## 5

# I sistemi di stabilizzazione

5.1	Introduzione	183
5.2	Il modello per i moti di oscillazione	185
5.3	Il controllo del rollio: i sistemi passivi	194
5.4	Il controllo del rollio: i sistemi attivi	205
5.5	Il controllo del beccheggio	210
APP. 1	Elenco dei simboli	211

### 5.1 - Introduzione

L'interesse per il controllo e la riduzione dei moti della nave è giustificato dall'esigenza di garantire le caratteristiche operative richieste. Ogni tipologia di nave mostra esigenze diverse in funzione del compito che deve espletare, così per esempio le navi passeggeri devono garantire una buona abitabilità mentre le navi da carico devono contenere le accelerazioni che possono causare danni alla merce stivata o compromettere l'integrità delle strutture di contenimento della merce. In particolare modo le portacontenitori mostrano la necessità di ridurre tali forze dinamiche sugli stessi contenitori, soprattutto quelli in coperta che, lontani dall'asse di rotazione, possono essere soggetti a forze trasversali elevate causate dal rollio.

Analogo discorso vale per le navi militari, la cui operatività può essere compromessa sia a causa di una cattiva abitabilità, sia perché i sistemi d'arma possono vedere ridotta la loro efficacia con moti nave elevati, sia ancora perché l'appontaggio di velivoli può risultare non sicuro.

Quando si valutano gli effetti sulle persone imbarcate, i termini di controllo dei moti oscillatori sono essenzialmente la velocità e l'accelerazione, mentre per le forze dinamiche indotte va tenuta sotto controllo l'accelerazione e infine per i problemi di appontaggio e di operatività dei sistemi d'arma è molto importante l'entità degli spostamenti.

I moti ai quali la nave risulta più sensibile sono quelli che manifestano fenomeni di amplificazione, e al limite condizioni di risonanza; si tratta dei movimenti che hanno componenti verticali, ossia il rollio, il beccheggio ed il sussulto. Gli spostamenti e le forze causate da questi moti possono raggiungere valori elevati, con amplificazioni di parecchi punti percentuali rispetto alle cause generatrici.

I fattori di amplificazione dei moti verticali vengono misurati come rapporto fra lo spostamento (o rotazione) dinamico e quello statico, riferiti entrambi alla risposta della nave ad un treno d'onde regolari e possono assumere valori piuttosto elevati:

- quello del moto di sussulto può mostrare amplificazioni del 30%,
- quello del moto di beccheggio amplificazioni del 50%,
- ed infine quello del rollio può indicare addirittura aumenti del 100%.

D'altro lato tali moti possono essere controllati attraverso sistemi molto efficaci, infatti le condizioni di risonanza consentono di generare forze di controllo elevate con impianti di piccole dimensioni poiché sia gli spostamenti che le velocità sono elevati. Ciò può essere effettuato utilizzando per esempio casse passive con massa d'acqua piccola rispetto alla massa nave o pinne con superficie piccola rispetto alle dimensioni della nave. Gli altri moti sono di minore entità e più difficili da controllare con precisione, in quanto disturbati dalla variabilità delle cause eccitatrici, inoltre essi interessano più il controllo della rotta che problemi di sicurezza della navigazione.

Il controllo dell'ampiezza dei moti può essere efficacemente effettuato intervenendo in tre modi differenti:

- damping stabilization in questo caso si agisce sulla forza di smorzamento del moto di oscillatorio, per la precisione essa viene aumentata inserendo sulla carena opportune superfici per la dissipazione di energia che generano resistenza in maniera passiva (smorzamento aggiunto) per il caso del rollio si tratta delle cosiddette alette antirollio.
- tuning stabilization consiste nell'allontanare la frequenza naturale della nave da quella della forzante, allo scopo di allontanarsi dalle condizioni di risonanza; questo metodo risulta efficace solo in mare regolare ed è comunque piuttosto scomodo dal punto di vista operativo

perché richiede l'imbarco o lo sbarco di zavorra oppure la variazione di rotta o di velocità (per il caso di onde oblique).

 equilibrium stabilization – con questo approccio si riduce il moto della nave agendo direttamente sulle forze marine eccitanti, che vengono ridotte tramite la generazione di forze in controfase ottenute sia con sistemi azionati indipendentemente dal moto della nave (pinne), sia con smorzatori dinamici azionati dal moto stesso.

Un altro criterio di classificazione degli smorzatori è quello che fa riferimento alla fonte di energia necessaria per il loro funzionamento: si dicono infatti sistemi passivi quelli che funzionano per effetto del solo moto della nave (l'energia è infatti fornita dalla nave con il suo movimento oscillatorio), e sistemi attivi quelli che vengono azionati da motori primi imbarcati. Gli impianti di stabilizzazione si classificano inoltre anche in base alla loro capacità di funzionare o meno anche a nave ferma.

Per il moto di rollio si possono efficacemente utilizzare impianti interni allo scafo che mettono in movimento dei pesi in modo da creare dei momenti raddrizzanti aggiuntivi, ossia dei momenti in controfase rispetto a quelli esterni. In generale però un buon controllo del movimento di rollio e di beccheggio si ottiene con pinne di stabilizzazione.

Il moto di rollio è il più pericoloso perché compromette la stabilità della nave ed è perciò quello sul quale si sono fatti i primi tentativi di controllo e riduzione, ma attualmente sulle navi veloci si è manifestata la necessità di intervenire anche sul movimento di beccheggio soprattutto per problemi di abitabilità, oltre che di mantenimento delle condizioni ottimali per un'alta velocità di crociera.

## 5.2 - Il modello per i moti di oscillazione

Come noto, le oscillazioni provocate dalle onde sulla nave si instaurano manifestando valori limite quando il mare dà origine a forzanti che hanno una frequenza molto vicina a quella di risonanza della nave. La situazione più pericolosa è perciò quella in cui la nave è soggetta ad un *treno d'onde regolari* caratterizzate dall'avere, oltre a detta frequenza, anche un'ampiezza elevata: dall'ampiezza dell'onda dipende infatti l'entità del momento o della forza eccitante generata dalle onde. Un mare regolare come quello descritto è detto "mare lungo" (ed è indicato con il termine anglosassone *swell*) o anche "mare morto".

Lo studio del moto oscillatorio della nave può essere condotto considerando le singole oscillazioni indipendenti di rollio, di sussulto e di beccheggio, anche se in realtà in generale le onde sono oblique ed il conseguente moto oscillatorio è dato dalla composizione dei tre moti semplici. Ogni treno d'onde è infatti caratterizzato, oltre che dalla lunghezza

e dall'ampiezza delle onde componenti, anche dall'angolo di propagazione che, misurato rispetto alla linea di fede della nave, permette di valutare le frequenza relativa nave-onda.

Le oscillazioni di cui si tratta sono oscillazioni forzate che si instaurano perché all'azione del mare, esercitata tramite una forzante armonica, fa contrasto una forza o un momento di richiamo. Appare perciò subito evidente l'analogia con la massa vibrante soggetta ad una forzante periodica e proprio per questo motivo il comportamento della nave può essere studiato con riferimento alla teoria dei sistemi vibranti. In tale analogia la nave è rappresentata da un corpo rigido dotato di un certo numero di gradi di libertà che però, per una trattazione qualitativa del fenomeno, verranno trattati uno indipendentemente dall'altro.

Lo studio del moto oscillatorio viene impostato sotto certe ipotesi semplificative in base alle quali la risposta della nave è linearmente proporzionale all'altezza dell'onda e la sua oscillazione è isofrequenziale, ossia ha la stessa frequenza di quella dell'onda incidente. La prima ipotesi è valida per piccole onde, la seconda è invece valida solo quando il treno d'onde mantiene invariate le sue caratteristiche ed il moto della nave si avvicina ad una condizione di regime.

Per quanto detto, il modello fisico è perciò quello di una massa vibrante – somma della massa della nave e dell'acqua trascinata – che interagisce con l'ambiente esterno, ossia con il mare, sotto l'azione delle seguenti forze:

- una forza eccitante periodica originata dal treno d'onde,
- una forza di richiamo idrostatico che ha chiaramente origine dal campo gravitazionale.
- una forza di smorzamento che si spiega sia con l'energia dissipata in vortici, sia con l'energia spesa per la generazione del moto ondoso irradiato.

Ogni singolo movimento di oscillazione della nave può quindi essere descritto in prima approssimazione richiamando i concetti dei sistemi vibranti ad un grado di libertà. In particolare, si può fare riferimento ad un sistema a massa concentrata in cui il richiamo è realizzato con una molla e lo smorzamento con uno smorzatore viscoso collegati con un capo alla nave e con l'altro ad una fondazione.

Per esprimere le condizioni del moto al vero, la molla deve avere una rigidezza pari a quella della nave, definita come la forza (o il momento) di richiamo che nasce per effetto di una traslazione (o una rotazione) unitaria dalla posizione di equilibrio – rimane sottinteso che quando si parla di oscillazione lineare si fa riferimento al sussulto, mentre quando si parla di oscillazione di rotazione ci si vuole riferire al rollio o al beccheggio. Nel modello perciò la molla è un meccanismo in grado di generare alle sue

estremità una forza (o un momento) proporzionale allo spostamento relativo (di traslazione o di rotazione) fra le estremità stesse, e la rigidezza della molla è per definizione proprio il coefficiente che esprime tale proporzionalità:

$$F_R = kx$$
 [N]  
 $M_R = k_{\varphi} \varphi$  [Nm]

dove k [N/m] è la rigidezza alla traslazione e  $k_{\varphi}$  [Nm/rad] quella alla rotazione, mentre x [m] e  $\varphi$  [rad] indicano rispettivamente lo spostamento lineare e quello di rotazione ed infine con  $F_R$  [N] ed  $M_R$  [Nm] si indicano rispettivamente la forza ed il momento applicati alle estremità della molla (al vero sono le forze di richiamo).

