Automi e Linguaggi Formali

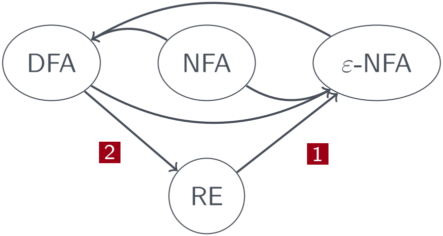
a.a. 2016/2017

LT in Informatica
13 Marzo 2018

Università degli Studi di Padova

Equivalenza tra FA e RE

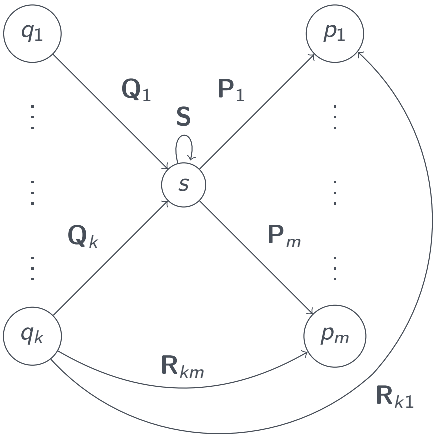
Sappiamo già che DFA, NFA, e ε-NFA sono tutti equivalenti.



Gli FA sono equivalenti alle espressioni regolari:

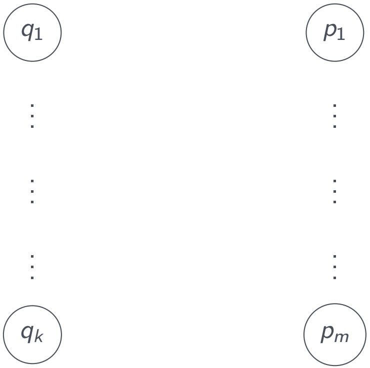
1. Per ogni espressione regolare $\mathbf{R}$ esiste un ε-NFA A, tale che $L(A) = L(\mathbf{R})$
2. Per ogni FA A possiamo costruire un'espressione regolare $\mathbf{R}$, tale che $L(\mathbf{R}) = L(A)$

- La procedura che vedremo è in grado di convertire un qualsiasi automa (DFA, NFA, ε-NFA) in una espressione regolare equivalente
- Si procede per eliminazione di stati
- Quando uno stato q viene eliminato, i cammini che passano per q scompaiono
- si aggiungono nuove transizioni etichettate con espressioni regolari che rappresentano i cammini eliminati
- alla fine otteniamo un'espressione regolare che rappresenta tutti i cammini dallo stato iniziale ad uno stato finale
  - $\Rightarrow$ cioè il linguaggio riconosciuto dall'automa

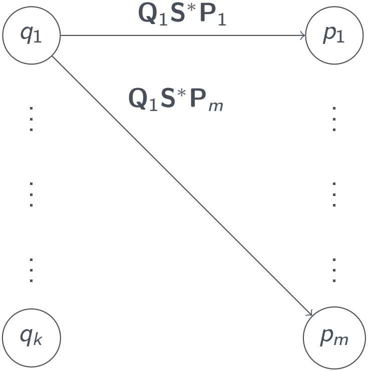


- Lo stato da eliminare può avere un ciclo
- $q_1, \dots, q_k$ sono i predecessori
- $p_1, \dots, p_m$ sono i successori
- ci possono essere transizioni dirette tra i predecessori ed i successori

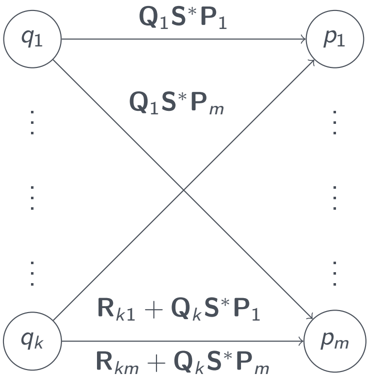
Eliminazione dello stato s



- Dobbiamo **ricreare la transizione** per ogni **coppia predecessore-successore** q_i, p_j



