



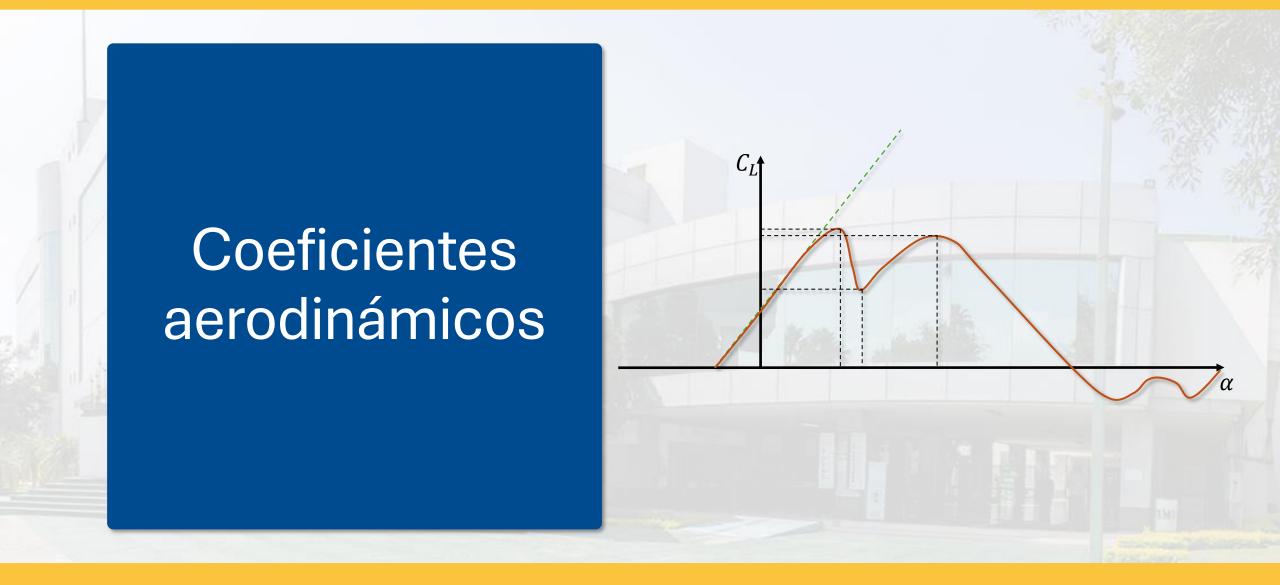
1. Introducción

- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Contenidos de la Unidad Temática

- a. Coeficientes aerodinámicos
- b. Superficies de control
- c. Segmentación de ala
- d. Amortiguamiento aerodinámico





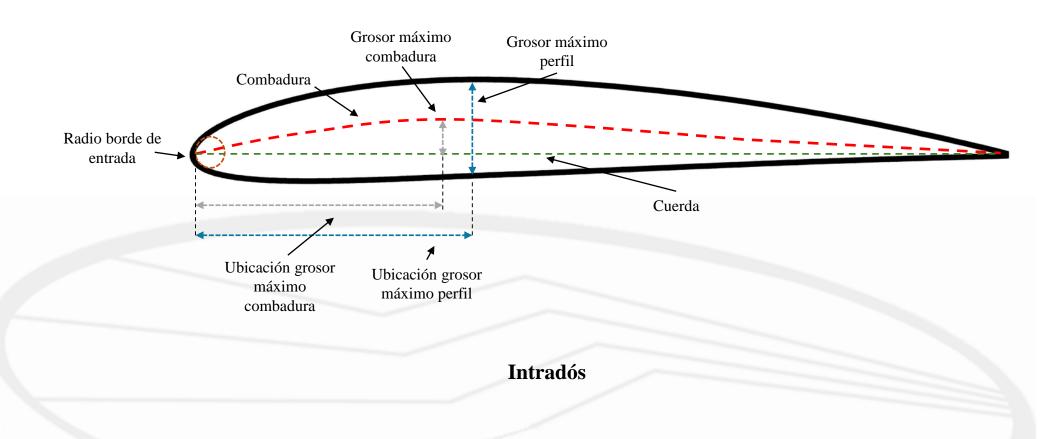


- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Perfil aerodinámico

Extradós

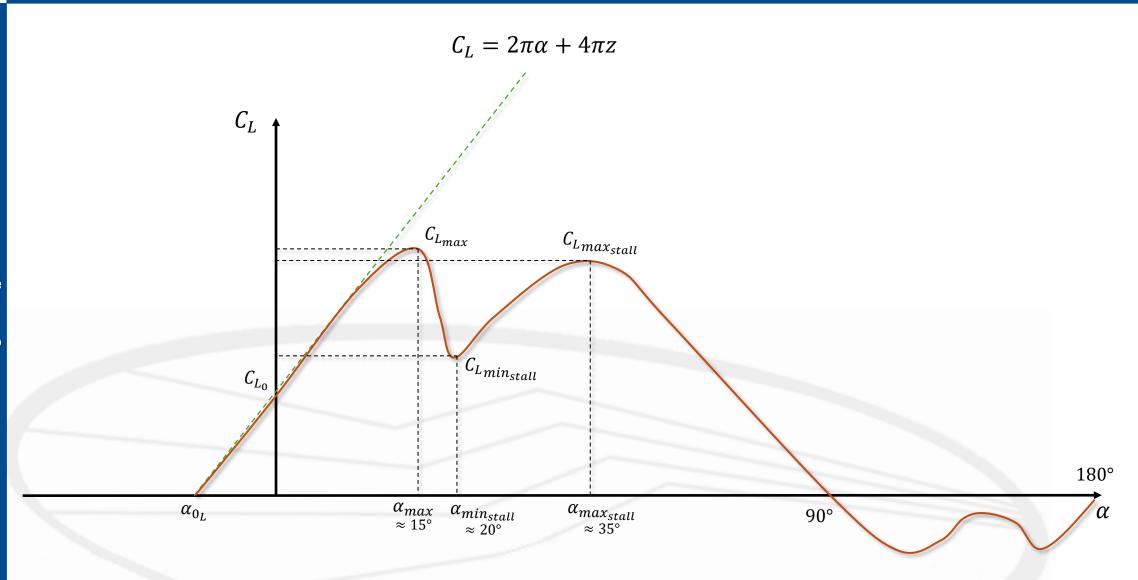




- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

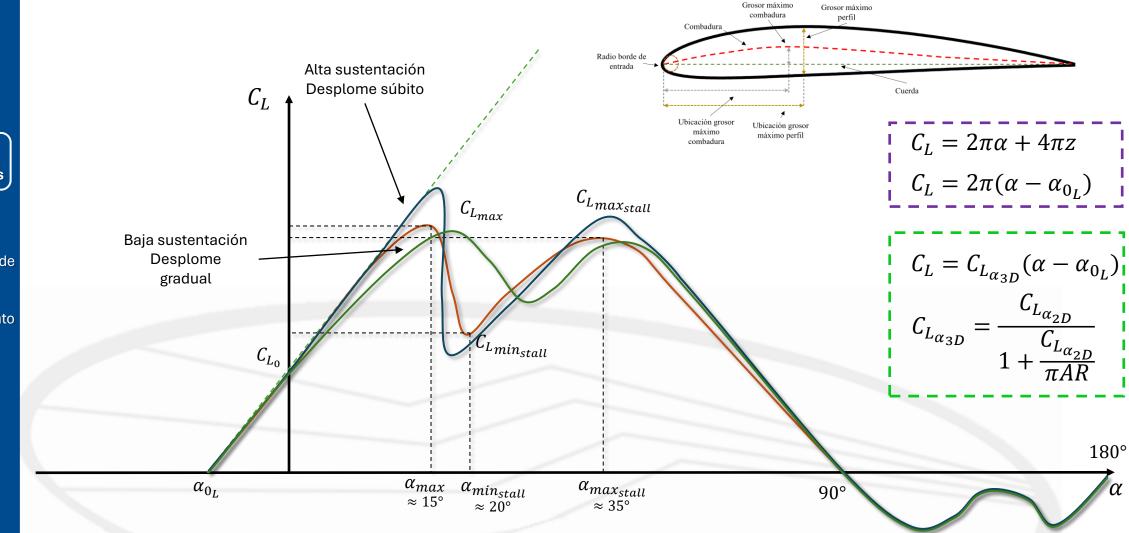
Coeficiente de sustentación





- 1. Introducción
- 2. Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de sustentación



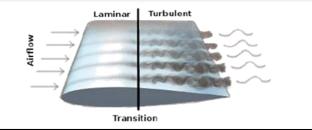


- 1. Introducción
- 2. Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

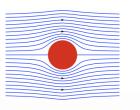
Coeficiente de resistencia al avance

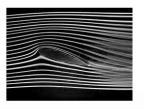
$$D = D_{friction} + D_{pressure} + D_{induced} + D_{interference}$$

$$C_{D_{friction_{laminar}}} = \frac{1.328}{\sqrt{Re}}$$
 $C_{D_{friction_{turbulent}}} = \frac{0}{\sqrt{Re}}$

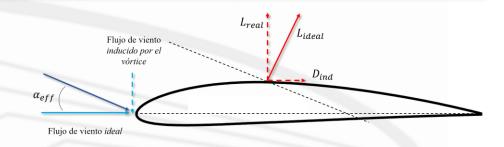


$$C_{D_{pressure}} = 0.01 - 0.04$$





$$C_{D_{induced}} = \frac{C_L^2}{\pi A R e}$$



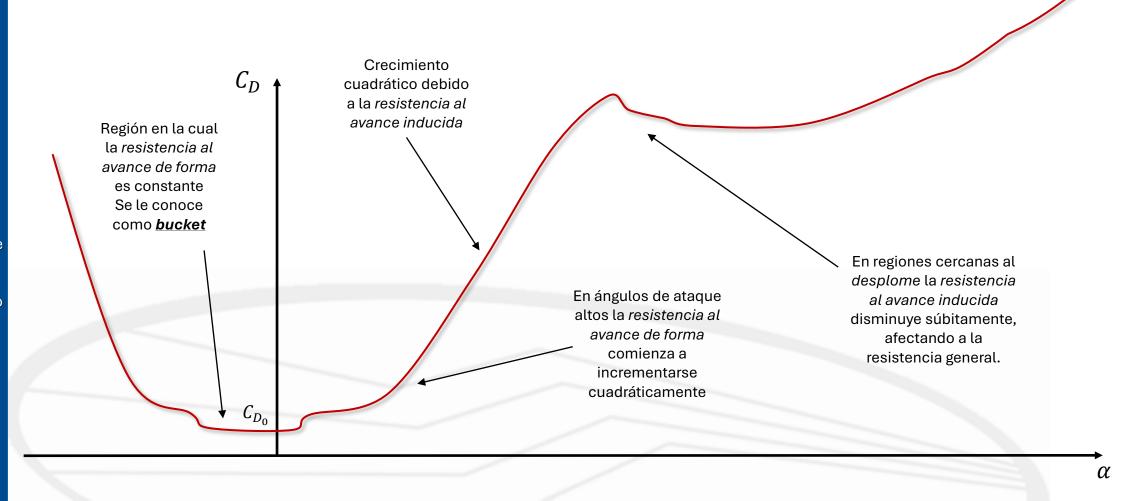
$$D_{interference} = 0.2 * (D_{friction} + D_{pressure} + D_{induced})$$



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

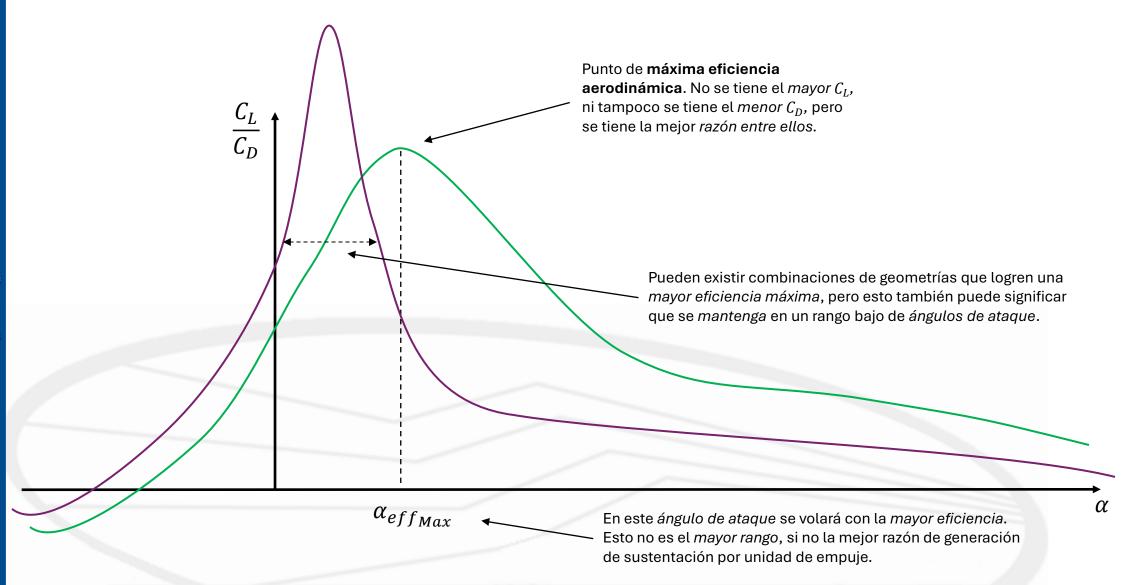
Coeficiente de resistencia al avance





- 1. Introducción
- 2. Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de eficiencia aerodinámica

