

# Simulacije leče

*Ray-tracing* je metoda risanja objektov v prostoru, kjer sledimo žarkom svetlobe, in pobarvamo pike na zaslonu glede na barvo in druge lastnosti (kot so odbojnost ali prozornost) materiala objektov, na katere žarek naleti na svoji poti.

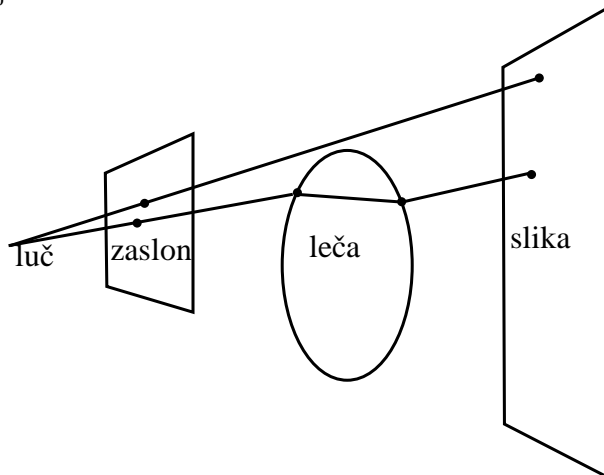
Matematično gledano, je potrebno najti presečišča žarkov (ki jih tipično predstavimo s premicami) z objekti (ki jih lahko predstavimo na različne načine), izračunati odboj ali lom svetlobnega žarka, in nato določiti barvo ali morda slediti žarku še naprej do naslednjega odboja.

## Opis naloge

V nalogi se morate osredotočiti na primer, da imamo lečo z nekim lomnim koeficientom, ki ima obliko, ki jo določa enačba

$$f(x, y, z) \leq 0, \quad (1)$$

(recimo kroga, elipsoid, torus itd), ki stoji med zaslonom in sliko kot kaže spodnja skica:



Radi bi torej simulirali deformacijo slike s pomočjo dane leče.

Za vsak posamezen žarek je v grobem potrebno opraviti naslednji postopek:

Žarek z izhodiščem v točki  $T_0(x_0, y_0, z_0)$  in smerjo  $\vec{v} = (a, b, c)$  predstavimo parametrično z enačbami

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + at \\ y(t) &= y_0 + bt \\ z(t) &= z_0 + ct, \end{aligned} \quad (2)$$

kjer je  $t \geq 0$  parameter. Ali je točka (oz. žarek pri fiksni vrednosti parametra  $t$ ) znotraj ali zunaj leče, pove funkcija (1) ( $f(x, y, z) \leq 0$  znotraj in  $f(x, y, z) > 0$  zunaj). Trk žarka (2) z lečo zaznamo, če za dve vrednosti parametra  $t$  vrednost  $f(x(t), y(t), z(t))$  spremeni predznak. Mesto trka je za kvalitetno sliko treba natančno določiti, za kar je precej učinkovita Newtonova metoda. Rešiti je torej treba enačbo

$$g(t) := f(x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct) = 0, \quad (3)$$

Odvod, ki ga rabite za Newtonovo metodo se izračuna z

$$g'(t) = af_x(x_0+at, y_0+bt, z_0+ct) + bf_y(x_0+at, y_0+bt, z_0+ct) + cf_z(x_0+at, y_0+bt, z_0+ct),$$

kjer so  $f_x$ ,  $f_y$  in  $f_z$  parcialni odvodi funkcije  $f$  po  $x$ ,  $y$  in  $z$ .

Ko izračunamo presečišče premice s ploskvijo, recimo, da to presečišče označimo s  $T_1(x_1, y_1, z_1)$ , dobimo normalo na ploskev v tej točki z

$$\vec{n} = (f_x(x_1, y_1, z_1), f_y(x_1, y_1, z_1), f_z(x_1, y_1, z_1)).$$

Na podlagi vektorja normale  $\vec{n}$ , vektorja vpadnega žarka  $\vec{v}$  in lomnega zakona, je potrebno izračunati nov vektor žarka  $\vec{v}'$ . Potem je treba slediti novemu žarku z začetno točko  $T_1(x_1, y_1, z_1)$  in vektorjem  $\vec{v}'$  do izhoda iz leče, spet na podlagi normale, presečišča in lomnega zakona izračunati novo smer in slediti žarku do slike. Piko na zaslonu potem pobarvamo glede na barvo pike na sliki, ki jo je žarek na koncu zadel.