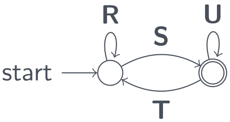
- Dobbiamo ricreare la transizione per ogni coppia predecessore-successore q_i, p_j
- Se non c'è la transizione diretta, l'etichetta è $\mathbf{Q}_i\mathbf{S}^*\mathbf{P}_j$



- Dobbiamo ricreare la transizione per ogni coppia predecessore-successore q_i, p_j
- Se non c'è la transizione diretta, l'etichetta è $\mathbf{Q}_i\mathbf{S}^*\mathbf{P}_j$
- Se c'è la transizione diretta, l'etichetta è $\mathbf{R}_{ij} + \mathbf{Q}_i\mathbf{S}^*\mathbf{P}_j$

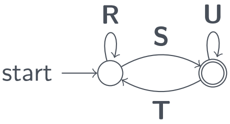
- Per ogni stato finale $q \in F$:
  1. elimina tutti gli stati tranne lo stato iniziale q_0 e q

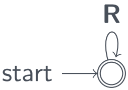
La strategia completa

- Per ogni stato finale $q \in F$:
  1. elimina tutti gli stati tranne lo stato iniziale q_0 e q
  2. se $q \neq q_0$ l'automa finale è 

     che è equivalente a $(\mathbf{R} + \mathbf{S}\mathbf{U}^*\mathbf{T})^*\mathbf{S}\mathbf{U}^*$

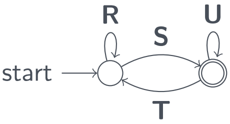
La strategia completa

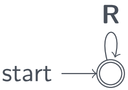
- Per ogni stato finale $q \in F$:
  1. elimina tutti gli stati tranne lo stato iniziale q_0 e q
  2. se $q \neq q_0$ l'automa finale è 

     che è equivalente a $(\mathbf{R} + \mathbf{SU}^*\mathbf{T})^*\mathbf{SU}^*$
  3. se $q = q_0$ l'automa finale è 

     che è equivalente a $\mathbf{R}^*$

La strategia completa

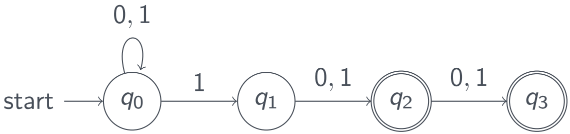
- Per ogni stato finale $q \in F$:
  1. elimina tutti gli stati tranne lo stato iniziale q_0 e q
  2. se $q \neq q_0$ l'automa finale è 

     che è equivalente a $(\mathbf{R} + \mathbf{S}\mathbf{U}^*\mathbf{T})^*\mathbf{S}\mathbf{U}^*$
  3. se $q = q_0$ l'automa finale è 

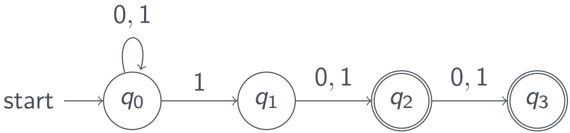
     che è equivalente a $\mathbf{R}^*$
- L'espressione regolare desiderata è l'unione $(+)$ di tutte le espressioni ottenute dalle regole 2 e 3

Da FA a RE: esercizi

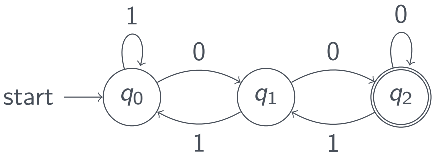
1. Costruiamo l'espressione regolare equivalente al seguente NFA:



1. Costruiamo l'espressione regolare equivalente al seguente NFA:



2. Costruiamo l'espressione regolare equivalente al seguente NFA:



Da FA a RE: esercizi

3. Costruiamo l'espressione regolare equivalente al seguente NFA: