Oitava lista de exercícios

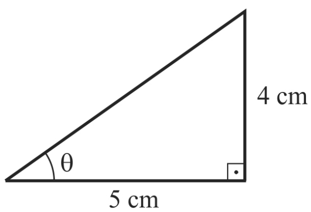
Funções trigonométricas inversas. Lei dos senos e lei dos cossenos.

1. Sem usar uma calculadora, determine os valores das expressões abaixo.

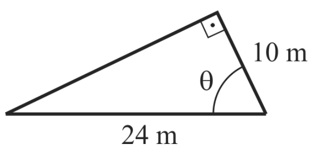
(a) $arccos(1/2)$.
(b) $arcsen(-1/2)$.
(c) $arctan(1)$.
(d) $arccos(-1)$.
(e) $arcsen(\sqrt{2}/2)$.
(f) $arctan(-\sqrt{3})$.

2. Encontre os ângulos indicados nos triângulos abaixo.

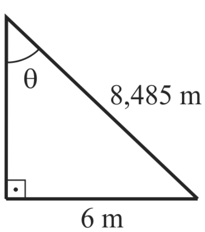
(a)



(b)



(c)



3. Calcule os ângulos internos de um triângulo retângulo cujos catetos medem 4 e 8.

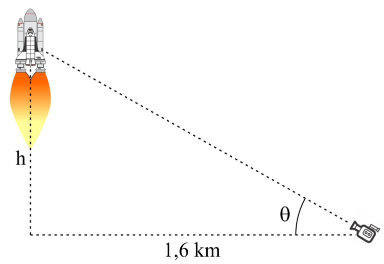
4. Esboce um triângulo retângulo que possua um ângulo interno α tal que $cos(\alpha) = 3/7$. Usando esse triângulo (ou seja, sem usar a calculadora), determine o valor exato de $tan(\alpha)$.

5. Calcule $arcsen(sen(2\pi/3))$.

6. Uma equipe de TV acompanha a decolagem de um foguete, a 1,6 km da plataforma de lançamento.

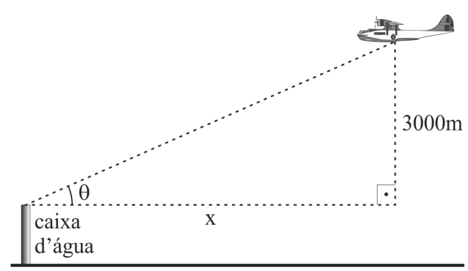
(a) Escreva uma função $\theta(h)$ que forneça o ângulo de elevação da câmera em relação à altura do foguete, h.

(b) Calcule o ângulo de inclinação para $h = 5$ km.



7. Uma pilha de minério de ferro tem formato cônico, com 5 m de altura e uma base cujo diâmetro mede 12 m. Determine o ângulo de inclinação da superfície lateral da pilha.

8. Um avião voa a 3000 m de altitude sobre Campinas, passando exatamente acima da caixa d'água que há nas proximidades do prédio do ciclo básico, como mostra a figura.

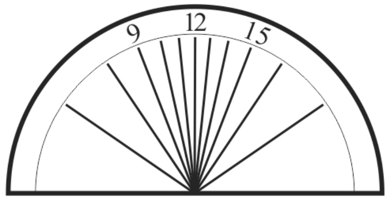


(a) Determine a função $\theta(x)$ que fornece o ângulo de elevação do avião em relação à distância horizontal x.

(b) Calcule θ para $x = 10$ km e $x = 1$ km.

9. Para construir um relógio de sol horizontal é preciso traçar alguns raios sobre um semicírculo. Cada um desses raios representa

uma hora do dia (entre 6 e 18h), como mostra a figura abaixo.



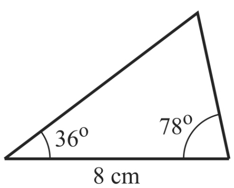
O ângulo θ (em graus) que cada raio deve fazer com a linha que marca 12 horas (meio-dia) é dado pela função

$$\theta(h) = \arctan(\text{sen}(L)\tan((h - 12) \cdot 15°);$$

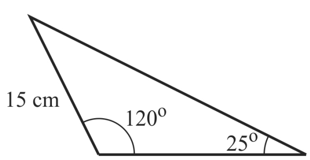
em que h é a hora do dia e L é a latitude (em graus) do local em que o relógio será instalado. Sabendo que Campinas está na latitude 23° S, use uma calculadora para determinar o valor de θ para $h = 7, 8, \ldots, 17$ h. O que a sua calculadora fornece quando você tenta calcular $\theta(6)$ ou $\theta(18)$?