Lo smorzatore viscoso deve invece riuscire a descrivere la modalità con cui il moto della nave viene smorzato. Esso può essere pensato come un meccanismo che crea una forza proporzionale alla velocità del moto, in quanto è proprio dalla velocità che dipende il fenomeno di trascinamento viscoso del fluido che è all'origine dell'energia persa dalla nave in oscillazione. Tale meccanismo sviluppa perciò alle sue estremità una forza che è proporzionale alla velocità di allontanamento delle estremità stesse ed il coefficiente di smorzamento è per definizione proprio il coefficiente che esprime tale proporzionalità:

$$F_{D} = c\dot{x}$$
 [N]  

$$M_{D} = c_{\alpha}\dot{\phi}$$
 [Nm]

dove c [N/ms<sup>-1</sup>] è il coefficiente di smorzamento alla traslazione e  $c_{\varphi}$  [Nm/rad s<sup>-1</sup>] quella alla rotazione, mentre con  $F_D$  [N] ed  $M_D$  [Nm] si indicano rispettivamente la forza ed il momento applicati all'estremità dello smorzatore viscoso (al vero sono le forze spese per la generazione di vortici e delle onde irradiate).

Nel caso di rollio si tratta di descrivere con un modello l'oscillazione forzata di rotazione della nave attorno ad un asse longitudinale baricentrico, modello nel quale si indica:

- con *J* [kgm<sup>2</sup>] il momento d'inerzia di massa della nave rispetto all'asse di rollio, ove la massa è quella complessiva in oscillazione,
- con  $c_{\varphi}$  [Nm/rad s<sup>-1</sup>] il momento di smorzamento indotto da una velocità di oscillazione unitaria,
- con  $k_{\varphi}$  [Nm/rad] il momento di richiamo (o di raddrizzamento) indotto da uno sbandamento unitario,
- ed infine con  $M_o$  [Nm] l'ampiezza del momento eccitante indotto dalle onde che impegnano la nave con frequenza angolare  $\omega$  [rad/s].

In base a queste definizioni la legge del moto di rollio  $\varphi(t)$ , in cui  $\varphi$  [rad] è appunto l'angolo di rollio, può essere determinata a partire dall'equazione di equilibrio dinamico della nave, che si può esprimere nei seguenti termini:

$$J\ddot{\varphi} + c_{\varphi}\dot{\varphi} + k_{\varphi}\varphi = M_{\varphi}\sin(\omega t)$$
 [Nm] (5.2.C)

la cui soluzione a regime, ovvero dopo un tempo sufficiente a far spegnere la componente a frequenza naturale, risulta esprimibile nella forma:

$$\varphi(t) = \Phi \sin(\omega t - \varphi_a)$$
 [rad] (5.2.D)

in cui l'ampiezza  $\Phi$  [rad] del moto e la sua sfasatura  $\varphi_o$  [rad] rispetto al momento eccitante sono espresse dalle relazioni:

$$\Phi = \frac{M_o}{k_{\varphi}} \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}}$$
 [rad] (5.2.E)

$$\varphi_o = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2}\right)$$
 [rad] (5.2.F)

nelle quali con  $\beta$  [-] si indica il rapporto fra la frequenza di eccitazione e la frequenza naturale  $\omega_n$  [rad/s] della nave – di seguito definita – e con  $\zeta$  [-] si esprime il rapporto fra la costante di smorzamento  $c_{\varphi}$  e la costante di smorzamento critico  $c_{\varphi,c}$  – di seguito definito.

Come noto la *frequenza naturale* di un sistema vibrante è la frequenza alla quale esso si porta in oscillazione quando viene spostato dalla sua posizione di riposo e viene poi lasciato libero di vibrare. Essa dipende essenzialmente dalla relazione fra la forza d'inerzia e quella di richiamo ma è influenzata anche dall'entità del coefficiente di smorzamento. Nel caso in cui lo smorzamento sia trascurabile la frequenza naturale è data dalla radice quadrata del rapporto fra la massa (o il momento d'inerzia) del corpo e la rigidezza alla traslazione (o alla rotazione) della molla. In particolare, per il moto di rollio, la frequenza naturale della nave si definisce come:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{\varphi}}{J}}$$
 [rad/s] (5.2.G)

Per quanto riguarda lo *smorzamento critico*, esso rappresenta quel valore limite del coefficiente di smorzamento oltre il quale il moto di vibrazione libera del corpo non è più un moto oscillatorio, benché smorzato, ma diventa un moto semplice che si spegne senza oscillazioni. Il valore dello smorzamento critico si può valutare dalla risoluzione dell'equazione di equilibrio dinamico del moto libero, che corrisponde all'Eq.5.2.C in cui il

momento eccitante è posto uguale a zero (risoluzione dell'equazione omogenea) e vale:

$$c_{\varphi,c} = 2\sqrt{k_{\varphi}J} = 2J\omega_n \qquad [\text{Nm/rad s}^{-1}] \qquad (5.2.\text{H})$$

Nella relazione di Eq.5.2.E, che esprime il moto oscillatorio del corpo, è interessante notare come l'ampiezza dinamica di tale movimento sia uguale al prodotto fra l'ampiezza statica ed un fattore di amplificazione. Si ha infatti che l'*ampiezza statica*  $\Phi_S$  [rad] della rotazione del corpo dalla posizione di riposo è quella che si ottiene con l'applicazione "statica" del momento eccitante. Facendo maturare  $M_o$  in tempi estremamente dilatati le forze d'inerzia e di smorzamento diventano insignificanti ed all'equilibrio la rotazione è regolata dalla sola rigidezza della molla:

$$\Phi_{S} = \frac{M_{o}}{k_{o}}$$
 [rad] (5.2.1)

Il fattore di amplificazione dinamica della rotazione rappresenta poi l'amplificazione della rotazione dinamica rispetto a quella statica. Esso è indicato più correttamente come fattore di risposta degli spostamenti (o rotazioni)  $R_d$  [-] e viene definito come rapporto fra lo spostamento (o rotazione) dinamico e quello statico:

$$R_d = \frac{\Phi}{\Phi_{\rm S}} \tag{5.2.J}$$

e risulta essere dipendente esclusivamente dai rapporti  $\beta$  e  $\zeta$ .

L'analisi della dipendenza dell'ampiezza di rollio dalla frequenza angolare  $\omega$  dell'onda eccitante è utile per spiegare il fenomeno della risonanza. Riguardo alla relazione  $\Phi(\beta)$  si osserva infatti che:

• quando  $\beta$  tende a zero il fattore di risposta  $R_d$  tende all'unità, infatti l'ampiezza del moto quando al limite  $\beta = 0$  è quella statica:

$$\Phi_{\beta=0} = \frac{M_o}{k_{\varphi}}$$
 [rad] (5.2.K)

• quando  $\beta$  tende all'unità il fattore di risposta tende al suo valore massimo che raggiunge per  $\beta = 1$ , per il quale si ha:

$$\Phi_{\beta=1} = \frac{M_o}{k_{\varphi}} \frac{1}{2\zeta} = \frac{M_o}{c_{\varphi} \omega_n}$$
 [rad] (5.2.L)

ove si può osservare che, se lo smorzamento è teoricamente nullo, l'oscillazione raggiunge ampiezze che tendono all'infinito. Nei sistemi reali lo smorzamento, se pur piccolo, esiste e la rotazione raggiunge un

valore di picco: il fenomeno viene detto *risonanza* e la frequenza al quale si manifesta *frequenza di risonanza*. Si osservi che dal punto di vista ingegneristico la frequenza di risonanza viene assunta pari a quella naturale non smorzata.

• quando  $\beta$  tende infine ad un valore elevato rispetto all'unità, il fattore di risposta  $R_d$  tende al valore  $1/\beta^2$  e quindi si ha:

$$\Phi_{\beta \gg 1} = \frac{M_o}{k_o} \frac{1}{\beta^2} = \frac{M_o}{J\omega^2}$$
 [rad] (5.2.M)

Per quanto detto si può osservare che se l'esigenza del controllo del moto di rollio è quella di spegnere l'ampiezza delle rotazioni indotte da una forzante a bassa frequenza, è conveniente agire sul fattore  $k_{\varphi}$  (si veda l'Eq.5.2.K), se invece la forzante ha una frequenza prossima a quella di risonanza, è conveniente agire sul fattore  $c_{\varphi}$  (si veda l'Eq.5.2.L) e se infine la forzante ha una frequenza elevata rispetto a quella di risonanza, allora è conveniente agire sul fattore J (si veda l'Eq.5.2.M).

È quindi evidente che per controllare il moto di rollio in condizioni di risonanza si può intervenire nei modi seguenti:

- aumentando il fattore di smorzamento (*damping stabilization*), in accordo con l'Eq.5.2.L;
- variando la frequenza naturale della nave o quella dell'onda incidente in modo da allontanarsi dalla condizione di risonanza (*tuning stabilization*), in accordo rispettivamente con l'Eq.5.2.G e l'Eq.5.2.U;
- generando un momento periodico di stabilizzazione in controfase rispetto a quello eccitante (*equilibrium stabilization*), in accordo con l'Eq.5.2.C.

In relazione alla risposta della nave si è finora analizzata l'ampiezza del moto espresso nella relazione di Eq.5.2.D. Per quanto riguarda invece lo sfasamento del moto di rollio della nave rispetto al momento d'onda, si può osservare che in condizioni di risonanza essa vale esattamente  $\pi/2$  (quadratura di fase in ritardo). Ciò significa che la nave oscilla con ritardo di fase di  $\pi/2$  rispetto al momento che la fa muovere (non è nota invece la fase rispetto all'elevazione del mare). Nelle altre circostanze la fase tende a zero per piccoli valori di  $\beta$ :

$$\varphi_{o,\beta\to 0} \simeq \operatorname{arctg}\left(0^{+}\right) = 0$$
 [rad] (5.2.N)

e tende a  $\pi$  (controfase) per grandi valori di  $\beta$ :

$$\varphi_{o,\beta\to\infty} \simeq \arctan\left(0^-\right) = \pi$$
 [rad] (5.2.0)

con una legge che dipende dal rapporto  $\zeta$ .

Quanto detto relativamente al moto di rollio si riferisce alla sola ampiezza delle rotazioni. In realtà, come si è precedentemente osservato, non solo le rotazioni eccessive possono comportare problemi alla nave, ma anche forti velocità o accelerazioni di rollio. Infatti, mentre gli sbandamenti vanno controllati per garantire la sicurezza della nave nei confronti dell'imbarco d'acqua o per la stabilità di piattaforma, anche le velocità vanno limitate per garantire la vivibilità della nave ed inoltre le accelerazioni devono essere tenute sotto controllo a causa dei carichi inerziali che esse fanno nascere sulle strutture.

Nota la legge delle rotazioni di rollio, si possono ricavare per derivazione la legge delle velocità e quella delle accelerazioni. Per mettere in risalto la differenza di fase esistente fra rotazione, velocità ed accelerazione è conveniente esprimere le tre leggi con ampiezze positive ed in funzione del seno dell'angolo, ottenendo:

$$\varphi(t) = \Phi \sin(\omega t - \varphi_o)$$
 [rad]  

$$\dot{\varphi}(t) = \Phi \omega \cos(\omega t - \varphi_o) = \Phi \omega \sin(\omega t - \varphi_o + \frac{\pi}{2})$$
 [rad/s] (5.2.P)  

$$\ddot{\varphi}(t) = -\Phi \omega^2 \sin(\omega t - \varphi_o) = \Phi \omega^2 \sin(\omega t - \varphi_o + \pi)$$
 [rad/s<sup>2</sup>]

ove si può osservare che, rispetto all'angolo di rollio, la velocità di rollio è in quadratura di fase in anticipo e l'accelerazione è in opposizione di fase.

Lo studio delle velocità e delle accelerazioni mostra che i valori massimi delle loro ampiezze si manifestano per frequenze della forzante diverse da quella che causa la risonanza della rotazione. Si definiscono perciò una condizione di risonanza degli spostamenti (o rotazioni), una delle velocità ed una delle accelerazioni ma, poiché questi valori sono di poco diversi dalla frequenza naturale del sistema, le tre situazioni vengono usualmente considerate coincidenti dal punto di vista pratico.

Inoltre, in analogia a quanto fatto per le rotazioni, si introducono anche per le velocità e le accelerazioni dei fattori di risposta, con  $R_{\nu}$  [-] si indica infatti il fattore di risposta delle velocità e con  $R_a$  [-] quello di risposta delle accelerazioni, che per definizione valgono:

$$R_{v} = \beta R_{d}$$

$$R_{a} = \beta^{2} R_{d}$$
[-]
$$(5.2.Q)$$

Per il sistema vibrante ad un grado di libertà i tre fattori di risposta vengono usualmente rappresentati con un'*unica curva* espressa in funzione del rapporto  $\beta$  su un piano cartesiano logaritmico nel quale sulle ascisse viene riportato il logaritmo del rapporto  $\beta$ , sulle ordinate il logaritmo di  $R_V$ ,

su un asse aggiuntivo delle ordinate inclinato di  $+45^{\circ}$  il logaritmo di  $R_d$  ed infine su un ulteriore asse delle ordinate inclinato di  $-45^{\circ}$  il logaritmo di  $R_a$ . Ciò trae giustificazione dal fatto che i logaritmi dei tre fattori sono legati nel modo seguente:

$$\log R_d = \log \left(\frac{R_v}{\beta}\right) = \log R_v - \log \beta$$

$$\log R_a = \log (\beta R_v) = \log R_v + \log \beta$$
[-]

e quindi sul piano logaritmico, per un qualsiasi valore dell'ascissa  $\beta^o$ , il fattore di risposta degli spostamenti  $R_d^o$  è uguale al valore di  $R_V^o$  letto per quell'ascissa e diminuito di  $\beta^o$ . Ciò equivale a sottrarre ad ogni lettura  $R_V$  valori crescenti con l'ascissa, valutati con la retta (retta nel piano logaritmico) di coefficiente angolare unitario, e quindi in pratica equivale a fare riferimento ad un asse delle ordinate inclinato di +45° rispetto a quello di  $R_V$ . Discorso analogo vale poi per il fattore di risposta delle accelerazioni  $R_a$ , per il quale la rotazione del sistema di riferimento è opposta e pari a – 45°. Questa rappresentazione grafica mostra in maniera concisa i rapporti fra i fattori di amplificazione ed in particolare che la situazione di risonanza degli spostamenti, delle velocità e delle accelerazioni non sono coincidenti ma molto prossime l'una all'altra.

Le considerazioni qui fatte per il moto di oscillazione forzata di rollio valgono anche per il moto di oscillazione forzata di beccheggio, mentre volendo applicarle al moto di oscillazione forzata di sussulto è necessario sostituire le quantità angolari con quelle lineari come indicato in Tab.5.2.A.

Grandezza	TIPO DI OSCILLAZIONE		
IDENTIFICATIVA	ANGOLARE	Lineare	
del movimento	rotazione $\varphi$	spostamento x	
della causa eccitante	momento M	forza F	
del richiamo (damping)	$M_R = k_{\varphi} \varphi$	$F_R = kx$	
dello smorzamento (damping)	$M_D = c_{\varphi}\dot{\varphi}$	$F_D = c\dot{x}$	
della massa	massa m	mom. d'inerzia $J$	

TABELLA 5.2.A Grandezze significative nei moti di oscillazione.

La frequenza della causa eccitante il moto della nave, ossia del treno d'onde regolari deve essere valutata considerando la velocità relativa nave—onda e le rispettive direzioni di spostamento, ossia in termini di frequenza angolare relativa  $\omega_E$  [rad/s]. Essa può essere calcolata considerando che la nave si muove ad una certa velocità  $V_S$  [m/s] e l'onda procede con velocità  $V_W$  [m/s] (misurata rispetto allo stesso sistema di riferimento) con direzione di propagazione inclinata di  $\mu$  [rad] rispetto alla direzione prora—poppa (per convenzione l'angolo d'incontro è nullo per onda di poppa), perciò la velocità relativa  $V_E$  [m/s] vale:

$$V_E = V_W - V_S \cos \mu \tag{5.2.S}$$

ed il periodo d'incontro relativo  $T_E$  [s] vale:

$$T_E = \frac{L_W}{V_W - V_S \cos \mu}$$
 [rad/s] (5.2.T)

in cui  $L_W$  [m] è la lunghezza dell'onda, perciò in conclusione:

$$\omega_E = \frac{2\pi}{L_w} (V_W - V_S \cos \mu)$$
 [rad/s] (5.2.U)

ove la velocità dell'onda in mare aperto è valutabile tramite la relazione:

$$V_W = \sqrt{\frac{gL_W}{2\pi}}$$
 [rad/s] (5.1.V)

in cui g [m/s<sup>2</sup>] è l'accelerazione di gravità. Perciò l'Eq.5.2.U può essere scritta esclusivamente in funzione dei parametri geometrici del treno d'onde e della velocità della nave.

Per quanto riguarda le frequenze naturali della nave per i singoli moti oscillatori, vale quanto segue.

La frequenza naturale al rollio può essere calcolata in maniera approssimata considerando che la rigidezza della nave al rollio non è altro che il momento sbandante da applicare per ottenere una rotazione unitaria ed è quindi esprimibile all'equilibrio come:

$$k_{\varphi} = \frac{\Delta \overline{GZ}}{\varphi} \left| (\varphi = 1) \right| = \frac{\Delta \overline{GM}_T \sin \varphi}{\varphi} \left| (\varphi = 1) \right| \simeq \Delta \overline{GM}_T \quad [\text{Nm/rad}]$$
 (5.2.W)

dove con  $\Delta$  [N] si indica il dislocamento virtuale della nave, con GZ [m] il braccio di stabilità della nave sbandata e con  $GM_T$  [m] il raggio metacentrico.

Inoltre il momento d'inerzia di massa può essere determinato considerando che le rotazioni estreme avvengono attorno ad un asse prossimo a quello baricentrico, perciò complessivamente

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{\varphi}}{J}} = \frac{\sqrt{g \, \overline{GM}_T}}{i_{\alpha B}}$$
 [rad/s] (5.2.X)

in cui  $i_{\varphi,R}$  [m] è appunto il raggio d'inerzia al rollio della massa virtuale (massa nave comprensiva di massa aggiunta) rispetto all'asse sopra indicato ed essendo generalmente compreso, per navi di forme classiche e distribuzioni usuali della massa, fra 0,33B e 0,45B (dove B [m] è la larghezza della nave), si può considerare in media uguale a 0,40B. Il periodo di oscillazione in risonanza  $T_{\varphi,n}$  [s] si può scrivere quindi come:

$$T_{\varphi,n} = \frac{2\pi i_{\varphi,R}}{\sqrt{g\,\overline{GM}_T}} \tag{5.2.Y}$$

Un discorso analogo può essere fatto per il beccheggio, osservando che in questo caso per navi convenzionali il raggio d'inerzia  $i_{\varphi,P}$  [m] del moto è compreso fra 0,24L e 0,26L (dove L [m] è la lunghezza della nave) e quindi si può considerare in media uguale a 0,25L. La formula per il calcolo della frequenza naturale è uguale a quella che compare in Eq.5.2.X in cui il raggio d'inerzia va però posto pari ad  $i_{\varphi,P}$ .

Infine, per il moto di sussulto il richiamo è offerto dal volume di carena di sovra—immersione o di sovra—emersione parallela che nasce durante la traslazione verticale, perciò la frequenza naturale può essere definita, sempre per piccoli movimenti oscillatori, come:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100g \, \Delta_U}{\Delta}}$$
 [rad/s] (5.2.Z)

in cui in particolare  $\Delta_U$  [Nm/cm] è il momento unitario d'assetto ed in generale, come negli altri casi, le grandezze di massa devono considerarsi comprensive della massa aggiunta.

#### 5.3 – Il controllo del rollio: i sistemi passivi

Come noto, i sistemi passivi sono costituiti da quegli impianti o sistemazioni atti a smorzare il moto oscillatorio della nave sfruttando l'energia fornita dal moto stesso. Esistono essenzialmente due sistemi che sfruttano questo principio di funzionamento per ridurre il rollio della nave:

- le alette antirollio,
- i pesi oscillanti in casse (casse antirollio) o su binari.

Il controllo del moto di rollio di una nave viene effettuato, nel modo più semplice, per mezzo di appendici di carena dette *alette antirollio*, costituite da una lamiera collegata ortogonalmente al ginocchio della nave per

un'estensione longitudinale che va da 1/3 a 2/3 della lunghezza nave. Tale lamiera viene disposta in modo da creare un ostacolo al flusso trasversale che lambisce la carena durante il moto di rollio.

L'azione di riduzione del moto esercitata dalle alette è ottenuta tramite l'aumento delle forze idrodinamiche di smorzamento. È indubbio infatti che l'ostacolo da esse opposto al flusso trasversale è all'origine di una forza aggiuntiva di resistenza; si tratta di una forza esercitata sull'acqua in modo da trasmetterle energia e tale energia, perduta dalla nave, in parte viene dissipata in vortici ed in parte si sfoga nella formazione di un'onda irradiata durante l'oscillazione.

Richiamando il modello di massa vibrante con cui si è studiato il moto oscillatorio della nave, l'effetto delle alette antirollio è quello di aumentare il coefficiente di smorzamento  $c_{\varphi}$  e quindi di ridurre l'ampiezza di oscillazione in risonanza. Dall'Eq.5.2.L si ha infatti che:

$$\Phi_{\beta=1} \propto \frac{1}{c_{\scriptscriptstyle \varphi}}$$
(5.3.A)

Nel contempo le alette sono fonte di una resistenza aggiunta sicuramente imputabile all'aumento della superficie della carena e, per evitare che esse influiscano negativamente anche sulla resistenza di forma e su quella indotta, vengono saldate sul fasciame lungo una linea che si adatti il più possibile al flusso che lambisce lo scafo durante l'avanzo della nave.

Per lavorare al massimo della loro potenzialità le alette vengono fissate a carena sui ginocchi, in tale posizione infatti, durante l'oscillazione della nave, si trovano nel punto più lontano dall'asse di rotazione e di conseguenza:

- da una parte, sperimentano la massima velocità di flusso e quindi, essendo il loro effetto proporzionale alla velocità relativa fra la nave e l'acqua, generano la massima forza idrodinamica,
- dall'altra, lavorando con il massimo braccio rispetto al centro di rotazione, creano il massimo momento smorzante.

La loro collocazione sui ginocchi risponde anche ad un'esigenza di sicurezza della nave infatti, dal momento che esse vengono a trovarsi entro l'ingombro dello scafo, non creano problemi né per l'ancoraggio né per l'ormeggio.

Le alette devono possedere una robustezza strutturale adeguata a farle resistere ad elevate sollecitazioni derivanti dalla forza di resistenza che nasce durante il rollio. Tale forza si manifesta come una pressione sulla superficie dell'aletta e causa la flessione della lamiera stessa. Ciascun tratto di aletta può essere perciò dimensionato con riferimento al modello della trave a mensola, il quale mostra che il punto più critico viene ad essere l'incastro a scafo. Per questo motivo il lembo di saldatura viene irrobustito, infatti la

lamiera costituente l'aletta non viene saldata direttamente sul fasciame del ginocchio ma tramite l'interposizione di una fascia – a mò di flangia – che crea un raddoppio del fasciame ed irrigidisce l'incastro. Al carico diretto va aggiunto anche il carico trasmesso dalla flessione della trave–nave: l'inarcamento dello scafo può causare infatti un'instabilità geometrica e per questo motivo la lamiera viene rinforzata sullo spigolo libero con un ringrosso – che inoltre la irrobustisce anche nei confronti dell'impatto accidentale con corpi estranei.

Si osservi infine che questo è un sistema fisso e non richiede perciò elementi mobili che necessitano di manutenzione, né tanto meno impianti di potenza o sistemi di controllo. Essendo inoltre un sistema passivo, genera un momento smorzante proporzionale ai parametri del moto e quindi in grado di autoregolarsi in funzione delle esigenze. Dal momento che i costi di gestione sono quindi praticamente nulli e che quelli di realizzazione sono bassi, le alette antirollio vengono sempre installate anche quando sono presenti altri sistemi di smorzamento delle oscillazioni, tanto più che esse sono efficaci anche quando la nave ha una velocità di avanzo nulla.

Un altro sistema passivo, più efficace per smorzare il rollio, è quello rappresentato dagli stabilizzatori passivi a masse oscillanti che, messi in movimento dal rollio della nave, agiscono sul moto stesso generando in maniera automatica un momento uguale a quello eccitante ed in controfase. Esistono due tipi di stabilizzatori passivi a masse oscillanti: quelli con un liquido che si sposta da una cassa all'altra (le cosiddette *casse antirollio*) e quelli con una massa solida che si muove su un binario che va da murata a murata.

Nella loro configurazione più classica, le casse antirollio sono formate da due casse poste a murata, riempite d'acqua (in genere acqua dolce) fino ad un certo livello e collegate da un canale esteso per l'intera altezza delle casse stesse. Si tratta di smorzatori molto efficaci che hanno però una configurazione tale da creare un eccessivo ingombro trasversale, impedendo il libero passaggio di impianti, merci e persone in direzione longitudinale.

L'evoluzione di questa configurazione è rappresentata dalle cosiddette casse "Frahm" che differiscono dalle precedenti per il fatto di essere collegate inferiormente da una cassa ricavata nel fondo della nave, tramite la quale l'acqua può fluire da una murata all'altra, e superiormente da una condotta per il passaggio dell'aria: per la loro particolare geometria esse vengono anche dette "casse ad U". In questo modo si riducono gli ingombri risolvendo il problema del passaggio in direzione longitudinale, d'altro lato però l'acqua fluisce con minore facilità e l'efficacia del sistema diminuisce.

Un'altra soluzione è quella ottenuta eliminando il collegamento interno e creando grandi aperture a scafo in corrispondenza di ogni cassa: l'effetto di stabilizzazione è teoricamente lo stesso poiché le casse sono ancora in comunicazione tra loro, non tramite il canale inferiore ma tramite il mare. Infatti, se le aperture a scafo sono sufficientemente grandi, l'acqua, durante il rollio, può scorrere liberamente verso l'interno di una cassa o verso il mare per entrare nell'altra cassa, comportandosi perciò come la massa oscillante di uno smorzatore passivo. Il funzionamento di questo smorzatore può essere anche spiegato considerando che ognuna delle due casse si comporta come uno smorzatore passivo indipendente che genera un proprio momento stabilizzante tramite la forza alternata che matura per effetto della variazione della massa contenuta nella cassa stessa.

In questa tipologia di casse il battente di riferimento è quello medio del mare e l'altezza dell'acqua non può perciò essere regolata per semplice riempimento o scaricamento delle casse ma solo creando un cuscino d'aria in pressione nella parte alta delle stesse. Questa configurazione, che ha pur il vantaggio di ridurre gli ingombri, comporta i soliti problemi correlati alla presenza di acqua di mare, ossia una precoce corrosione delle strutture esposte. Le aperture a scafo inducono inoltre una resistenza aggiunta della carena per effetto dei vortici che si creano sulla scia delle aperture stesse. La soluzione con casse aperte verso l'esterno può essere perciò usata convenientemente su mezzi marini quali le piattaforme che, operando in posizioni fisse, non risentono di quest'ultimo svantaggio e che inoltre, avendo dislocamento pressoché costante – e quindi anche una frequenza naturale di rollio costante – non richiedono la correzione della quantità d'acqua in oscillazione.

Altri tipi di smorzatori passivi a masse oscillanti sono quelli in cui tali masse sono costituite da corpi solidi che si muovono su rotaie poste trasversalmente sulla nave. La massa oscillante si muove su rotaie stese su una superficie insellata in modo da ottenere una forza di richiamo di origine gravitazionale piuttosto che elastica.

Tale sistema di stabilizzazione è poco usato perché richiede un impianto ingombrante (e costoso) posto, in corrispondenza del centro nave, su un ponte coperto, e tale spazio, rubato al carico o a locali di servizio, non è facilmente ricavabile su una nave mercantile.

Il funzionamento degli smorzatori passivi a masse oscillanti si basa sul principio dello *smorzatore dinamico*, in base al quale il moto di rollio viene ridotto grazie al trasferimento di energia dalla nave al peso oscillante, peso che viene portato in movimento dalla nave stessa. Per la comprensione dei meccanismi relativi al funzionamento delle casse antirollio è perciò opportuno chiarire innanzitutto che cos'è uno smorzatore dinamico ed il modello di studio utilizzato sarà quello di una massa vibrante (l'acqua nella cassa antirollio) il cui moto è eccitato da quello della fondazione (la nave).

Per far ciò si consideri un sistema formato da una massa concentrata vibrante dotata di un solo grado di libertà di rotazione e si supponga che tale massa sia eccitata dall'oscillazione armonica della fondazione – alla quale è collegata con una molla e uno smorzatore – caratterizzata dalla legge:

$$\varphi(t) = \Phi \sin \omega t \qquad [rad] \qquad (5.3.B)$$

In analogia a quanto fatto per descrivere l'oscillazione di rollio della nave, l'equazione di equilibrio dinamico può essere scritta considerando i seguenti momenti agenti sulla massa in oscillazione:

- il momento delle forze d'inerzia espresso tramite l'accelerazione angolare assoluta della massa (con  $J_{II}$  [kgm<sup>2</sup>] il momento d'inerzia alla rotazione della massa dello smorzatore, calcolato rispetto all'asse di rotazione),
- il momento delle forze di smorzamento espresso tramite la velocità angolare relativa fra massa e fondazione,
- il momento delle forze di richiamo espresso tramite la rotazione relativa fra massa e fondazione.

ottenendo quindi la relazione:

$$J_{II}\left(\ddot{\psi} + \ddot{\varphi}\right) + c_{II}\dot{\psi} + k_{II}\psi = 0$$
 [Nm] (5.3.C)

in cui l'angolo  $\varphi$  [rad] rappresenta la rotazione della fondazione rispetto ad un sistema di riferimento fisso e  $\psi$  [rad] rappresenta invece la rotazione della massa oscillante rispetto alla fondazione. Tale espressione può essere riscritta come:

$$J_{\scriptscriptstyle II}\ddot{\psi} + c_{\scriptscriptstyle W}\dot{\psi} + k_{\scriptscriptstyle W}\psi = -J_{\scriptscriptstyle II}\ddot{\varphi} = J_{\scriptscriptstyle II}\Phi\omega^2\sin\omega t \qquad [Nm] \qquad (5.3.D)$$

in cui i coefficienti dell'equazione sono riferiti questa volta alla massa oscillante sulla fondazione, che in quanto segue verrà indicata come massa secondaria in contrapposizione alla massa primaria rappresentata dalla fondazione stessa.