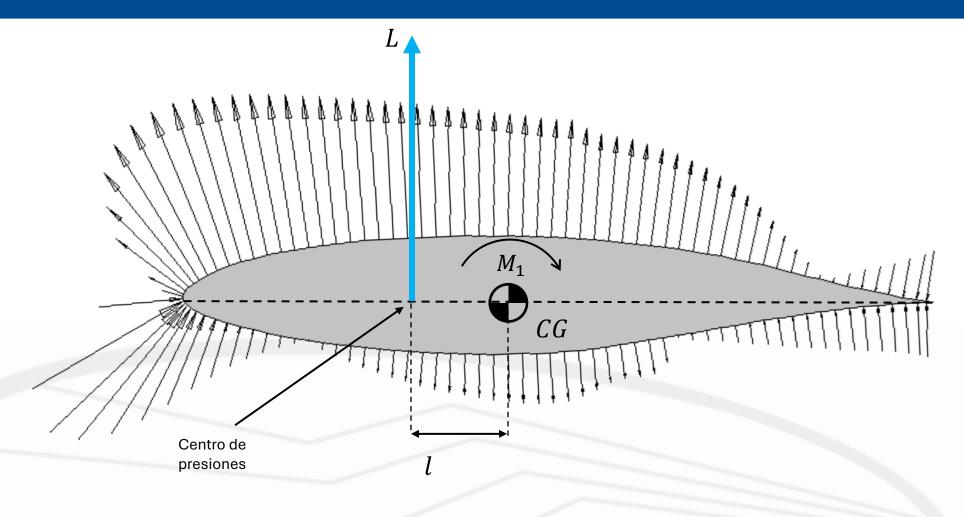




- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico

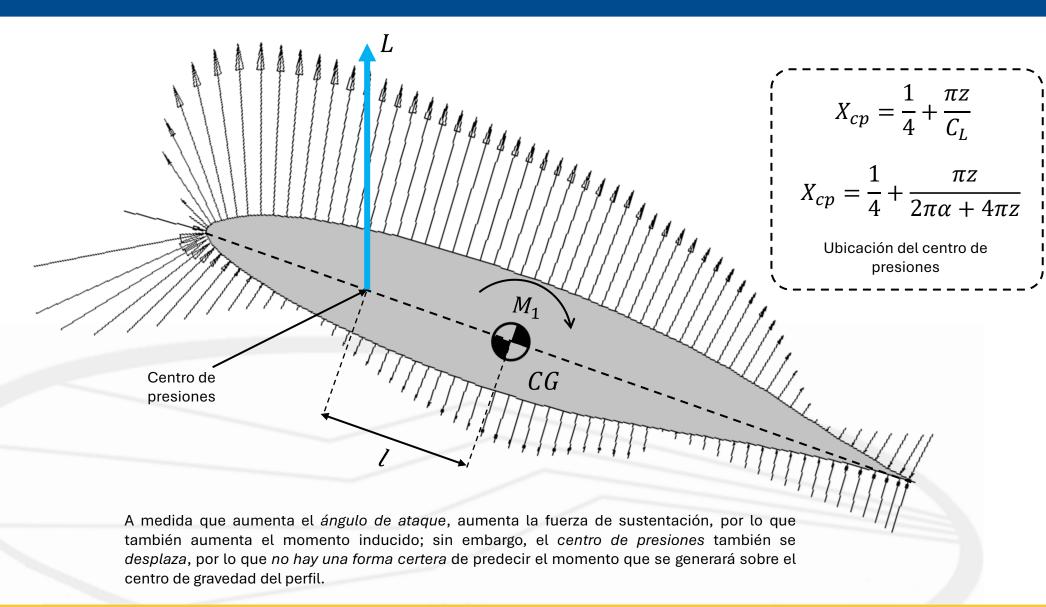


Dado que la resultante de fuerza hace su acción en el centro de presiones, el cual no necesariamente está posicionado en el centro de gravedad del perfil, esto resulta en un momento inducido sobre este.



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico

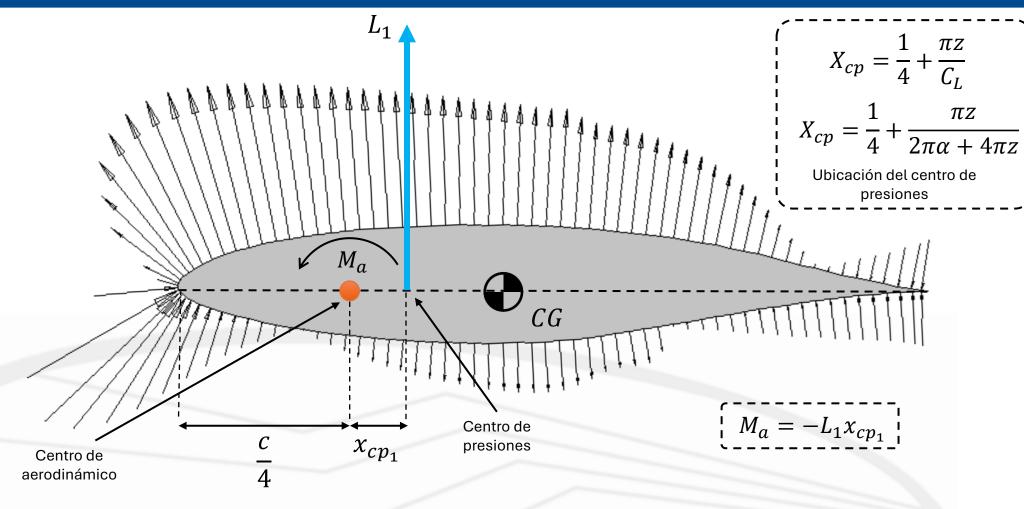




- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico



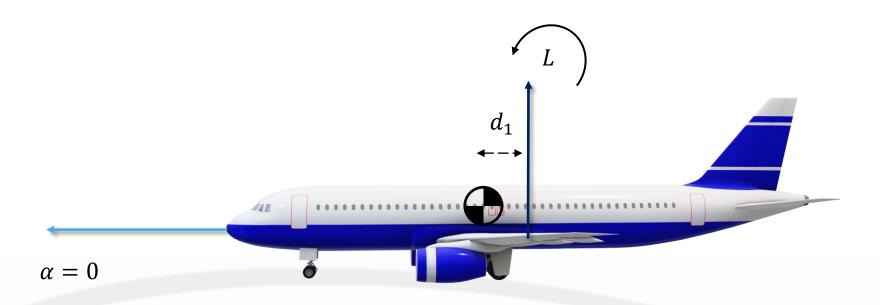
Sobre este punto, el cual es llamado el centro aerodinámico, al incrementar la sustentación por el incremento en el ángulo de ataque, la distancia disminuye en proporción tal que el momento resultante se mantiene similar.



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico



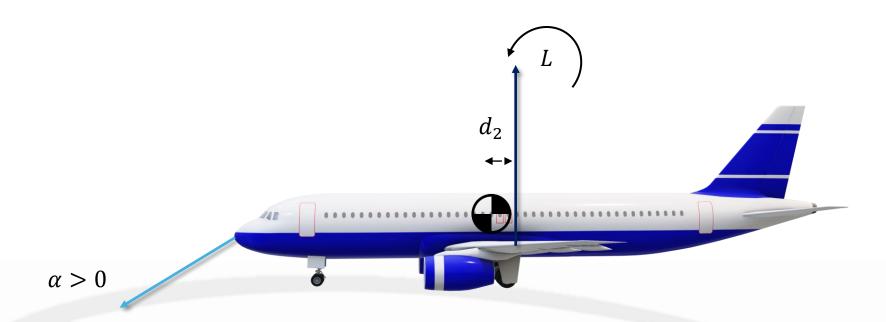
$$M = -L d_1$$



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico



$$M = -L d_2$$

La distancia de referencia cambia, por lo que no es posible definir una ecuación sin dependencia del ángulo de ataque.

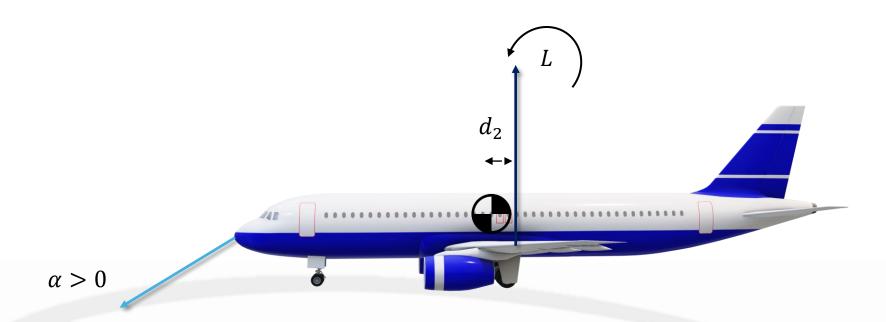
$$M = -L d(\alpha)$$



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico



$$M = -L d_2$$

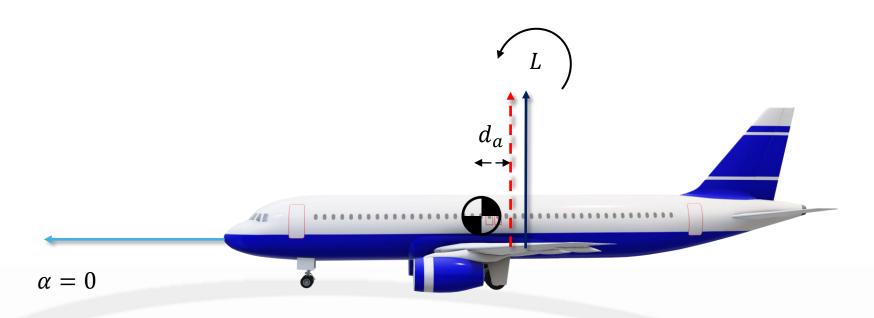
La distancia de referencia cambia, por lo que no es posible definir una ecuación sin dependencia del ángulo de ataque.

$$M = -L d(\alpha)$$



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico



$$M = -L d_a - M_a$$

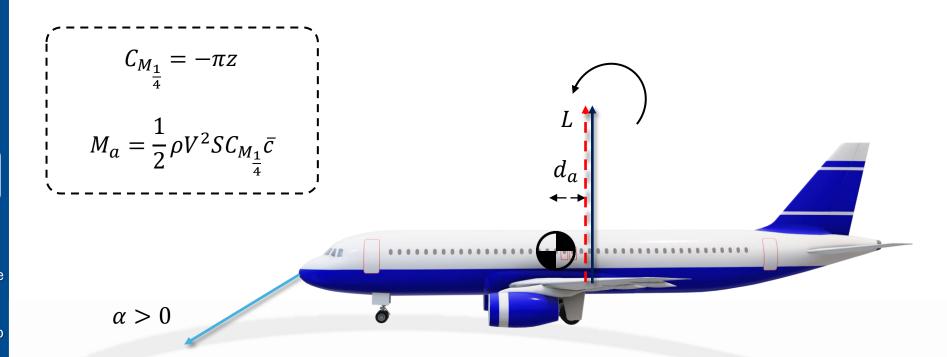
Posicionando la sustentación sobre el centro aerodinámico, y agregando el momento aerodinámico a la ecuación de momento, se puede hacer independiente el resultado del ángulo de ataque.



- 1. Introducción
- 2. Coeficientes

 aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Coeficiente de momento aerodinámico



$$M = -L d_a - M_a$$

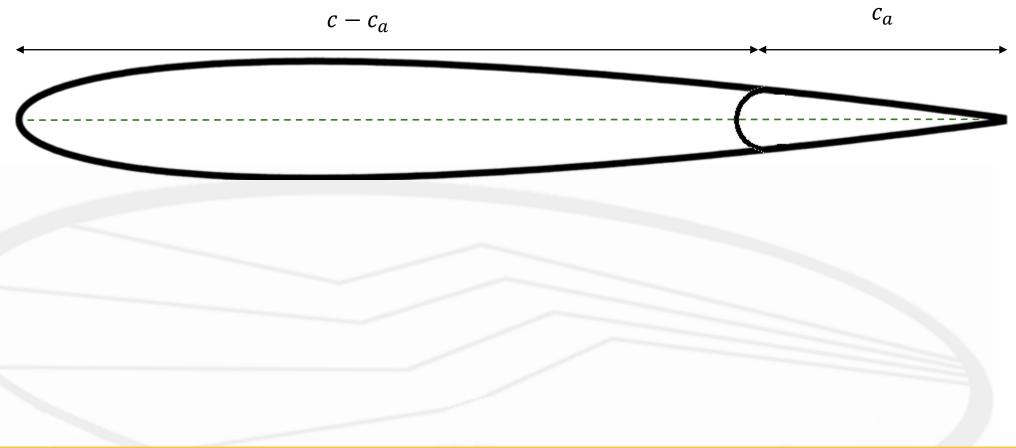
La diferencia entre el momento real y el momento relativamente *menor* debido al movimiento de la *distancia* de la fuerza de sustentación, se compensa con el término del momento aerodinámico.





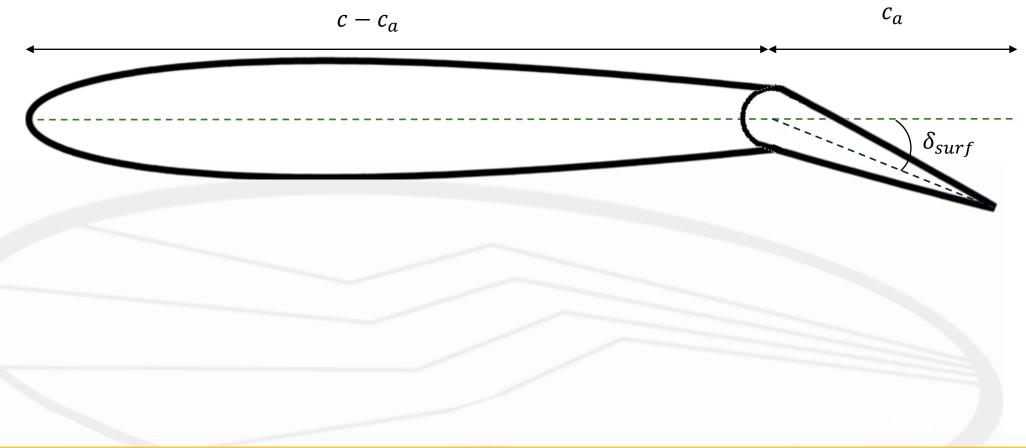


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación



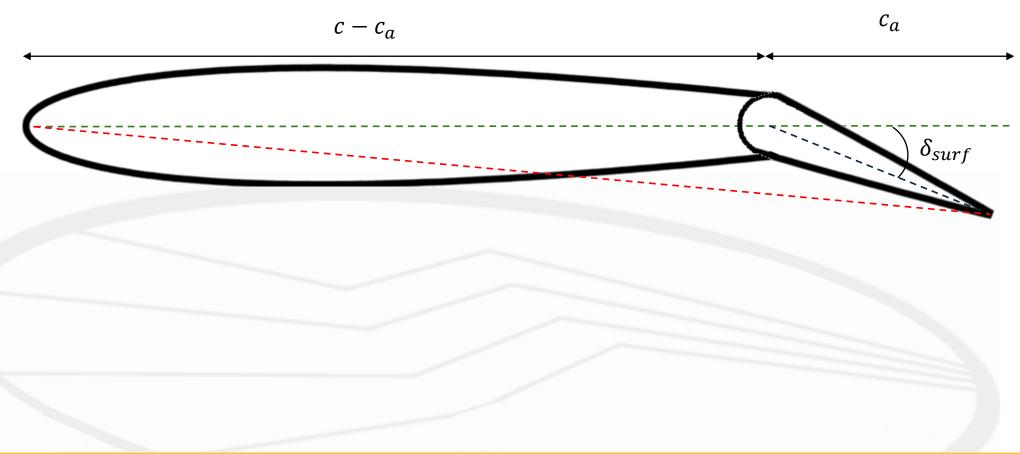


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación



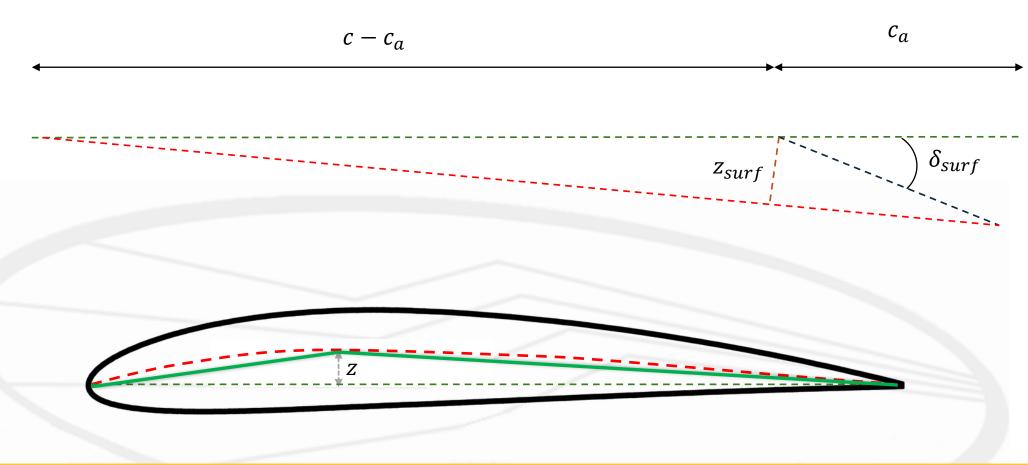


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación





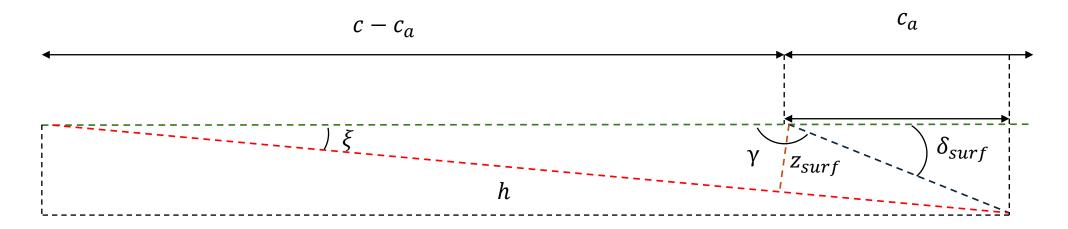
- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación





- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Superficies de control



$$\gamma = \pi - \delta_{surf}$$

$$h = \sqrt{\left(c_a \sin \delta_{surf}\right)^2 + \left(\left(c - c_a\right) + c_a \cos \delta_{surf}\right)^2}$$

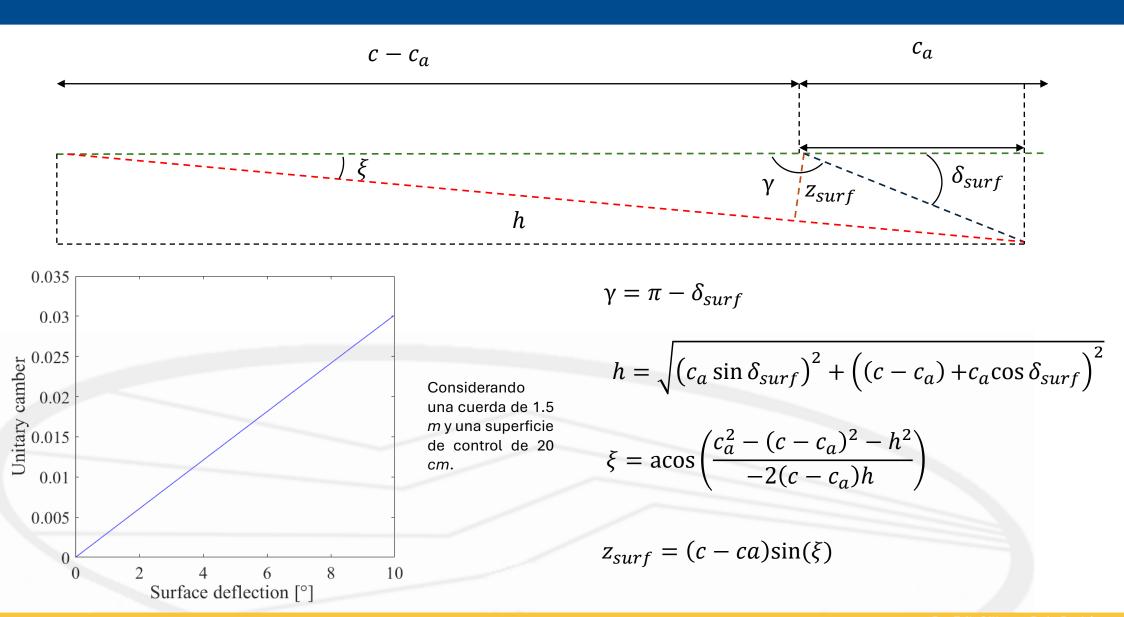
$$\xi = a\cos\left(\frac{c_a^2 - (c - c_a)^2 - h^2}{-2(c - c_a)h}\right)$$

$$z_{surf} = (c - ca)\sin(\xi)$$

Utilizando la *Ley de cosenos* y relaciones trigonométricas/geométricas formadas:



- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación







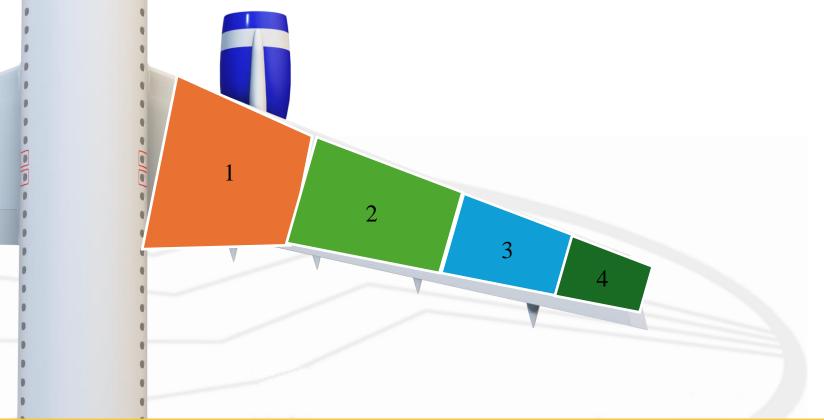


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Segmentación de ala

Cuando se tiene un ala que es no rectangular resulta necesario realizar una integración a lo largo de la envergadura para obtener sus características de fuerza; esto partiendo de las características del perfil 2D y del cómo estas varíen a lo largo de la envergadura.

Por otro lado, también es posible discretizar o segmentar el ala en elementos finitos y analizar cada sección de manera individual.



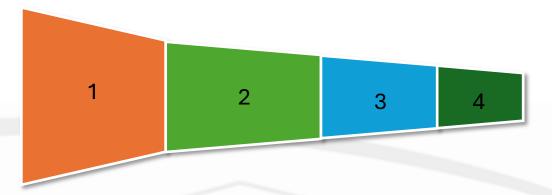


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Segmentación de ala

Cuando se tiene un ala que es *no rectangular* resulta necesario realizar una *integración* a lo largo de la envergadura para obtener sus características de fuerza; esto partiendo de las características del perfil 2D y del cómo estas varíen a lo largo de la envergadura.

Por otro lado, también es posible *discretizar* o *segmentar* el ala en elementos *finitos* y analizar cada sección de manera individual.



Para cada uno de estos segmentos es necesario calcular:

- Área local.
- Cuerda promedio local.
- Ángulo de la cuerda local.
- Coeficiente de sustentación local.
- Fuerzas locales

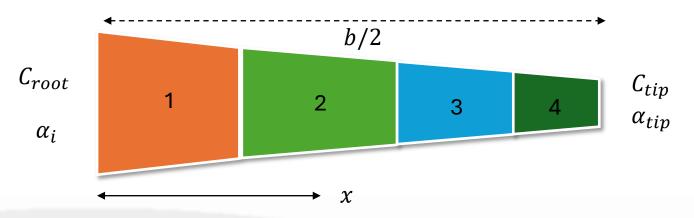


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Segmentación de ala

Suponiendo un estrechamiento constante

Resulta necesario calcular las *cuerdas* de cada segmento, así como los *ángulos de ataque* locales de cada uno.



Es necesario establecer ecuaciones *lineales* para el cambio de ambos parámetros de tal manera que:

$$\alpha_{local} = \left(\frac{\alpha_{twist}}{b/2}\right)x + \alpha_i$$

$$c_{local} = \left(\frac{c_{tip} - c_{root}}{b/2}\right)x + c_{root}$$

$$\alpha_{tip} = \alpha i + \alpha_{twist}$$



- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Segmentación de ala

$\lambda = \frac{C_{tip}}{C_{root}}$

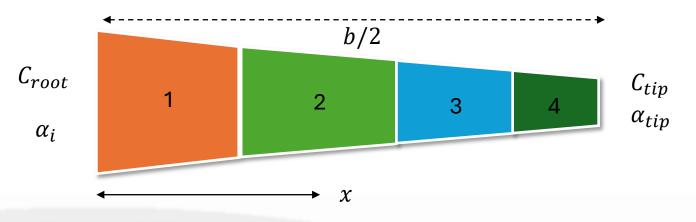
$$\alpha_{tip} = \alpha i + \alpha_{twist}$$

$$\alpha_{local} = \left(\frac{\alpha_{twist}}{b/2}\right)x + \alpha_i$$

$$c_{local} = \left(\frac{c_{tip} - c_{root}}{b/2}\right) x + c_{root}$$

Suponiendo un estrechamiento constante

Resulta necesario calcular las *cuerdas* de cada segmento, así como los *ángulos de ataque* locales de cada uno.



Esto lleva a que el área de cada segmento sea:

$$S_{local} = \left(\frac{c_{root_{local}} + c_{tip_{local}}}{2}\right)h$$

Donde *h* es el *ancho* del segmento; por lo que si se dividió de manera constante:

$$h = \frac{b/2}{\# segmentos}$$

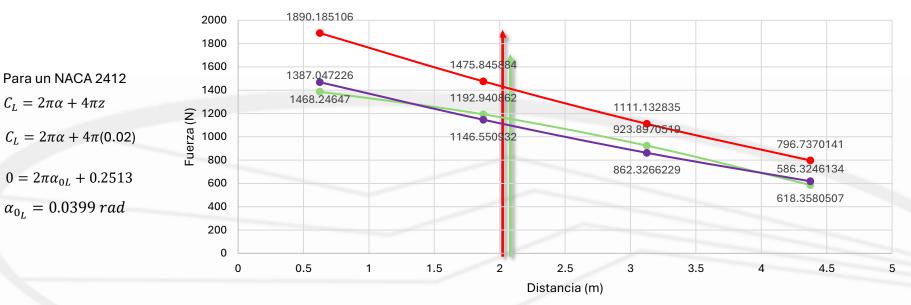


- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Segmentación de ala

Segmento	Distancia del punto medio del segmento	Cuerda media	Ángulo local	Ángulo local (rad)	Área del segmento	Coeficiente de sustentación local (ideal)	Coeficiente de sustentación local (LLT)	Coeficiente de sustentación segmentación (corregida)
1	0.625 m	1.7858 m	2.75°	0.0480 rad	2.2322 m ²	0.5530	0.4058	0.4295
2	1.875 m	1.5477 m	2.25°	0.0393 rad	1.9346 m ²	0.4982	0.4027	0.3870
3	3.125 m	1.3096 m	1.75°	0.0305 rad	1.6369 m ²	0.4433	0.3686	0.3440
4	4.375 m	1.0715 m	1.25°	0.0218 rad	1.3393 m ²	0.3885	0.2859	0.3015

Distribución de Sustentación



 $x_{res_{idl}} = 2.068 \, m$

 $x_{res_{LLT}} = 2.092m$

 $L_{total_{idl}} = 5,273.8 \, N$

 $L_{total_{LLT}} = 4,090.2 \, N$

 $L_{total_{corr}} = 4,095.48 N$

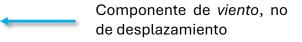


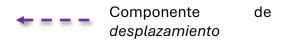




- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

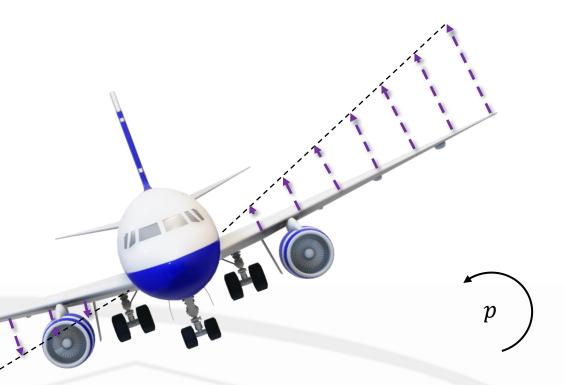
Amortiguamiento aerodinámico





$$\alpha_{w_I} = \operatorname{atan}\left(\frac{w + w_{q_w} + w_{p_I}}{u + u_{r_I}}\right)$$

$$\alpha_{w_D} = \operatorname{atan}\left(\frac{w + w_{q_w} + w_{p_D}}{u + u_{r_D}}\right)$$



Debido al movimiento *angular* de la aeronave, los *ángulos de ataque* de cada semi-ala **son distintos entre si**. Esto significa las velocidades *pqr* inducen velocidades en el ala que alteran su ángulo de ataque local.



- Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Amortiguamiento aerodinámico

$$\alpha_{w_I} = \operatorname{atan}\left(\frac{w + w_{q_w} + w_{p_I}}{u + u_{r_I}}\right)$$

$$\alpha_{w_D} = \operatorname{atan}\left(\frac{w + w_{q_w} + w_{p_D}}{u + u_{r_D}}\right)$$

Linealizando el *atan* cerca del origen, suponiendo una *w* pequeña, y despreciando los movimientos en *q* y *r*:

$$\alpha_{w_I} = \left(\frac{w_{p_I}}{u}\right) \qquad \quad \alpha_{w_D} = \left(\frac{w_{p_D}}{u}\right)$$

Recordando la fuerza de sustentación de la semi-ala con alerón como:

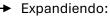
$$L_I = \frac{1}{2}\rho V^2 S_I (C_{L_{\alpha}} \alpha_{w_I} + C l_0 + C_{ail} \delta_{ail})$$

Sustituyendo el ángulo de ataque linealizado:

$$L_I = \frac{1}{2} \rho V^2 S_I \left(C_{L_{\alpha}} \left(\frac{w_{p_I}}{u} \right) + C l_0 + C_{ail} \delta_{ail} \right) -$$

El término ${\it Cl}_0$ considerado debe de ser para el ala; esto es, ya con corrección de pendiente.

¿Qué cambiaría si se considera la ecuación de α_{0L} en vez del Cl_0 ?



$$L_{I} = \frac{1}{2} \rho V^{2} S_{I} C_{L_{\alpha}} \left(\frac{w_{p_{I}}}{u} \right) + \frac{1}{2} \rho V^{2} S_{I} C l_{0} + \frac{1}{2} \rho V^{2} S_{I} C_{ail} \delta_{ail}$$

Tomando en cuenta las condiciones anteriores de velocidad es posible establecer que:

$$V^2 \approx u^2$$

Por lo tanto:

$$L_{I} = \frac{1}{2} \rho u S_{I} C_{L_{\alpha}}(w_{p_{I}}) + \frac{1}{2} \rho u^{2} S_{I} C l_{0} + \frac{1}{2} \rho u^{2} S_{I} C_{ail} \delta_{ail}$$

Agrupando términos y afectando:

$$C_1 = \frac{1}{2}\rho u S_I$$

$$L_I = C_1 C_{L_{\alpha}}(w_{p_I}) + C_1 u C l_0 + C_1 u C_{ail} \delta_{ail}$$

Sustituyendo la velocidad vertical inducida:

$$w_{p_I} = -c_{w_I} p$$

$$L_{I} = -C_{1}C_{L_{\alpha}}c_{w_{I}}p + C_{1}uCl_{0} + C_{1}uC_{ail}\delta_{ail}$$

Agrupando términos y afectando:

$$C_2 = C_1 uC l_0$$

$$L_I = -C_1 C_{L_\alpha} c_{w_I} p + C_2 + C_1 u C_{ail} \delta_{ail}$$

Agrupando términos y afectando:

$$C_3 = C_1 C_{L_{\alpha}} c_{w_I}$$

$$L_I = -C_3 p + C_2 + C_1 u C_{ail} \delta_{ail}$$

Agrupando términos y afectando:

$$C_4 = C_1 u C_{ail}$$

$$L_I = -C_3 p + C_2 + C_4 \delta_{ail}$$



- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Amortiguamiento aerodinámico