10. Usando a lei dos senos, encontre os lados e ângulos que faltam nos triângulos abaixo.

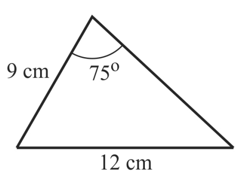
(a)



(b)

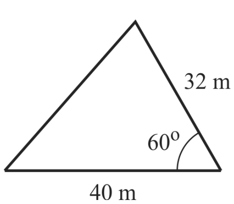


(c)

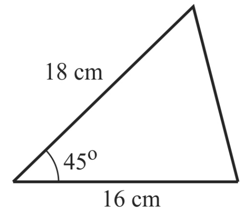


11. Calcule as áreas dos triângulos abaixo.

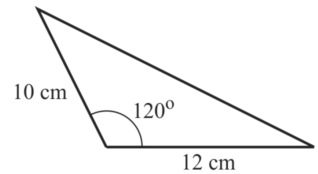
(a)



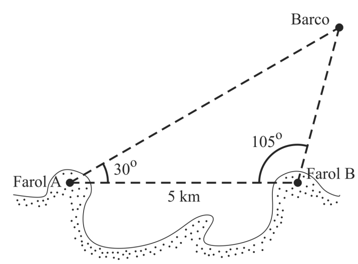
(b)



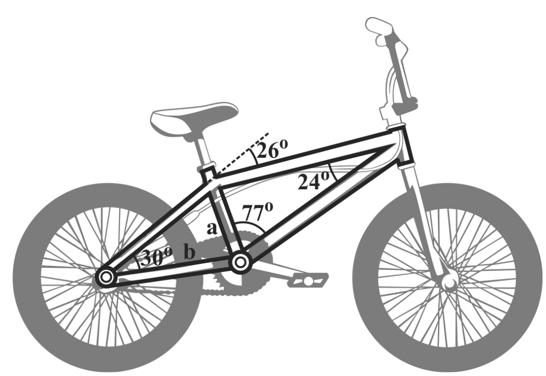
(c)



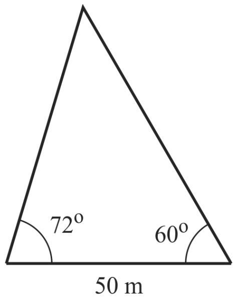
12. Do alto de seus faróis, que distam 5 km um do outro, dois faroleiros avistam um barco no mar, como mostra a figura abaixo. Determine a distância do barco a cada farol.



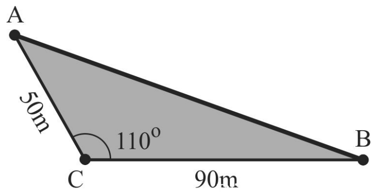
13. O quadro de uma bicicleta é mostrado abaixo. Sabendo que **a** mede 22 cm, use a lei dos senos para calcular o comprimento **b** da barra que liga o eixo da roda ao eixo dos pedais.



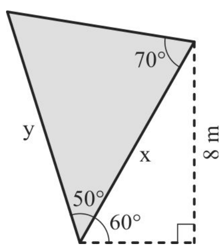
14. Um lado de um terreno triangular mede 50 m. Um topógrafo determinou que os outros dois lados do terreno fazem ângulos de 60° e 72° com o primeiro, como mostra a figura abaixo. Determine a área do terreno.



15. Uma praça tem formato triangular, como mostra a figura. Calcule seu perímetro.

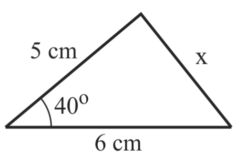


16. Dado o triângulo cinza da figura abaixo, determine as medidas x e y.

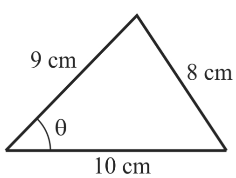


17. Usando a lei dos cossenos, encontre o lado ou o ângulo pedido em cada problema abaixo.

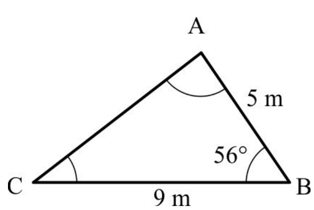
(a)



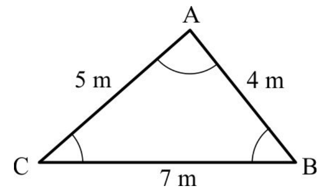
(b)



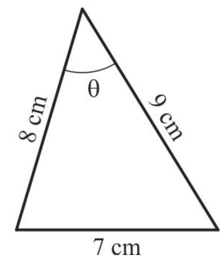
18. Determine o lado desconhecido do triângulo abaixo



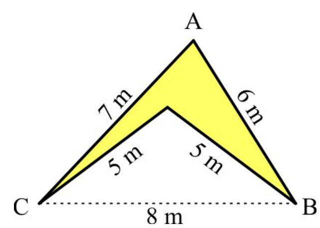
19. Determine os ângulos do triângulo abaixo



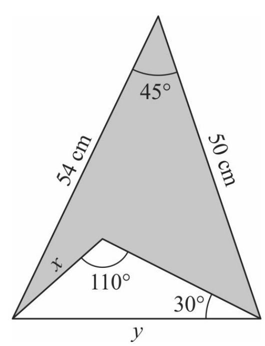
20. Determine a medida do ângulo θ da figura abaixo. Em seguida, calcule a área do triângulo.



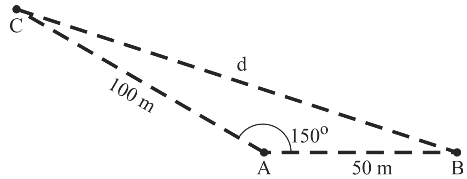
21. Determine a área da região amarela da figura.



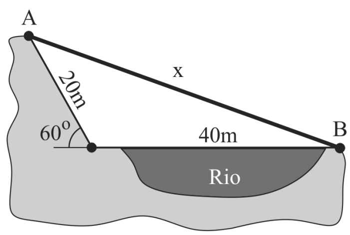
22. Na figura abaixo, determine as medidas x e y, bem como a área da região cinza.



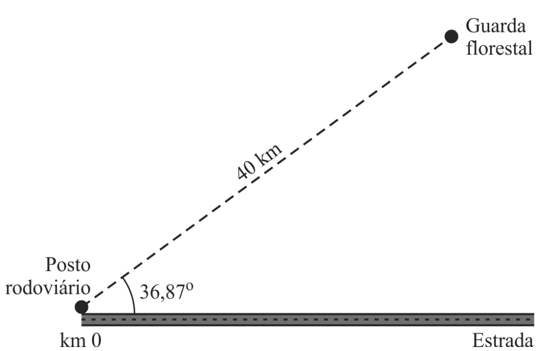
23. Um topógrafo localizado em um ponto A mediu as distâncias e o ângulo indicados na figura abaixo. Determine a distância (d) entre os pontos B e C.



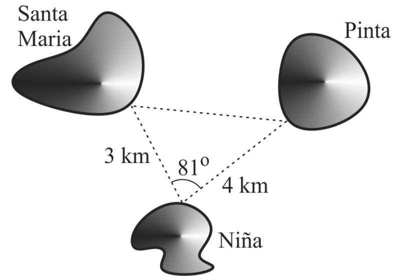
24. A tirolesa é um esporte no qual uma pessoa desce ao longo de um cabo aéreo, suspensa por roldanas. A figura abaixo ilustra um local para a prática desse esporte, mostrando o cabo AB, bem como o caminho a ser percorrido para voltar do ponto B ao ponto A. Determine a distância x percorrida por um atleta que desce atado ao cabo.



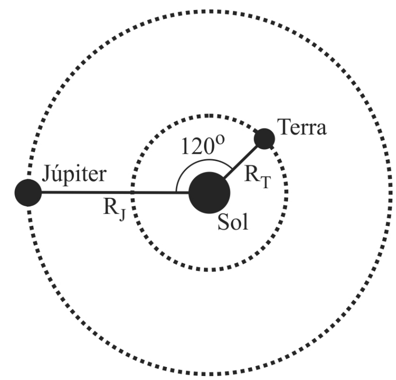
25. Um posto rodoviário está localizado no quilômetro zero de uma estrada. A 40 km do posto, há uma estação da guarda florestal, como mostra a figura abaixo. Pretende-se instalar uma antena de rádio em um ponto da estrada, de modo que as distâncias dessa antena ao posto rodoviário e à estação da guarda florestal sejam iguais. Determine em que quilômetro da estrada essa antena deve ser instalada.



26. A figura abaixo mostra três ilhas oceânicas de um mesmo arquipélago. Os trajetos indicados na figura ligam os píeres das ilhas. Com base nos dados, determine a distância a ser percorrida por um barco que viaja de Santa Maria a Pinta.

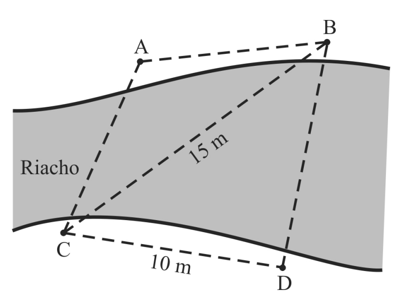


27. Em uma determinada data, o segmento de reta que liga Júpiter ao Sol fez um ângulo de 120° com o segmento de reta que liga a Terra ao Sol. Considerando que o raio da órbita terrestre (R_T) mede $1,5 \times 10^{11}$ m e que o raio da órbita de Júpiter (R_J) equivale a $7,5 \times 10^{11}$ m, calcule a distância entre os dois planetas nessa data.

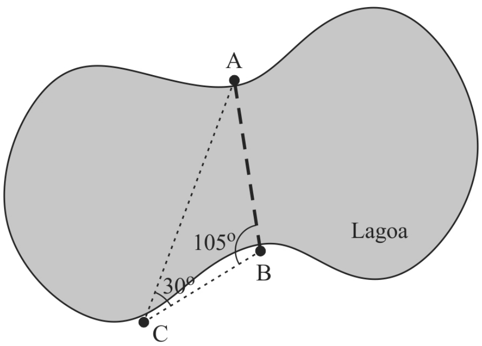


28. Um topógrafo deseja calcular a distância entre pontos situados à margem de um riacho, como mostra a figura a seguir. O topógrafo determinou as distâncias mostradas na figura, bem como os ângulos especificados na tabela abaixo, obtidos com a ajuda de um teodolito. Calcule as distâncias entre A e B, e entre B e D.

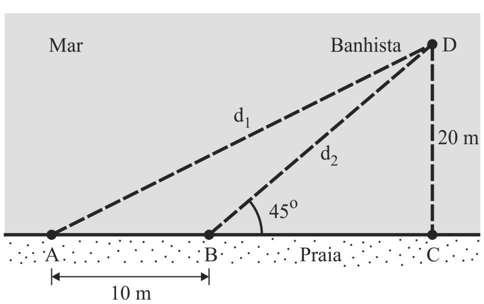
Visada	**Ângulo**
$A\hat{C}B$	$\pi/6$
$B\hat{C}D$	$\pi/3$
$A\hat{B}C$	$\pi/6$



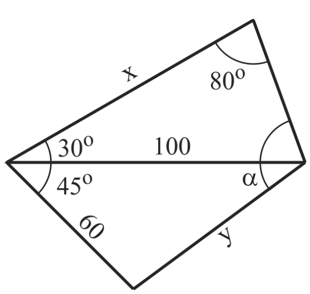
29. Deseja-se construir uma ponte que atravesse uma lagoa, ligando os pontos A e B mostrados na figura abaixo. Sabendo que a distância entre os pontos B e C corresponde a 150 m, determine o comprimento da ponte, ou seja, a distância entre A e B.



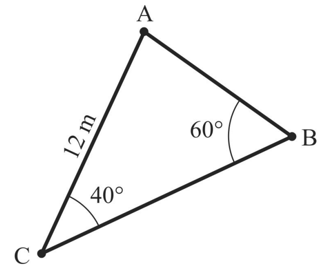
30. Um banhista se afoga em um ponto D, a 20 m de uma praia reta. Para sua sorte, dois intrépidos salva-vidas estão a postos, nos pontos A e B mostrados na figura abaixo. Calcule as distâncias d_1 e d_2 que os salva-vidas precisam nadar para alcançar o banhista.



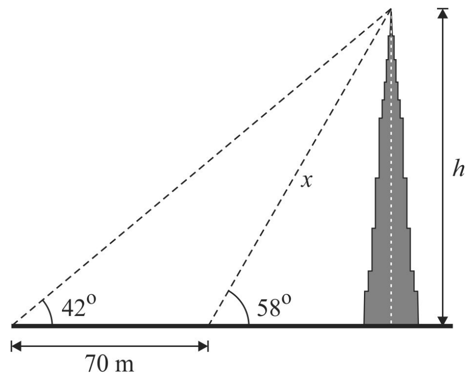
31. Determine as medidas dos segmentos x e y, bem como do ângulo α indicado na figura abaixo.



32. Um terreno tem o formato do triângulo ABC mostrado abaixo. Determine o comprimento do lado BC, bem como a área do terreno.



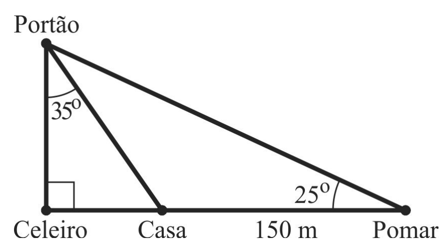
33. Para medir a altura de um edifício, um engenheiro determinou dois ângulos, em pontos separados por 70 m, como mostra a figura.



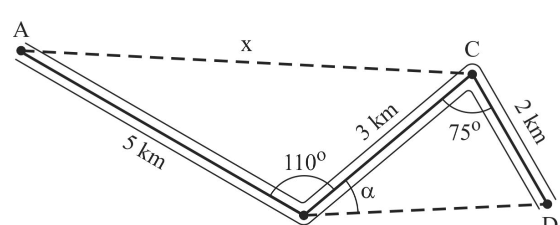
(a) Determine a medida x.

(b) Calcule h, a altura do edifício.

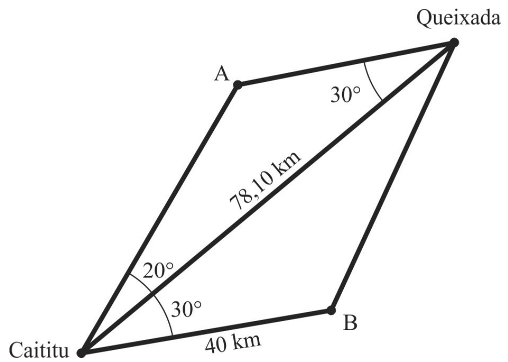
34. Em um sítio, o pomar fica a 150 m da casa, como mostra a figura. Determine a distância da casa ao portão e ao celeiro.



35. A figura abaixo mostra uma estrada que passa pelos pontos A, B C e D. Calcule a distância x entre A e C, bem como o ângulo α mostrado na figura.



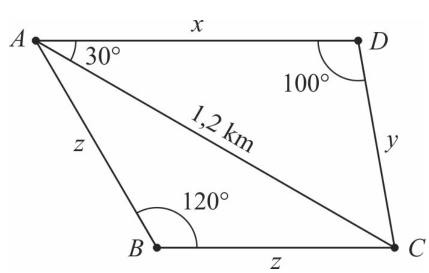
36. Há três caminhos que partem da cidade de Caititu e chegam na cidade de Queixada. Como se observa na figura abaixo, o caminho direto mede 78,10 km.



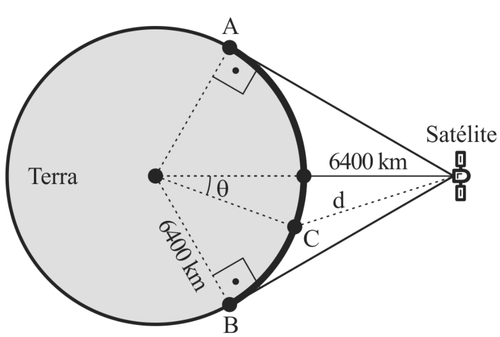
(a) **Determine o comprimento do caminho que passa pelo ponto A.**

(b) **Determine o comprimento do caminho que passa pelo ponto B.**

37. Três caminhos ligam os bairros A e C de uma cidade, como mostrado na figura abaixo. Com a queda de uma ponte, os moradores estão impedidos de tomar o caminho mais curto. Determine x, y e z, e descubra se os moradores devem tomar o caminho que passa por B ou o que passa por D.



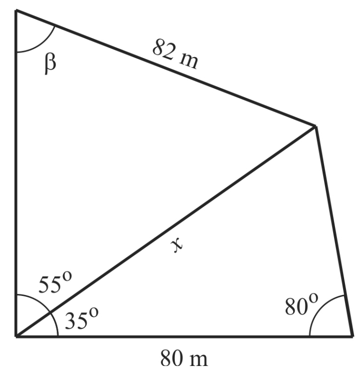
38. Um satélite orbita a 6.400 km da superfície da Terra, como mostra a figura. Responda as questões abaixo considerando que o raio da Terra também mede 6.400 km.



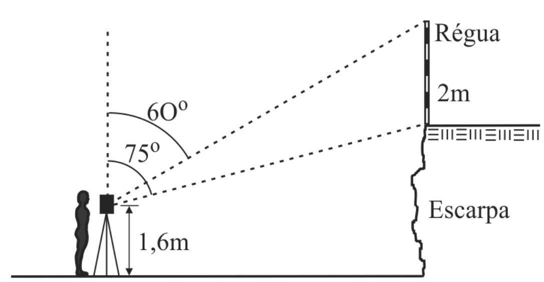
(a) (1,0) Qual a distância máxima entre dois pontos que captam o sinal do satélite, ou seja, qual o comprimento do arco AB?

(b) (1,0) Suponha que o ponto C, na superfície da Terra, seja tal que $\cos(\theta) = 3/4$. Determine a distância, d, entre o ponto C e o satélite.

39. Determine a medida do lado x, bem como a medida do ângulo β da figura abaixo.



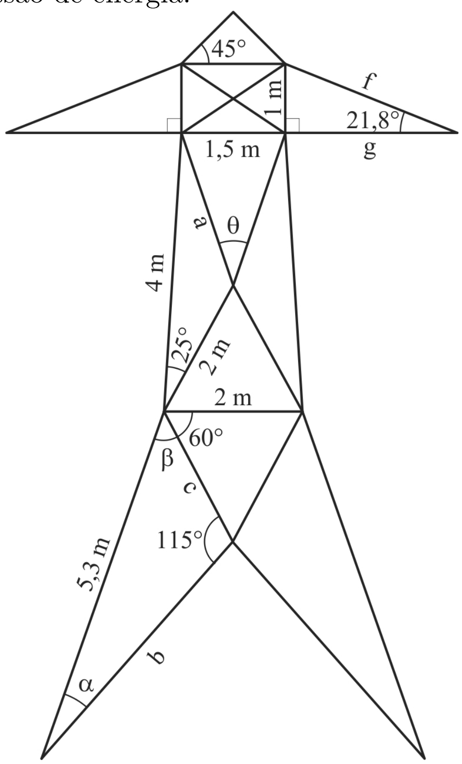
40. De uma praia, um topógrafo observa uma pequena escarpa sobre a qual foi colocada, na vertical, uma régua de 2m de comprimento. Usando seu teodolito, o topógrafo constatou que o ângulo formado entre a reta vertical que passa pelo teodolito e o segmento de reta que une o teodolito ao topo da régua é de 60°, enquanto o ângulo formado entre a mesma reta vertical e o segmento que une o teodolito à base da régua é de 75°, como mostra a figura. Sabendo que o teodolito está a uma altura de 1,6m do nível da base da escarpa, responda às questões abaixo.



(a) Qual a distância horizontal entre a reta vertical que passa pelo teodolito e a régua sobre a escarpa?

(b) Qual a altura da escarpa?

41. A figura abaixo mostra uma torre de transmissão de energia.

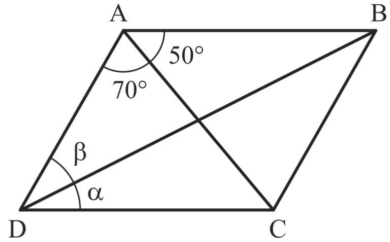


(a) Determine os comprimentos das barras **f** e **g**.

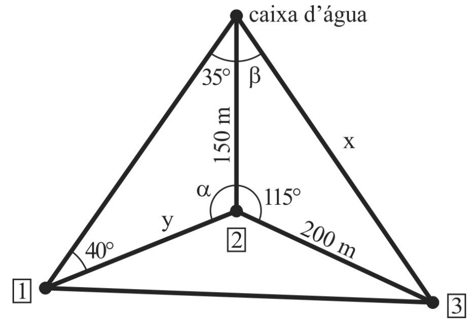
(b) Observando a simetria da torre acima, determine o comprimento da barra **c**. Em seguida, obtenha as medidas dos ângulos α e β, bem como o comprimento da barra **b**.

(c) Determine o comprimento da barra **a** da torre acima e a medida do ângulo θ.

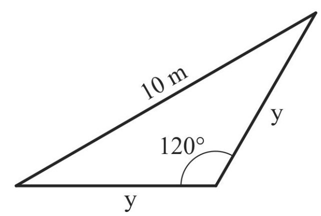
42. Na figura abaixo, o quadrilátero ABCD é um paralelogramo. Usando a lei dos senos, determine α e β.



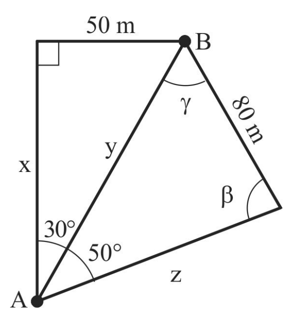
43. Uma rede de distribuição conecta uma caixa d'água a 3 consumidores, como mostrado na figura abaixo. Determine os comprimentos dos canos x e y, bem como os ângulos α e β.



