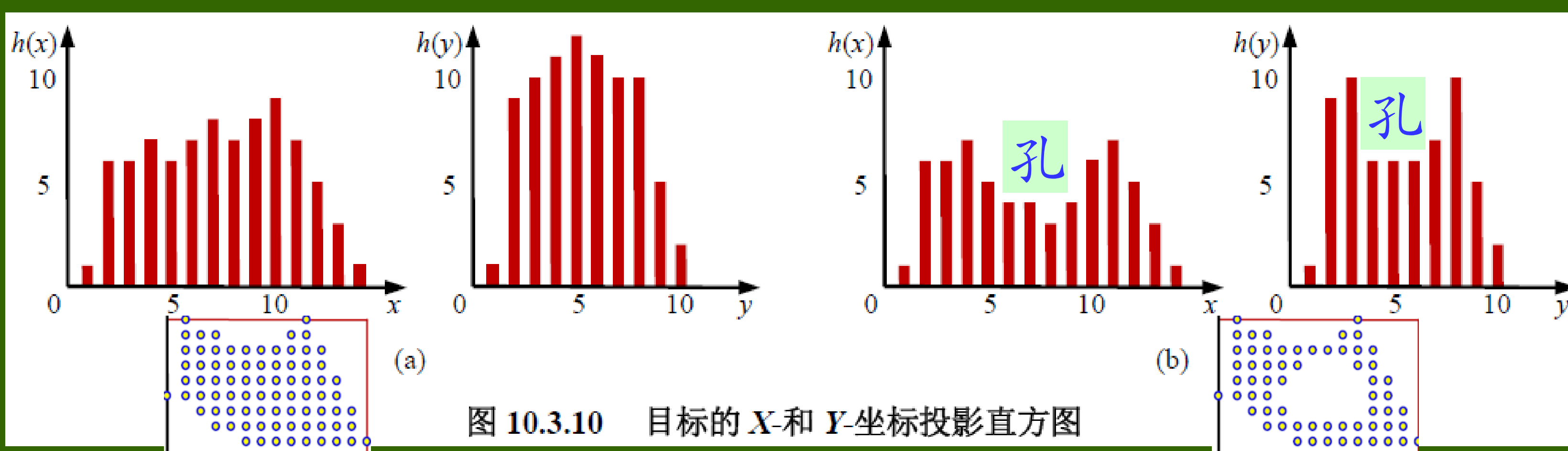


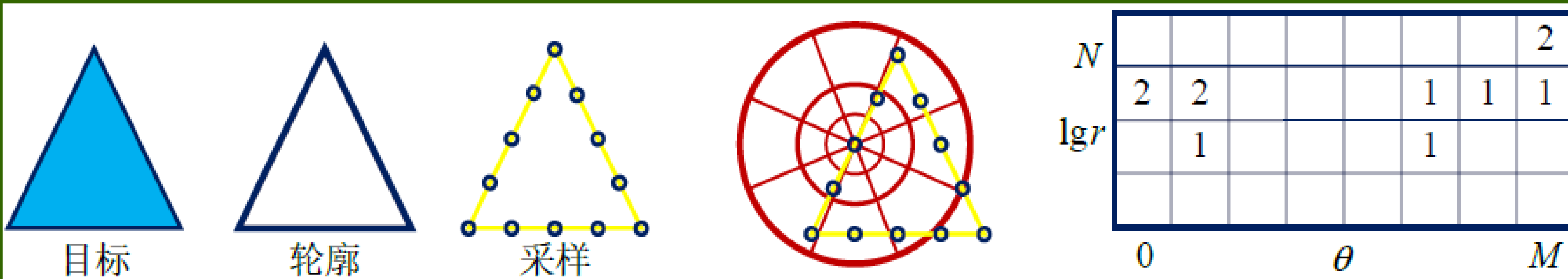
图 10.3.10　目标的 X-和 Y-坐标投影直方图

10.3.2 形状复杂性描述

4. 形状上下文

刻画目标轮廓的固定长度的矢量，记录了轮廓上各点的相对位置关系（包括朝向和距离信息）

- 对每个轮廓点构建一个2-D直方图
- 将对目标区域中所有点的直方图结合起来



(a) (b) (c)

图 10.3.11 形状上下文描述符的计算示例

10.4　基于技术的描述

相关的描述符：

- 由同一种表达技术衍生出来的描述符
- 由一个基本描述符推导出来的描述符

10.4.1　基于多边形的描述符

10.4.2　基于离散曲率的描述符

10.4.1　基于多边形的描述符

1.　直接计算的简单描述符

可直接从多边形表达轮廓算出：

(1) 角点或顶点的个数

(2) 角度和边的统计量，如均值，中值，方差

(3) 最长边和最短边的长度，它们的长度比和它们间的角度

(4) 最大内角与所有内角和的比值

(5) 各个内角的绝对差的均值

2. 形状数的比较

两个形状A和B之间的相似度k定义为这两个形状数之间的最大公共形状数

对封闭轮廓，其形状数的阶数总是偶数。如果$S_4(A) = S_4(B)$，$S_6(A) = S_6(B)$，…，$S_k(A) = S_k(B)$，$S_{k+2}(A) \neq S_{k+2}(B)$，…，则$A$和$B$的相似度就是$k$

两个形状间的距离：它们相似度的倒数：

$$D(A, B) = 1/k$$

10.4.1　基于多边形的描述符

3.　区域的标记

对区域中所有象素沿不同方向进行投影

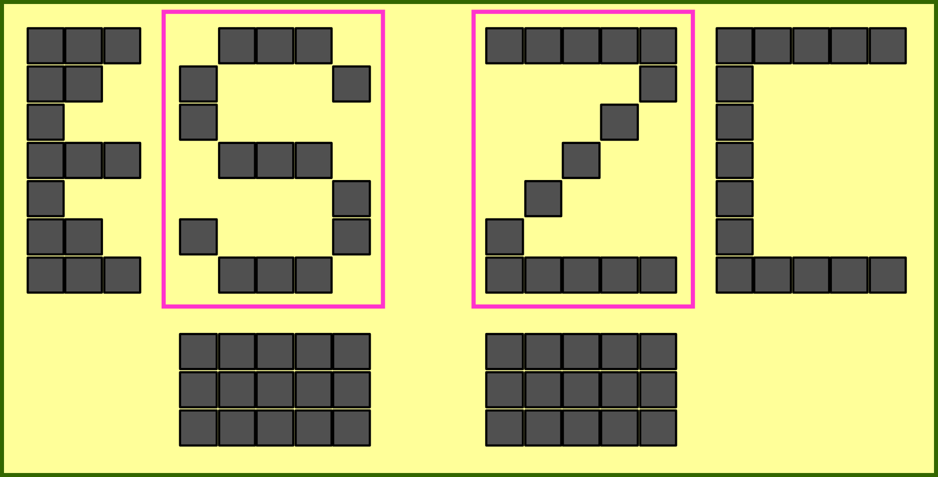
点阵表达的字母（多边形逼近后的结果）

垂直投影：

得到相同的结果

水平投影：

得到不同的结果



10.4.2　基于离散曲率的描述符

1.　曲率与几何特征

表 10.4.1　一些可用曲率刻画的几何特征

曲率	几何特征
连续零曲率	直线段
连续非零曲率	圆弧段
局部最大曲率绝对值	角点
局部最大曲率正值	凸角点
局部最大曲率负值	凹角点
曲率过零点	拐点
大曲率平均绝对值或平方值	形状复杂性

10.4.2　基于离散曲率的描述符

2.　离散曲率

给定一个离散点集合 $P=\{p_i\}_{i=0,\ldots,n}$，它定义了一条数字曲线，在点 $p_i \in P$处的 k-阶曲率 $\rho_k(p_i) = 1 - |\cos\theta_k^i|$，其中 θ_k^i = angle(p_{i-k}, p_i, p_{i+k})是两个线段$[p_{i-k}, p_i]$和$[p_i, p_{i+k}]$之间的夹角，而$k \in \{i, \ldots, n-i\}$（使曲率计算稳定）

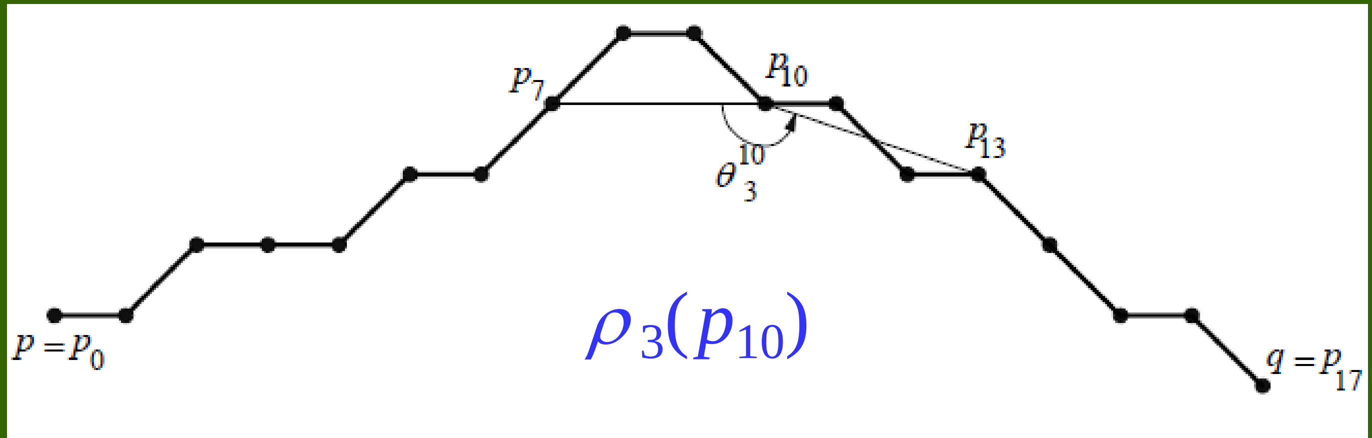


图 10.4.3　离散曲率的计算

10.4.2 基于离散曲率的描述符

3. 离散曲率的计算

连续时
$$k(t)=\frac{x'(t)y''(t)-x''(t)y'(t)}{\left(x'(t)^2+y'(t)^2\right)^{3/2}}$$

(1) 先对$x(t)$和$y(t)$进行采样再求导数

用有限差分的方法

$$x'(n)=x(n)-x(n-1)$$
$$y'(n)=y(n)-y(n-1)$$
$$x''(n)=x'(n)-x'(n-1)$$
$$y''(n)=y'(n)-y'(n-1)$$

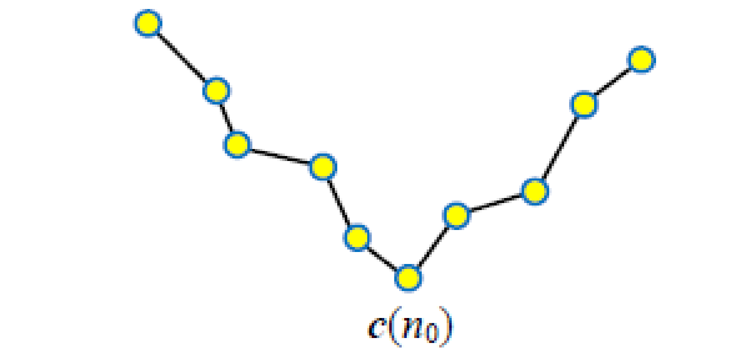


图 10.4.5　基于插值的曲率计算

10.4.2 基于离散曲率的描述符

3. 离散曲率的计算

(2) 根据矢量间的夹角来定义等价的曲率测度

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_i(n) = [\,x(n) - x(n-i),\ \ y(n) - y(n-i)] \\ \boldsymbol{v}_i(n) = [\,x(n) - x(n+i),\ \ y(n) - y(n+i)] \end{cases}$$

夹角的余弦

$$r_i(n) = \frac{u_i(n) v_i(n)}{\|u_i(n)\| \ \|v_i(n)\|}$$

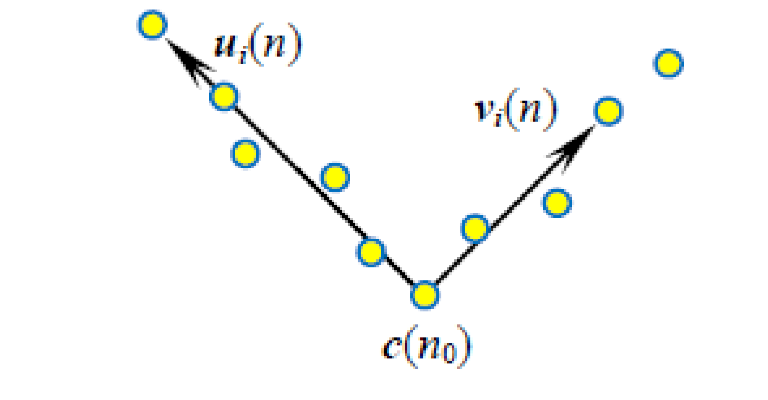


图 10.4.6　基于角度的曲率计算

10.4.2 基于离散曲率的描述符

4. 基于曲率的描述符

(1) 曲率的统计值：平均值，方差，熵

(2) 曲率最大、最小点，拐点

(3) 弯曲能

将给定曲线弯曲成所期望形状而需要的能量

$$BE = \sum_{t=1}^{L} k^2(t)$$

{例10.4.2}

(4) 对称测度

角度改变量

$$S = \int_0^L \left(\int_0^t k(l)\mathrm{d}l - \frac{A}{2} \right) \mathrm{d}t$$

10.5 拓扑结构的描述

交叉数（crossing number）

考虑象素 p 的8个邻域象素 q_i $(i = 0, \ldots, 7)$

$S_4(p)$：在p的8-邻域中4-连通组元的数目

$$S_4(p) = \prod_{i=0}^{7} q_i + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{7}\left|q_{i+1} - q_i\right|$$

连接数（connectivity number）

$C_8(p)$：在p的8-邻域中8-连通组元的数目

$$C_8(p) = q_0 q_2 q_4 q_6 + \sum_{i=0}^{3}\left(\bar{q}_{2i} - \bar{q}_{2i}\bar{q}_{2i+1}\bar{q}_{2i+2}\right)$$

10.5　拓扑结构的描述

➢　区分4-连通组元C中的各个象素p:

(1) 如果 $S_4(p) = 0$，则 p 是一个孤立点（即$C = \{p\}$）

(2) 如果 $S_4(p) = 1$，则p或者是一个边界点或者是一个内部点

(3) 如果 $S_4(p) = 2$，则p对保持C的4-连通是必不可少的一个点

(4) 如果 $S_4(p) = 3$，则p是一个分叉点

(5) 如果 $S_4(p) = 4$，则p是一个交叉点

10.5　拓扑结构的描述

连通区域图　　　　拓扑结构图

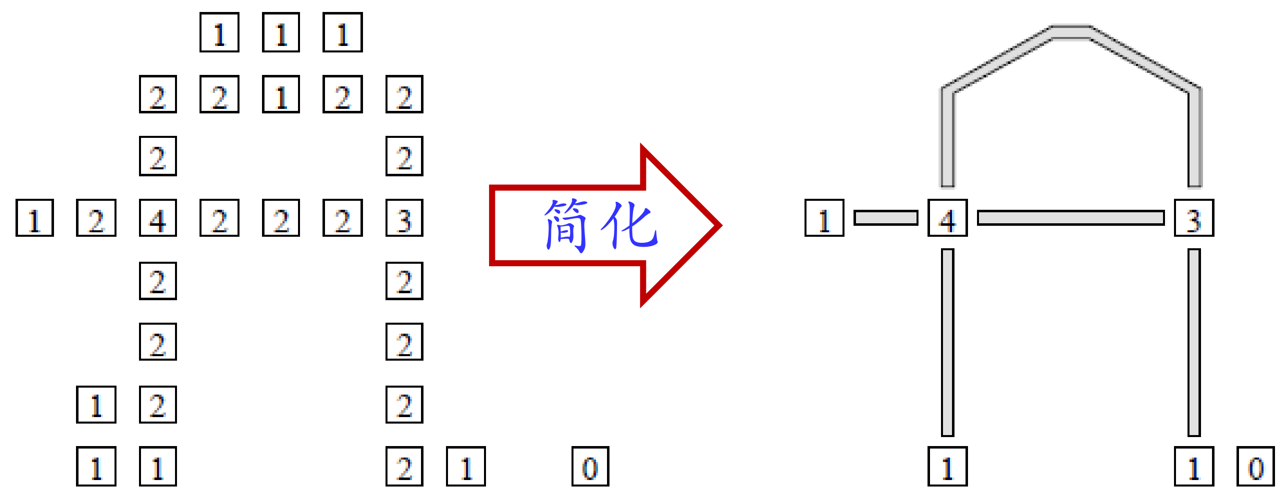


图 10.5.1　对交叉数和连接数的介绍示例

图中的孔数 $H = 1 + |A| - |V|$ $(= 1 + 5 - 5)$

V代表图结构中的结点集合

A代表图结构中的（结点）连接弧集合

10.6 分形维数

1. 两种维数定义

(1) 拓扑维数（topological dimension）

点在集合中位置的自由度的数目，记为d_T

点的d_T是0，曲线的d_T是1，平面的d_T是2，…

(2) 自相似维数（Hausdorff dimension）

它被记为d，是实数

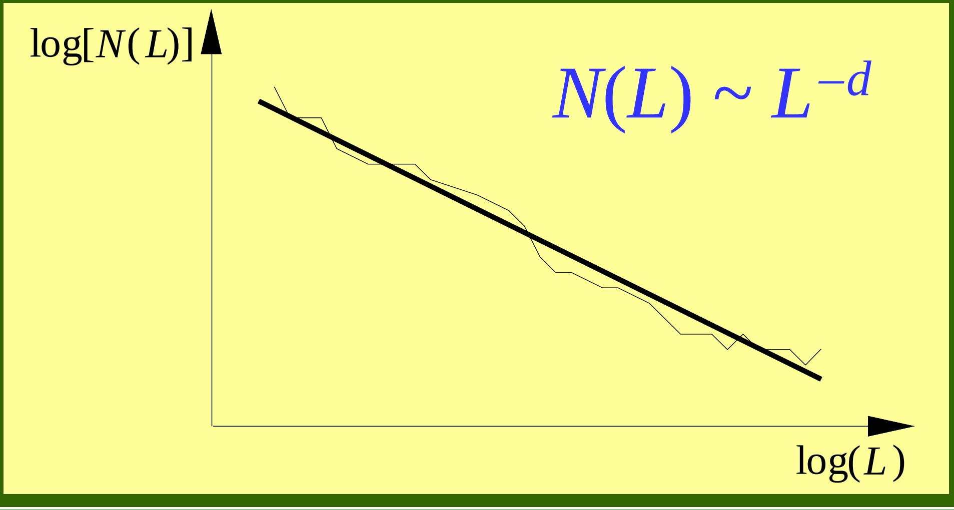
在欧氏空间的集合中，总有$d \geq d_T$

（不等式成立的为分形集合，d为分形维数）

10.6 分形维数

2. 盒计数方法

- 将图象分成尺寸为 $L \times L$的盒
- 对含有感兴趣目标的盒进行计数，记为$N(L)$
- 通过改变L，得到$\log[N(L)]$对$\log(L)$的曲线
- 分形维数是曲线的逼近直线的斜率的绝对值



10.6 分形维数

➢ Koch三段曲线

从一条直线开始，将其三等份，再将中间一份用两段同长的线段代替

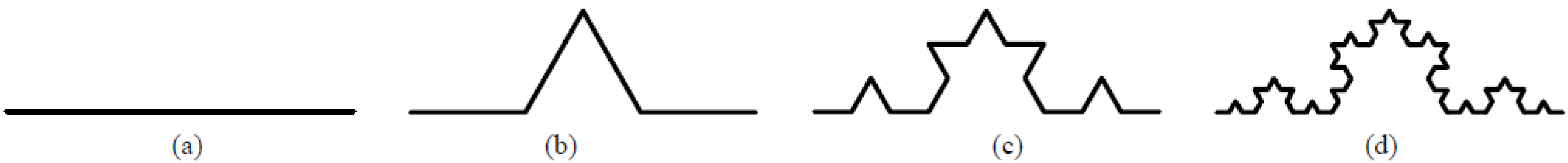


图 10.6.1 构建 Koch 三段曲线的初始步骤

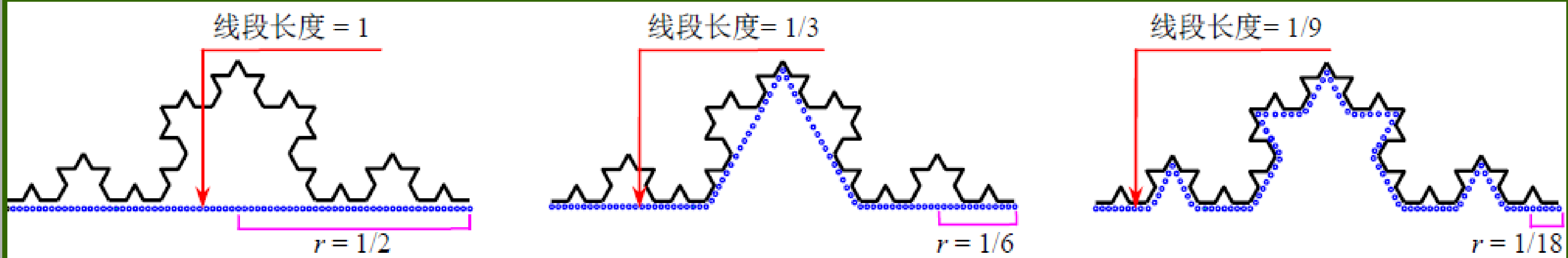


图 10.6.2 分形曲线的长度依赖于测量仪器

10.6 分形维数

- **Koch三段曲线**

$N(r) \sim r^{-d}$：r为半径，$N(r)$为个数

r = 1/2, $N(r)$ = 1；r = 1/6, $N(r)$ = 4；r = 1/18, $N(r)$ = 16

表 10.6.1 $N(r)$随 r 变化的情况

r	$N(r)$	测得的曲线长度
$1/2 = (1/2)(1) = (1/2)(1/3)^0$	$1 = 4^0$	1
$1/6 = (1/2)(1/3) = (1/2)(1/3)^1$	$4 = 4^1$	1.33
$1/18 = (1/2)(1/9) = (1/2)(1/3)^2$	$16 = 4^2$	1.78
……	……	……

$4 \sim (1/3)^{-d}$　$d = \log(4) / \log(3) \approx 1.26$ {例10.6.1}

10.6 分形维数

3. 盒计数方法的讨论

- 分形总是对应一定的有限尺度
- log[N(L)]对log(L)曲线的三段区域

① 无分形区域($d \approx 1$)

② 分形的区域($d > 1$)

③ 约为零维数的区域
($d \approx 0$)

{例10.6.2}

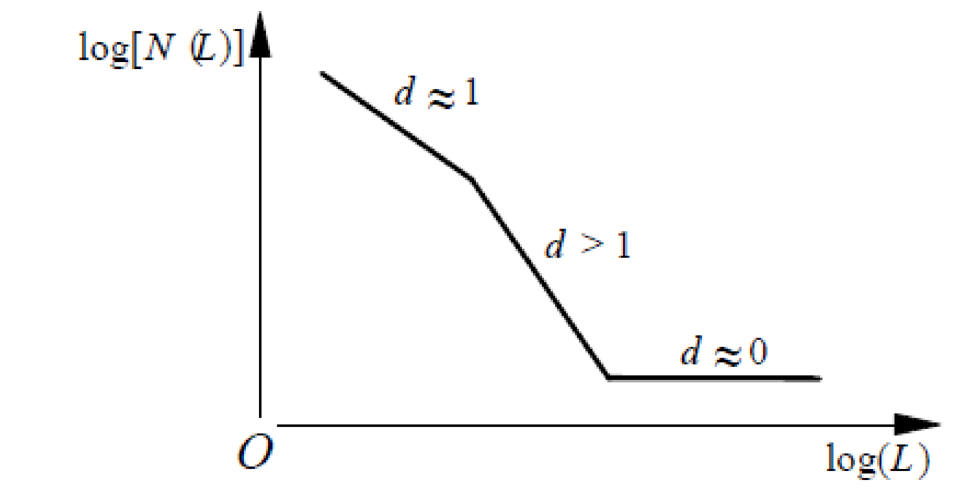


图 10.6.7 log[N(L)]对 log(L)曲线中的三个区段