Por lo que para ambas semi-alas (<u>con</u> <u>sus respectivas superficies locales</u>):

$$L_I = -C_3 p + C_2 + C_4 \delta_{ail}$$

$$L_D = C_3 p + C_2 - C_4 \delta_{ail}$$

Sabiendo que el momento relativo al eje longitudinal es:

$$\mathcal{L} = L_I c_{w_I} - L_D c_{w_D}$$

Expandiendo:

$$\mathcal{L} = (-C_3 p + C_2 + C_4 \delta_{ail}) c_{w_I} - (C_3 p + C_2 - C_4 \delta_{ail}) c_{w_D}$$

Afectando términos:

$$\mathcal{L} = -C_3 c_{w_I} p + C_2 c_{w_I} + c_{w_I} C_4 \delta_{ail} - C_3 c_{w_D} p - C_2 c_{w_D} + c_{w_D} C_4 \delta_{ail}$$

Agrupando términos:

$$\mathcal{L} = p(-C_3(c_{w_I} + c_{w_D})) + C_2(c_{w_I} - c_{w_D}) + C_4\delta_{ail}(c_{w_I} + c_{w_D})$$



Suponiendo nulo movimiento en la resultante a lo largo de la semienvergadura:

$$c_{wI} = c_{w_D}$$

Simplificando términos:

$$\mathcal{L} = p\left(-C_3(c_{w_I} + c_{w_D})\right) + C_4 \delta_{ail}(c_{w_I} + c_{w_D})$$

Agrupando términos y afectando:

$$C_5 = C_3(c_{w_I} + c_{w_D})$$

$$C_6 = C_4(c_{w_I} + c_{w_D})$$

$$\mathcal{L} = -C_5 p + C_6 \delta_{ail}$$

Recordando la Segunda Ley de Newton:

$$J_{xx}\dot{p} = \mathcal{L} = -C_5p + C_6\delta_{ail}$$

Reordenando términos:

$$\dot{p} = -\frac{C_5}{J_{xx}}p + \frac{C_6}{J_{xx}}\delta_{ail}$$



- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Amortiguamiento aerodinámico



$$\dot{p} = -\frac{C_5}{J_{xx}}p + \frac{C_6}{J_{xx}}\delta_{ail}$$

Sistema de primer orden dependiente solamente de la entrada de alerón. Es necesario recordar que esto considera la velocidad *u* como constante, y el resto como nulas.

Renombrando:

$$C_{roll} = \frac{C_5}{J_{xx}}$$
 $C_{ail_{eff}} = \frac{C_6}{J_{xx}}$

$$\dot{p} = -C_{roll}p + C_{ail_{eff}}\delta_{ail}$$







- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- 3. Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Recapitulación

$$C_L = 2\pi\alpha + 4\pi z$$

$$C_L = 2\pi(\alpha - \alpha_{0_L})$$

$$C_L = C_{L_{\alpha_{3D}}}(\alpha - \alpha_{0_L})$$

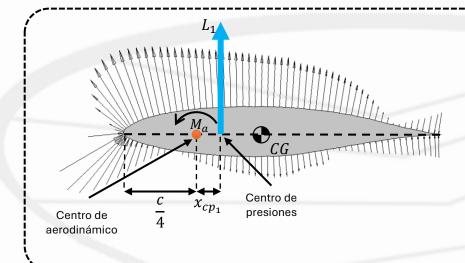
$$C_{L_{\alpha_{3D}}} = \frac{C_{L_{\alpha_{2D}}}}{1 + \frac{C_{L_{\alpha_{2D}}}}{\pi AR}}$$

Para perfiles 2D delgados, el coeficiente de sustentación <u>ideal</u> se puede aproximar con la teoría de perfil delgado.

El ángulo de ataque α_{0_L} es el punto en el que el perfil no genera sustentación. Se puede obtener con la combadura.

La corrección de pendiente se aplica para <u>alas finitas</u> y establece que el término 2π <u>no es ideal</u>, por lo que es necesario encontrar el término corregido.

El Cl_0 no se utiliza directamente en el coeficiente de sustentación de ala finita, pero el α_0 , si es equivalente.



$$X_{cp} = \frac{1}{4} + \frac{\pi z}{C_L}$$

$$X_{cp} = \frac{1}{4} + \frac{\pi z}{2\pi\alpha + 4\pi z}$$

$$C_{M_{\frac{1}{4}}} = -\pi z$$

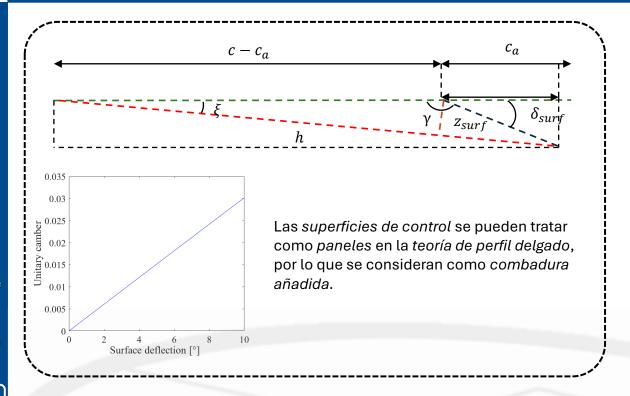
$$M_a = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{M_{\frac{1}{4}}} \bar{c}$$

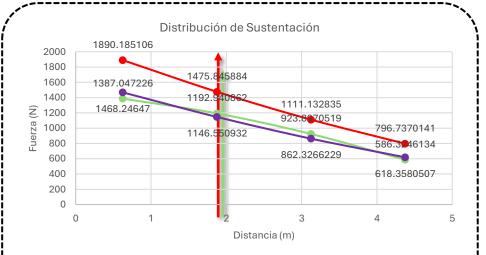
Dado que el **centro de presiones se mueve**, se puede considerar que la sustentación se encuentra en un cuarto de la cuerda, siempre y cuando se **añada el coeficiente de momento aerodinámico** al balance de momentos.



- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- . Recapitulación

Recapitulación





Sí el ala no presenta torcimientos ni estrechamientos importantes, la aproximación de segmentación lineal con corrección de pendiente aproxima de manera adecuada la resultante de sustentación y su ubicación.



- 1. Introducción
- Coeficientes aerodinámicos
- Superficies de control
- 4. Segmentación de ala
- 5. Amortiguamiento aerodinámico
- 6. Recapitulación

Recapitulación