44. Determine o valor de y no triângulo abaixo. Em seguida, calcule a área do triângulo.



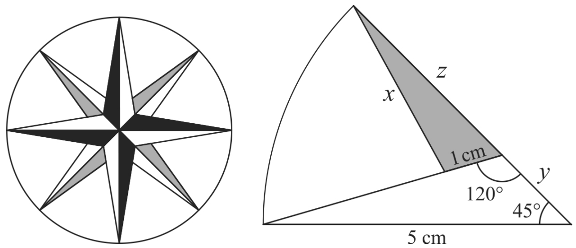
45. Um GPS encontrou três caminhos entre os pontos A e B do mapa da figura abaixo. Para calcular os comprimentos desses caminhos, Determine as medidas de x, y, β, γ e z.



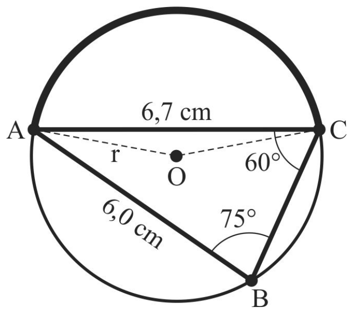
46. A figura abaixo, à esquerda, mostra uma rosa dos ventos formada por uma circunferência e 16 triângulos, dos quais 8 são grandes (4 pretos e 4 brancos) e outros 8 são pequenos (4 cinza e 4 brancos). A figura à direita mostra um detalhe da rosa, no qual se vê um triângulo grande e um pequeno.

(a) Determine y e a área do triângulo grande.

(b) Determine z e x.



47. Na figura abaixo, o triângulo ABC está inscrito na circunferência de centro em O.

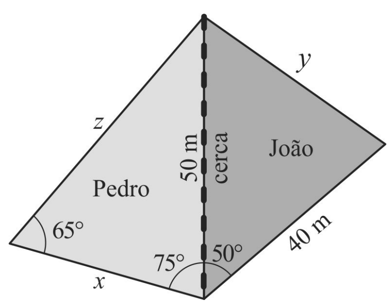


(a) Determine o comprimento do lado BC.

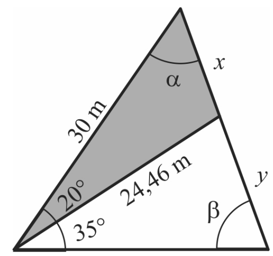
(b) Determine o raio r da circunferência.

(c) Determine o comprimento do arco de circunferência AC, destacado na figura.

48. Os terrenos de João e Pedro estão separados por uma cerca de 50 m de comprimento, como mostra a figura. Determine as medidas x, y e z, bem como a área do terreno de João e o perímetro do terreno de Pedro.



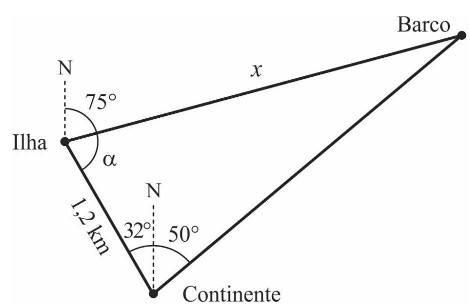
49. Jonas e José herdaram do pai um terreno triangular, que foi dividido entre os dois de acordo com a figura abaixo, na qual a parcela que coube a Jonas aparece em cinza.



(a) Determine os comprimentos x e y, além das medidas dos ângulos α e β.

(b) Calcule a área do terreno de Jonas.

50. Um barco navega próximo ao continente e a uma ilha, como mostra a figura abaixo, na qual também são fornecidos alguns ângulos com o norte magnético da Terra, bem como a distância entre a ilha e o continente. Determine o ângulo α e a distância x entre o barco e a ilha.



Respostas

1. a. $\pi/3$; b. $-\pi/6$; c. $\pi/4$;
   d. π; e. $\pi/4$; f. $-\pi/3$.

2. a. $38,66°$.
   b. $65,38°$.
   c. $45,00°$.

3. $26,57°$ e $63,43°$.

4. $2\sqrt{10}/3$

5. $\pi/3$

6. (a) $\theta(h) = \arctan\left(\frac{h}{1{,}6}\right)$.
   (b) $\theta(5) \approx 72,26°$.

7. $39,81°$.

8. a. $\theta(x) = arctan(\frac{3000}{x})$ b. $\theta(10000) = 16,70°$ e $\theta(1000) = 71,57°$

9. $\theta(7) = -55.5591$; $\theta(8) = -34.0888$;
   $\theta(9) = -21.3421$; $\theta(10) = -12.7125$;
   $\theta(11) = -5.97687$; $\theta(12) = 0$; $\theta(13) = 5.97687$;
   $\theta(14) = 12.7125$; $\theta(15) = 21.3421$;
   $\theta(16) = 34.0888$; $\theta(17) = 55.5591$.
   A calculadora deve exibir uma mensagem de erro, pois não há como calcular $tan(90°)$ ou $tan(-90°)$.

10. a. $5,15$ cm; $8,57$ cm; $66°$.
    b. $30,74$ cm; $20,36$ cm; $35°$.
    c. $46,42°$; $58,58°$; $10,60$ cm.

11. a. $320\sqrt{3}$ m.
    b. $72\sqrt{2}$ cm.
    c. $30\sqrt{3}$ cm.

12. $d_A \approx 6,83$ km. $d_B \approx 3,54$ km.

13. 42,5 cm.

14. 1385,4 m^2.

15. 256,95 m

16. $x \approx 9,24$ m, $y \approx 10,02$ m

17. a. 3,88 cm; b. $49,46°$.

18. 7,46 m

19. $34,048°$, $44,415°$, $101,537°$

20. $\theta \approx 48,19°$, $A \approx 26,8$ cm^2.

21. $8,333$ m^2

22. $x \approx 21,27$ cm, $y \approx 39,97$ cm,
    $A \approx 674,8$ cm^2.

23. $d \approx 145,47$ m.

24. $x \approx 52,91$ m.

25. No quilômetro 25.

26. 4,61 km.

27. $8,35 \times 10^{11}$ m.

28. $AB = 5\sqrt{3}$ m. $BD = 5\sqrt{7}$ m.

29. $AB = 75\sqrt{2}$ m.

30. $d_1 = 10\sqrt{13}$ m. $d_2 = 20\sqrt{2}$ m.

31. $x \approx 95,42$. $y \approx 71,52$m. $\alpha \approx 36,4°$.

32. $\overline{BC} \approx 13,65$ m. Área $\approx 52,63$ m^2.

33. (a) $x \approx 169,9$ m
    (b) $h \approx 144,1$ m

34. Da casa ao portão: 126,79 m.
    Da casa ao celeiro: 74,84 m.

35. $x \approx 6,65$ km; $\alpha \approx 37,88°$.

36. a. 85,85 km; b. 87,84 km

37. $x \approx$ 0,933 km. $y \approx$ 0,609 km. $z \approx$ 0,693 km.
    O caminho por B é mais curto.

38. (a) $12800\pi/3$ km
    (b) $6400\sqrt{2}$ km

39. 86,34 m. $54,59°$

40. (a) 6,46 m.
    (b) 3,33 m.

41. (a) $f \approx 2,69$ m; $g \approx 2,50$ m.
    (b) $c = 2$ m; $\alpha \approx 20°$; $\beta = 45°$.
    (c) $a \approx 2,345$ m; $\theta \approx 37,3°$.

42. (a) $\alpha \approx 26,64°$.
    (b) $\beta \approx 33,36°$.

43. $x \approx 296,4$ m; $y \approx 133,8$ m;
    $\alpha = 105°$; $\beta \approx 37,7°$.

44. $y = 10\sqrt{3}/3$ m; $A = 25\sqrt{3}/3$ m^2.

45. $x \approx 86,6$ m; $y = 100$ m; $z \approx 87,3$ m;
$\beta \approx 73,3^\circ$; $\gamma \approx 56,7^\circ$.

46. (a) $y \approx 1,494$ cm, $A \approx 2,642$ cm^2.
(b) $x \approx 3,128$ cm, $z \approx 3,506$ cm.

47. (a) $\overline{BC} \approx 4,90$ cm.
(b) $r \approx 3,468$ cm.
(c) $x \approx 9,08$ cm.

48. $x \approx 35,46$ m, $y \approx 39,10$ m, $z \approx 53,29$ m.
Área: 766 m^2. Perímetro: 138,75 m.

49. (a) $x \approx 10,9$ m, $y \approx 14,5$ m,
$\alpha \approx 50,1^\circ$, $\beta \approx 74,9^\circ$
(b) $A \approx 125,5$ m^2.

50. $\alpha = 73^\circ$, $x \approx 2,81$ km.