La risoluzione dell'Eq.5.3.D è formalmente identica a quella sviluppata per l'Eq.5.2.C. e porge, per la legge di oscillazione della massa secondaria, l'espressione:

$$\psi(t) = \Psi \sin(\omega t - \psi_o)$$
 [rad] (5.3.E)

in cui l'ampiezza del moto  $\Psi$  [rad] e la sua sfasatura  $\psi_o$  [rad] rispetto alla fondazione sono espresse dalle relazioni:

$$\Psi = \Phi \frac{\beta^2}{\sqrt{\left(1 - \beta^2\right)^2 + \left(2\zeta\beta\right)^2}}$$
 [rad] (5.3.F)

$$\psi_o = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2}\right)$$
 [rad] (5.3.G)

in cui i fattori  $\beta$  e  $\zeta$  sono ora calcolati sulle grandezze del moto relativo fra massa primaria e secondaria.

Si valuti ora il momento scambiato reciprocamente fra la massa secondaria e la fondazione. Tale momento  $m_T$  [Nm], che nasce sia per effetto del richiamo, sia per effetto dello smorzamento – nel modello rappresentati dalla molla e dallo smorzatore – si può scrivere, richiamando i termini dell'Eq.5.3.C, come:

$$m_T = c_{\psi}\dot{\psi} + k_{\psi}\psi \tag{5.3.H}$$

e la sua legge armonica di variazione è data dalla relazione:

$$m_T(t) = M_T \sin(\omega t - \delta_0)$$
 [Nm] (5.3.1)

in cui l'ampiezza del momento trasmesso  $M_T$  [Nm] e la sua sfasatura  $\delta_o$  [rad] rispetto al moto della fondazione possono essere calcolati introducendo nell'Eq.5.3.H la legge di oscillazione  $\psi(t)$  della massa secondaria rispetto alla fondazione. Procedendo in questo modo si calcolano l'ampiezza  $M_T$  e la sfasatura  $\delta_{o,rel}$  [rad] rispetto al moto della fondazione, esprimibili con le relazioni:

$$M_{T} = J_{\pi} \omega_{n}^{2} \Phi \frac{\beta^{2} \sqrt{1 + (2\zeta\beta)^{2}}}{\sqrt{(1 - \beta^{2})^{2} + (2\zeta\beta)^{2}}}$$
 [Nm] (5.3.J)

$$\delta_o = \operatorname{arctg}(-2\zeta\beta)$$
 [rad] (5.3.K)

dopodiché, conoscendo lo sfasamento  $\psi_o$  del moto relativo della massa secondaria rispetto alla fondazione, è possibile valutare lo sfasamento complessivo del momento trasmesso  $M_T$  rispetto a detta fondazione, infatti esso è fornito dalla somma dei due sfasamenti:

$$\delta_{o} = \delta_{o,rel} + \psi_{o}$$
 [rad] (5.3.L)

ed utilizzando le formule trigonometriche di addizione applicate alla funzione tangente si può determinare lo sfasamento  $\delta_o$ :

$$\delta_o = \arctan\left(\frac{\operatorname{tg}\psi_o + \operatorname{tg}\delta_{o,rel}}{1 - \operatorname{tg}\psi_o \operatorname{tg}\delta_{o,rel}}\right) = \arctan\left(\frac{2\zeta\beta^3}{1 - \beta^2 + (2\zeta\beta)^2}\right) \quad \text{[rad]} \quad (5.3.\text{M})$$

Il valore massimo del momento trasmesso dalla massa secondaria alla fondazione si verifica quando sono massimi i due momenti parziali di

richiamo e di smorzamento che, dipendendo dall'oscillazione relativa e dalla sua velocità angolare (si veda l'Eq.5.3.H), sono palesemente in grado di estremo quando lo sono queste due grandezze, ossia in condizione di risonanza ( $\beta = 1$ ) del moto della massa secondaria. In tal caso, ammettendo che lo smorzamento sia basso com'è in genere nella realtà, il momento vale:

$$M_{T,\beta=1} = J_{\parallel} \omega_n^2 \Phi \frac{\sqrt{1 + (2\zeta)^2}}{2\zeta} \simeq \frac{J_{\parallel} \omega_n^2 \Phi}{2\zeta}$$
 [Nm] (5.3.N)

e lo sfasamento assoluto vale:

$$\delta_o = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2\zeta}\right) \simeq \frac{\pi}{2}$$
 [rad] (5.3.0)

In conclusione, la massa secondaria funziona come smorzatore del moto della massa primaria esercitando su di essa un momento  $m_T(t)$  come quello sopra definito e la situazione ottimale per lo smorzamento è quella in cui la massa secondaria viene portata ad oscillare in risonanza.

Si consideri ora l'intero sistema formato dalla nave (massa primaria) e dal peso oscillante (massa secondaria): durante il moto di rollio la nave si comporta, nei confronti del peso oscillante, come una fondazione che trasmette un moto armonico. Se la massa secondaria è ben accordata con quella primaria si ottiene il massimo smorzamento del moto in base al principio dello smorzatore dinamico.

La massa primaria interagisce con l'ambiente circostante attraverso un meccanismo di richiamo ed uno di smorzamento del moto (rispettivamente all'origine del momento di raddrizzamento e del momento di smorzamento) ed interagisce con quella secondaria attraverso un sistema simile (momento di richiamo dell'acqua generato dalla forza peso tra vasi comunicanti, smorzamento causato dalle perdite nei condotti dell'acqua e dell'aria), in cui i parametri del moto sono regolati dalla configurazione delle casse e dalla quantità d'acqua in esse contenuta. Il modello fisico del sistema è perciò quello di due masse vibranti collegate tra loro ed in cui la primaria è collegata con l'ambiente tramite un sistema di molle e smorzatori ed è eccitata da una forzante armonica.

Per valutare il funzionamento del sistema complessivo formato dalla nave e dallo smorzatore dinamico è necessario fare riferimento al sistema vibrante a due gradi di libertà formato appunto dalla nave e dal peso oscillante. L'equazione di equilibrio di questo sistema si può scrivere come:

$$\begin{cases} J\ddot{\varphi} + c_{\varphi}\dot{\varphi} + k_{\varphi}\varphi - c_{\psi}\dot{\psi} - k_{\psi}\psi = M_{o}\sin(\omega t) \\ J_{II}\left(\ddot{\psi} + \ddot{\varphi}\right) + c_{\psi}\dot{\psi} + k_{\psi}\psi = 0 \end{cases}$$
 [Nm] (5.3.P)

Nell'ipotesi che lo smorzatore e la nave abbiano la stessa frequenza naturale, considerando inoltre che gli smorzamenti siano trascurabili ed osservando che la massa primaria della nave è molto più grande della massa secondaria dello smorzatore, dalla risoluzione delle equazioni di equilibrio si ottiene che il sistema vibrante a due gradi di libertà praticamente possiede, in questo caso particolare, un'unica frequenza naturale pari a quella delle due masse. In sostanza è la massa principale che governa il moto del sistema.

In base a questa considerazione, la presenza di uno smorzatore in azione a bordo della nave non modifica la frequenza di risonanza della nave perciò, accordando i due sistemi vibranti in modo che abbiano la stessa frequenza naturale, si ottiene la massima forza trasmessa (infatti sulla fondazione maturano gli spostamenti massimi). Ciò comporta inoltre anche una maggiore prontezza di risposta dello smorzatore, infatti esso funziona pienamente solo quando il moto è a regime.

Rimane ora da chiedersi se il momento massimo trasmesso alla nave dallo smorzatore sia opportunamente orientato rispetto a quello eccitante il moto. L'analisi degli sfasamenti permette di rispondere al quesito, confermando che la sincronizzazione fra le due masse comporta un effetto tale da rendere particolarmente efficace l'azione dello smorzamento dinamico: in tale condizione infatti la massa secondaria può trasmettere a quella primaria un momento (che è in grado di massimo) in controfase con quello che genera il movimento, ossia con quello causato dalle onde.

In condizioni di risonanza per la nave e per lo smorzatore si misurano i seguenti sfasamenti:

• la nave oscilla in quadratura di fase (in ritardo) rispetto alla forzante generata dalle onde, dall'Eq.5.2.F si ha infatti:

$$\varphi_{o,\beta=1} = \arctan\left(\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2}\right)_{\beta=1} = \frac{\pi}{2}$$
 [rad] (5.3.Q)

• il momento trasmesso alla nave dallo smorzatore ha una fase, misurata rispetto al moto della nave, valutabile con l'Eq.5.3.M:

$$\delta_{o,\beta=1} = \arctan\left(\frac{2\zeta\beta^{3}}{1-\beta^{2}+(2\zeta\beta)^{2}}\right)_{\beta=1} = \arctan\left(\frac{1}{2\zeta}\right)_{\beta=1} \simeq \frac{\pi}{2} \quad \text{[rad]} \quad (5.3.R)$$

in cui lo sfasamento nullo è da riferirsi al caso pratico in cui sia trascurabile il coefficiente di smorzamento interno alla cassa.

In definitiva, il momento trasmesso è praticamente in controfase con il momento generato dal treno ondoso. Perché ciò accada è però necessario che la forma delle casse sia opportunamente disegnata, in modo che il coefficiente di smorzamento cui è soggetta la massa secondaria sia minimo.

È interessante inoltre osservare che in tale condizione di funzionamento la massa smorzante si muove in quadratura di fase (in ritardo) rispetto alla nave, infatti dall'Eq.5.3.G si ha:

$$\psi_{o,\beta=1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2}\right)_{\beta=1} = \frac{\pi}{2}$$
 [rad] (5.3.R)

In conclusione, con una appropriata regolazione della frequenza naturale della massa secondaria in presenza di un basso coefficiente di smorzamento, si può ottenere un momento in controfase rispetto a quello che causa il moto della nave.

In particolare, per quanto riguarda le casse antirollio, lo smorzamento dipende dalla forma della cassa stessa e delle condotte di collegamento. Studi sistematici sulle dimensioni delle casse hanno permesso di valutare i parametri significativi per un buon progetto, che sono così riassumibili:

- un rapporto elevato fra altezza e larghezza della cassa allo scopo di ottenere, a parità di effetto (ossia facendo oscillare la stessa massa), minimi specchi liquidi liberi;
- una dimensione longitudinale elevata in modo da contenere l'ingombro trasversale, infatti il momento di reazione dinamica è linearmente proporzionale alla lunghezza della cassa;
- un baricentro della cassa riempita lontano (in direzione verticale) dal baricentro nave, cosicché l'acqua si porta prima in movimento perché viene a trovarsi lontano dall'asse di rotazione.

La frequenza di riferimento per il progetto è quella di risonanza del moto di rollio della nave, perciò la cassa deve essere progettata in modo da fornire, in condizione di risonanza, il momento di smorzamento avente l'ampiezza voluta. Ciò implica che, con riferimento ad un'onda al traverso di ampiezza limite (tale da dare il momento eccitante estremo  $M_o$ ) e frequenza pari a quella di risonanza al rollio:

• la quantità d'acqua deve garantire il più possibile la condizione di equilibrio dinamico:

$$\begin{cases} M_o = M_{T,\beta=1} \\ M_{T,\beta=1} \simeq \frac{J_{\pi} \omega_n^2 \Phi}{2\zeta} \end{cases}$$
 [Nm] (5.3.S)

in virtù del suo momento d'inerzia  $J_{II}$  pari a:

$$J_{II} = J_o + m_{II} l^2$$
 [kgm<sup>2</sup>] (5.3.T)

dove  $J_o$  [kgm<sup>2</sup>] è il momento d'inerzia proprio ed l [m] è la distanza del baricentro della massa d'acqua dal baricentro nave (ossia dall'asse di rollio).

• la distribuzione dell'acqua, e quindi la forma della cassa, deve inoltre essere tale da realizzare una frequenza naturale pari a quella della nave; tale frequenza può essere calcolata in analogia con quella del pendolo composto:

$$\begin{cases}
\omega_{n} \big|_{\text{massa I}} = \omega_{n} \big|_{\text{massa II}} \\
\omega_{n} \big|_{\text{massa II}} = \sqrt{\frac{k_{\psi}}{J_{II}}} = \sqrt{\frac{gl}{i_{II}^{2} + l^{2}}}
\end{cases}$$
[rad/s] (5.3.U)

dove  $i_{II}$  [m] è il raggio d'inerzia relativo al momento d'inerzia  $J_{II}$ .

Quando i parametri di massa e momento d'inerzia non sono regolabili su tutto il campo di variazione, corrispondente alle diverse condizioni di caricazione della nave, la cassa può essere divisa in due parti in modo da avere maggiore flessibilità di risposta.

La massa d'acqua deve essere poi regolata, ad ogni viaggio, per accordare la frequenza naturale della cassa con quella della nave, infatti la frequenza naturale della nave può variare fortemente al variare delle condizioni di caricazione. Tale regolazione viene in genere fatta alla partenza della nave dal porto e non in navigazione. Ovviamente, se si vuole far funzionare lo smorzatore dinamico su una frequenza diversa da quella di risonanza della nave è sufficiente variare la massa d'acqua in esso contenuta. Questa correzione può essere necessaria per sintonizzare la cassa con il particolare moto ondoso incontrato dalla nave.

La taratura all'inizio del viaggio viene effettuata, come detto, per sincronizzare le casse antirollio con la frequenza naturale della nave, che è funzione del suo dislocamento e della posizione verticale del baricentro dei pesi. Risulta perciò necessario, a nave carica prima della partenza, fare la pesata della nave per ottenere il dislocamento e procedere poi ad una prova di stabilità per calcolare la posizione verticale del centro dei pesi: la prima operazione è molto semplice, mentre la seconda viene effettuata in maniera piuttosto approssimata usando come peso mobile l'acqua contenuta nelle casse antirollio. Ciò permette di risalire alla frequenza naturale della nave e quindi, tramite opportune tabelle a disposizione del comando, alla quantità d'acqua da immettere in dette casse per avere il funzionamento ottimale del sistema smorzante.

L'efficacia di questi sistemi è elevata quando il rollio è causato da onde regolari aventi una frequenza prossima a quella naturale della nave. se il mare però non è regolare, l'efficacia si riduce poiché la regolazione della quantità d'acqua nelle casse non può essere effettuata con continuità. Infatti la regolazione continua mal si presta ad un impianto i cui tempi di risposta alla taratura sono elevati rispetto ai tempi di variazione del fenomeno da controllare – tale regolazione si sposa meglio con impianti più facilmente regolabili istante per istante. Per frequenze prossime a quella di risonanza l'effetto di smorzamento può essere comunque ancora elevato (mentre contemporaneamente l'amplificazione dinamica del moto indotto sulla nave si riduce).

E' importante osservare che per entrare in azione questo sistema ha bisogno di essere eccitato dal moto della nave, perciò può intervenire solo quando il moto di rollio si è manifestato ed inoltre, per lo stesso motivo, non può annullare completamente il moto oscillatorio della nave stessa. Tali sistemi passivi hanno però il vantaggio di funzionare indipendentemente dalla velocità di avanzo della nave e sono indispensabili quando il mezzo marino deve possedere particolari doti di stabilità a velocità basse o nulle.

Una ulteriore evoluzione delle casse antirollio è rappresentata dalle casse passive controllate utilizzate per effettuare il controllo del rollio anche in situazioni di non risonanza. In esse viene realizzato un sistema di controllo del movimento dell'acqua tramite l'inserimento di una valvola sulla condotta dell'aria. Agendo sulla valvola si ottiene infatti una certa regolazione dello smorzamento del moto dell'acqua nella cassa perché si ostacola il deflusso dell'aria e quindi il moto dell'acqua stessa. Ciò consente di inseguire il momento eccitante con un momento smorzante in controfase, senza dover continuamente accordare lo smorzatore variando la quantità d'acqua contenuta nelle casse, infatti la fase di azione dello smorzatore è regolata dal coefficiente di smorzamento (si veda l'Eq.5.3.M).

Le casse passive controllate si comportano qualitativamente come quelle passive quando la valvola è aperta, mentre il moto può essere praticamente inibito se la valvola è chiusa. Il progetto viene fatto in modo che con valvola aperta la cassa sia tarata per rispondere in maniera isofrequenziale ai moti nave di più elevata frequenza (anche al di fuori dalla risonanza): viene poi accordato con forzanti a frequenza più bassa chiudendo parzialmente la valvola di controllo. Infatti, se la valvola riduce la portata si può avere un abbassamento della frequenza naturale del sistema e quindi un migliore smorzamento alle frequenze più basse.

Gli svantaggi sono rappresentati dalla necessità di utilizzare un impianto di controllo del flusso dell'aria che, oltre a costi aggiuntivi per l'impianto stesso comporta anche maggiori ingombri. Inoltre le casse devono poter sopportare la pressione interna indotta dall'aria. Va riconfermato comunque che i sistemi di controllo sulle casse antirollio mal si adattano alle modalità di funzionamento delle casse stesse.

#### 5.4 – Il controllo del rollio: i sistemi attivi

Il controllo del rollio può essere effettuato con impianti più efficaci di quelli fin qui descritti utilizzando sistemi che si basano sul principio del cosiddetto *equilibrium stabilization*. Si tratta di sistemi attivi caratterizzati dalle seguenti componenti:

- un impianto di rilevazione del moto della nave (in termini di spostamenti, velocità e accelerazioni);
- un sistema automatico di previsione della forza che deve essere applicata per smorzare il moto appena misurato;
- un impianto di azionatori per l'applicazione della forza.

Nel caso del rollio si tratta in particolare di applicare un momento  $m_S$  [Nm] in opposizione di fase rispetto a quello che causa il moto, indicato con  $M_o$  in Eq.5.2.C; perciò deve valere:

$$m_S(t) = M_o \sin(\omega t + \pi)$$
 [Nm] (5.4.A)

Appare evidente che tale momento deve essere conosciuto con un sufficiente anticipo per poter essere poi generato efficacemente. Il principio di controllo si basa sulla possibilità di risalire al valore del momento forzante dall'equazione di equilibrio dinamico una volta che sono noti i parametri del moto e una volta previsti i valori dei coefficienti di massa aggiunta, di smorzamento e di richiamo – che in genere non sono costanti ma sono funzione della frequenza di oscillazione e dell'ampiezza del moto stesso.

La valutazione si fa più semplice quando la nave si trova ad oscillare in condizioni di risonanza. In questo caso infatti il moto avviene in quadratura di fase rispetto al momento eccitante e quindi, istante per istante, il momento esterno è bilanciato dal solo momento di smorzamento, mentre i momenti delle forze d'inerzia e di richiamo lavorano in controfase bilanciandosi tra loro. Perciò, in prima approssimazione, in prossimità della situazione di risonanza l'equazione di controllo del moto può essere semplificata.

Tale metodo di previsione funziona però solamente quando la nave si trova a navigare in un mare pressoché regolare, ma non è applicabile in mare confuso.

I primi sistemi attivi che sono stati realizzati hanno avuto origine dalle casse passive. L'evoluzione di queste ultime in un sistema attivo (*casse attive*) è stata ottenuta con l'aggiunta di due componenti, ossia un impianto per la movimentazione dell'acqua ed un sistema di controllo. Nel condotto inferiore di connessione delle casse laterali viene infatti inserita una pompa ad elevata portata (per esempio una pompa assiale) sulla quale l'impianto di controllo agisce facendo variare la velocità ed alternando l'aspirazione con la mandata. Si osservi che il funzionamento della cassa non è più quello

dello smorzatore dinamico, poiché il movimento dell'acqua è realizzato dalla pompa e non dalla nave.

Come precedentemente detto, tale sistema, ossia quello delle casse d'acqua, nel complesso non si presta ad un controllo automatico, esiste infatti un inevitabile ritardo tra l'istante in cui viene misurato il moto – e calcolato il momento di reazione al rollio – e l'istante in cui la massa d'acqua viene portata in movimento per essere trasferita da una cassa all'altra. Il ritardo di risposta è all'origine di una inevitabile riduzione di efficacia del sistema.

Un altro sistema è quello che si basa sul principio della *precessione del giroscopio*. I giroscopi sono corpi rigidi rotanti su sistemi cardanici che permettono rotazioni su tutti e tre i gradi di libertà. Quando un giroscopio è in rotazione attorno ad un asse e viene sollecitato da una coppia esterna ortogonale a detto asse, su di esso nasce un'accelerazione ortogonale all'asse di rotazione e all'asse della coppia esterna. Tale moto viene detto di precessione e, se viene impedito, nasce una coppia reattiva che si scarica sulle fondazioni del giroscopio, coppia che può essere sfruttata per la stabilizzazione del rollio.

I giroscopi sono sistemati sulla nave con l'asse (verticale od orizzontale) appartenente al piano trasversale e vengono sollecitati da un momento esterno, appositamente generato, agente lungo un asse ortogonale a quello di rotazione ma appartenente sempre al piano trasversale della nave: in tal modo la coppia reattiva risulta generata in direzione longitudinale. Se i parametri del moto del giroscopio sono accordati con quelli del moto di rollio tale coppia può avere legge armonica ed essere orientata efficacemente in controfase con la forzante di rollio.

Il sistema presenta il vantaggio di essere contenuto completamente entro scafo ma è ingombrante e pesante e inoltre richiede una notevole potenza per il funzionamento, infatti il momento reattivo stabilizzante  $M_S$  [Nm] generato dal giroscopio è proporzionale al momento d'inerzia  $J_G$  [kg m²] della massa in rotazione, alla sua velocità angolare  $\Omega_G$  [rad/s] ed alla velocità angolare  $\omega_G$  [rad/s] con cui viene impresso il moto all'asse giroscopico:

$$M_S = \left| J_G \vec{\Omega}_G \wedge \vec{\omega}_G \right| = J_G \Omega_G \omega_G$$
 [Nm] (5.4.B)

Il vantaggio dei sistemi a casse attive ed a giroscopi è quello di funzionare anche a nave dotata di velocità di avanzo nulla. Il miglior controllo del rollio si ottiene però con le pinne di stabilizzazione, un sistema che per funzionare sfrutta il flusso creato dall'avanzo della nave (che deve essere di almeno qualche nodo). Se invece la nave necessita di una buona stabilità di piattaforma a basse velocità operative (o a nave ferma) la via

migliore è quella di equipaggiare l'imbarcazione con casse passive antirollio (come nel caso delle navi oceanografiche o delle installazioni fisse).

Quando una nave richiede elevate doti di stabilità vengono installate, oltre alle alette antirollio, anche le pinne antirollio, costituite da una coppia di superfici idrodinamiche mobili che fuoriescono dai fianchi a centro nave all'altezza del ginocchio (in genere una coppia ma in casi particolari anche due coppie). La collocazione a centro nave nasce dall'esigenza di non provocare effetti indesiderati sul beccheggio, oltre che di non risentire di tale moto durante il controllo del rollio.

Tali superfici hanno l'asse di rotazione disposto sul piano trasversale della nave e sono in grado di generare forze di portanza orientate in modo da produrre un momento sempre opposto a quello causato dalle onde – il principio di funzionamento delle pinne è lo stesso di quello del timone verticale passivo. Inoltre, per essere maggiormente efficaci il loro asse viene steso nella direzione congiungente la radice della pinna con il centro di rotazione della nave in rollio, in modo da sfruttare il braccio massimo. Riguardo alla loro collocazione verticale, per evitare che fuoriescano dal fondo della nave, vengono poste sulla murata ma il più vicino possibile al ginocchio (si ricordi infatti che le forze idrodinamiche sono proporzionali al quadrato della velocità del flusso incidente).

A fronte dell'alto costo d'installazione, il vantaggio di tale sistema è essenzialmente quello di coniugare bassi costi di funzionamento con un'alta efficacia di riduzione del rollio, con estinzioni che possono raggiungere il 90% del valore che si realizza in risonanza. Per contro, esse comportano un aumento della resistenza al moto di avanzo della nave e, come già accennato, la necessità di una minima velocità di avanzo per garantire una sufficiente coppia di controllo del rollio.

Nelle prime applicazioni le pinne antirollio avevano asse fisso e perciò costituivano un notevole ingombro per le operazioni di manovra in acque ristrette e per l'avvicinamento alla banchina. Negli impianti ora utilizzati le pinne sono retrattili con un movimento di rotazione ortogonale all'asse o di traslazione lungo l'asse. In queste moderne sistemazioni si hanno ovviamente costi maggiori di installazione e di gestione, maggiore ingombro interno e peso ed infine anche perdita di spinta per l'appendice negativa di carena. In compenso l'efficienza idrodinamica può essere migliorata con un maggiore allungamento, infatti l'esercizio della nave in acque ristrette non viene compromesso da una pinna che viene estratta solo durante la navigazione. Le applicazioni sono usuali su navi veloci, navi militari e navi passeggeri.

Il disegno della superficie idrodinamica segue le stesse regole descritte per il timone verticale, ma vanno distinte le configurazioni di pinna fissa e pinna mobile: entrambe sono a superficie completamente mobile, ma quella fissa porta usualmente un flap di coda a causa della bassa portanza specifica causata da un basso allungamento. In generale vale quanto segue:

- la forma è rettangolare o solo leggermente trapezoidale, si noti infatti che, rispetto alla pala rastremata, quella rettangolare presenta una maggiore distanza del centro di pressione dall'asse di rollio della nave e di conseguenza un maggiore braccio di lavoro per la generazione del momento stabilizzante;
- l'allungamento geometrico è al massimo prossimo a  $\lambda = 3.0$  per quelle mobili ed è circa unitario per le altre, inoltre esso viene virtualmente aumentato con una lamina di estremità;
- lo spessore massimo è generalmente costante (la superficie è a semplice curvatura) e nel caso di pinna retrattile il profilo alare ha un bordo di uscita con spessore elevato (del tipo fish tail), in modo da generare una maggiore portanza e da costituire una specie di coperchio del vano di alloggiamento quando la pinna si trova entro carena in posizione di riposo.

Riguardo a quest'ultimo punto va osservato che, in base a considerazioni di sicurezza operativa, è conveniente che la pinna fuoriesca dallo scafo con il bordo di attacco, in modo da poter rientrare automaticamente in caso di avaria del sistema, sospinta dal flusso che lambisce la carena. Questa è la soluzione più usualmente adottata.

Sulle navi passeggeri e sulle militari può essere però essenziale ridurre il rumore prodotto dal funzionamento della pinna quando il flusso vorticoso che la abbandona all'estremità entra in contatto con il recesso di carena che costituisce l'alloggiamento della pinna stessa. In tal caso è chiaramente conveniente che la pinna lavori a poppavia del recesso e per far ciò deve fuoriuscire dallo scafo con il bordo posteriore.

La forza idrodinamica generata dalla pinna è abbattuta, rispetto al piano trasversale, di un angolo che dipende dalla direzione del flusso incidente e dall'angolo di attacco: la componente utile  $F_S$  [N] di tale forza è quella che appartiene al piano trasversale della nave. Il braccio  $b_S$  [m] con cui essa lavora rispetto all'asse di rollio può essere approssimato con la distanza del centro di pressione della pala dal baricentro della nave, cosicché il momento stabilizzante  $M_S$  della coppia di pinne può scriversi come:

$$M_S = F_{S,I}b_S + F_{S,2}b_S = (F_{S,I} + F_{S,2})b_S$$
 [Nm] (5.4.C)

Le pinne si trovano infatti in posizioni simmetriche rispetto alla mezzeria nave, e quindi i bracci  $b_S$  sono uguali, ma le forze da esse generate sul fianco di sinistra e su quello di dritta sono differenti a causa dell'asimmetria del flusso che lambisce lo scafo – benché un buon funzionamento del sistema di

regolazione dovrebbe far si che il momento utile sia egualmente distribuito sulle due pale (ciò comporterebbe l'uguaglianza delle forze  $F_S$ ).

Nel caso ideale, il flusso longitudinale nella direzione della velocità di avanzo si somma a quello tangenziale indotto dal rollio determinando un flusso omogeneo inclinato di un angolo  $\alpha_o$  [rad], verso l'alto su un lato e verso il basso sull'altro lato. A tale riguardo si può osservare che i moti simmetrici (sussulto e beccheggio) inducono sulla coppia di pinne una variazione simmetrica dell'angolo di attacco, mentre il moto asimmetrico di rollio provoca variazioni di segno opposto. In questa situazione ideale è possibile far generare alla singola pinna la forza voluta, infatti:

- noto l'angolo  $\alpha_o$  di provenienza del flusso, si è in grado di valutare l'angolo di attacco  $\alpha_F$  per ogni angolo di barra della pinna;
- noto l'angolo di attacco e noti i coefficienti idrodinamici della pala, si può determinare la forza  $F_s(\alpha_F)$  da far generare ad ogni pinna.

Nel caso reale l'angolo di attacco non è però noto a priori perché non si è in grado di conoscere con esattezza né il moto complessivo della nave rispetto ai sei gradi di libertà, né l'andamento del flusso asimmetrico che lambisce la carena in questa circostanza. Di conseguenza non appare possibile effettuare né la previsione né il controllo della forza generata dalla pinna.

A questo punto l'unica via per correlare l'angolo di barra alla forza generata dalla pinna, è quella di misurare direttamente sull'albero la forza che la pinna sta esprimendo e di variare l'angolo di barra finché tale forza raggiunge il valore voluto, basandosi in prima approssimazione sulla linearità della legge  $F_S(\alpha_F)$  – si presuppone cioè di far lavorare la superficie idrodinamica per angoli medio–piccoli, per i quali la legge di crescita della portanza è praticamente lineare. Questo procedimento permette implicitamente di suddividere il carico in maniera uguale fra le due pinne.

La forza prodotta su ogni pinna deve variare in funzione dell'angolo istantaneo di rollio con legge armonica, e per ottenere tale variazione è necessario modificare con continuità l'angolo di barra in modo che gli angoli di attacco siano tali da far generare il momento complessivo voluto, un momento cioè che equilibri, istante per istante, quello forzante delle onde. In particolare, richiamando le equazioni che esprimono il moto di oscillazione della nave, in risonanza la legge del momento  $M_S$  (ovvero della forza  $F_S$ ) deve essere in quadratura di fase in ritardo rispetto al moto stesso, in modo da trovarsi in opposizione di fase con la causa eccitante.

Ciò significa che nell'istante in cui la nave è diritta la pinna deve esprimere la massima forza  $F_S$  ed avere quindi la massima inclinazione rispetto alla direzione del flusso. Questo flusso ha una direzione variabile in virtù della legge armonica della sua componente trasversale originata dal

rollio della nave – componente che è in fase con  $M_S$  – perciò l'escursione dell'angolo di barra è ridotta grazie al fatto che la pala deve dare la massima portanza proprio quando l'angolo del flusso ha la massima inclinazione.

Il sistema di stabilizzazione con pinne attive non è però autoregolante come quello basato sul funzionamento dello smorzatore dinamico, infatti in quel caso lo smorzatore assorbiva automaticamente dalla nave energia in maniera proporzionale all'entità dell'oscillazione, arrivando in teoria ad estinguere completamente il moto stesso.

Ora invece, rimanendo costante la forzante, il momento stabilizzante deve essere pur esso costante ma, poiché l'ampiezza di rollio si va spegnendo, anche l'ampiezza della velocità di rollio si riduce e quindi sono necessarie escursioni maggiori dell'angolo di barra (arrivando in teoria ad estinguere completamente il moto stesso). La regolazione che ne segue deve essere fatta con continuità senza indurre brusche accelerazioni sulla nave.

Come accennato, la regolazione dell'angolo di attacco, per essere efficace, dovrebbe essere effettuata controllando direttamente la forza generata dalle pinne. Ciò può essere fatto misurando il momento flettente alla radice della pinna tramite estensimetri posti sull'asse oppure utilizzando un albero cavo con barra—trasduttore coassiale. Il valore che si ottiene va poi confrontato con quello previsto in base ai parametri del moto della nave. Ciò significa che anche il moto deve essere misurato istante per istante. Sulla base di questo confronto il sistema di regolazione della pinna è in grado di effettuare la correzione necessaria, aumentando o diminuendo di una certa quantità (in funzione del gradiente di crescita della portanza) l'angolo di barra. Si può effettuare in tal modo una regolazione veloce oltre che equilibrata fra le due pinne.

In alternativa, se il moto ondoso è particolarmente stazionario, la regolazione può essere fatta misurando la variazione di oscillazione della nave da un ciclo all'altro ed utilizzando questo parametro per correggere gli angoli di attacco delle pinne, sfruttando anche qui una relazione lineare per il gradiente di crescita della portanza, finché l'oscillazione non si smorza fino al valore desiderato.

L'impianto di potenza della pinna è usualmente di tipo elettro-idraulico, del tutto simile a quello utilizzato per il timone, dal quale differisce per il meccanismo di rientro della pinna, costituito da un attuatore lineare che fa ruotare il blocco formato dalla pinna e dal suo motore.

## 5.4 – Il controllo del beccheggio

Il controllo del beccheggio viene effettuato allo scopo di permettere il mantenimento di elevate velocità di crociera anche con mari mediamente mossi, favorendo il controllo di rotta ed assieme riducendo gli effetti indesiderati quali lo slamming e l'aumento di resistenza aggiunta.

Il moto di beccheggio è difficilmente controllabile con sistemi interni basati sullo spostamento di pesi perché i momenti richiesti sono molto elevati e dovrebbero essere ottenuti con pesi altrettanto elevati o con improbabili movimenti molto veloci su un lungo percorso. Inoltre il moto non avviene in genere in condizioni di risonanza e quindi sarebbe estremamente difficile sincronizzare con continuità uno smorzatore dinamico.

Una prima via seguita per smorzare il moto di beccheggio è stata quella di porre sulla carena delle pinne fisse orizzontali (sia a prora, sia a poppa), in modo da far ridurre l'ampiezza del moto oscillatorio in virtù di un aumento dello smorzamento, come nel caso delle alette antirollio. Queste coppie di pinne devono essere disposte ad una sufficiente profondità dal galleggiamento, in modo da non fuoriuscire durante il beccheggio in mare mosso (ciò provocherebbe il loro danneggiamento al successivo contatto con l'acqua).

Le forze richieste possono essere altresì ottenute con pinne stabilizzatrici di prora, che lavorino eventualmente in coppia con quelle antirollio poste a centro nave. A tale scopo le due coppie di pinne possono essere sincronizzate, ottenendo contemporaneamente la riduzione del rollio, del beccheggio (e anche del sussulto).

## APP. 1 - Elenco dei simboli

$lpha_F$	[rad]	angolo di attacco sulla pinna
$lpha_o$	[rad]	angolo del flusso sulla pinna (rispetto all'orizzontale)
$\beta$	[-]	rapporto fra $\omega$ ed $\omega_n$
$\delta_{\!\scriptscriptstyle o}$	[rad]	sfasatura del momento $m_T(t)$
$\delta_{o,rel}$	[rad]	sfasatura relativa del momento $m_T(t)$
Δ	[N]	dislocamento (virtuale) della nave
$\Delta_U$	[Nm/cm]	momento unitario d'assetto
$\varphi$	[rad]	spostamento di rotazione
$\Phi_{S}$	[rad]	ampiezza della rotazione "statica"
Φ	[rad]	ampiezza del moto di rollio
$arphi_o$	[rad]	sfasatura di $\varphi(t)$
λ	[-]	allungamento geometrico
$\mu$	[rad]	angolo della direzione di propagazione del treno ondoso
$arOldsymbol{arOldsymbol{G}}$	[rad/s]	velocità angolare del giroscopio
$\omega$	[rad/s]	frequenza angolare
$\omega_n$	[rad/s]	frequenza naturale della nave (rel. al singolo moto)

```
[rad/s]
                       frequenza angolare relativa nave-onda
\omega_E
         [rad/s]
                       velocità angolare impressa all'asse giroscopico
\omega_G
                       rotazione della massa secondaria
         [rad]
Ψ
                       ampiezza del moto della massa secondaria
         [rad]
         [rad]
                       sfasatura del moto della massa secondaria
\psi_o
        [-]
                       rapporto fra c_{\varphi} e c_{\varphi,c}
В
         [m]
                       larghezza della nave
b_{S}
         [m]
                       braccio della forza stabilizzante
         [N/ms^{-1}]
                       coefficiente di smorzamento alla traslazione
c
         [Nm/rad s<sup>-1</sup>] coefficiente di smorzamento alla rotazione
C_{\varphi}
         [Nm/rad s<sup>-1</sup>] coefficiente di smorzamento critico alla rotazione
c_{\varphi,c}
                       forza di smorzamento viscoso
         [N]
F_D
                       forza di richiamo
F_R
         [N]
                       forza stabilizzante
F_{S}
         [N]
        [m/s^2]
                       accelerazione di gravità
GM_T
         [m]
                       raggio metacentrico trasversale
         [m]
                       braccio di stabilità della nave
GZ
i_{\sigma P}
         [m]
                       raggio d'inerzia della nave al beccheggio
                       raggio d'inerzia della nave al rollio
         [m]
i_{\varphi,R}
         [m]
                       raggio d'inerzia della massa secondaria
i_{II}
         [kgm<sup>2</sup>]
                       momento d'inerzia di massa (relativo al rollio)
J
J_{II}
         [kgm<sup>2</sup>]
                       momento d'inerzia della massa secondaria
J_G
         [kgm<sup>2</sup>]
                       momento d'inerzia del giroscopio
         [kgm<sup>2</sup>]
                       momento d'inerzia proprio della massa secondaria
J_o
k
         [N/m]
                       rigidezza alla traslazione
         [Nm/rad]
                       rigidezza alla rotazione
k_{\varphi}
                       distanza della massa secondaria dal baricentro nave
         [m]
         [kg]
                       massa (primaria)
m
         [kg]
                       massa secondaria
m_{II}
                       momento stabilizzante
         [Nm]
m_S
         [Nm]
                       momento trasmesso dalla massa secondaria
m_T
                       ampiezza del momento m_T(t)
M_T
         [Nm]
L
                       lunghezza della nave
         [m]
                       lunghezza dell'onda
L_W
         [m]
                       momento di smorzamento viscoso
M_D
         [Nm]
                       ampiezza del momento eccitante
M_o
         [Nm]
                       momento di richiamo
M_R
         [Nm]
                       fattore di risposta delle accelerazioni
R_a
         [-]
R_d
         [-]
                       fattore di risposta degli spostamenti (o rotazioni)
R_V
         [-]
                       fattore di risposta delle velocità
t
        [s]
                       tempo
T_{\varphi,n}
        [s]
                       periodo di oscillazione in risonanza (rel. al rollio)
                       periodo d'incontro relativo nave-onda
T_E
        [s]
```

$V_E$	[m/s]	velocità relativa nave–onda
$V_S$	[m/s]	velocità della nave
$V_W$	[m/s]	velocità del treno ondoso
x	[m]	spostamento lineare