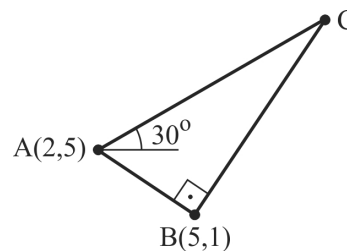


Duodécima lista de exercícios  
Retas no plano. Paralelismo. Perpendicularidade.

1. Um retângulo cujos lados horizontais medem 4 unidades e cujos lados verticais medem 2 unidades tem centro na origem dos eixos Cartesianos. Determine as coordenadas dos vértices do retângulo.
2. Determine as coordenadas dos vértices de um triângulo  $ABC$ , sabendo que o ponto  $A$  está sobre o eixo  $x$ , o ponto  $B$  está sobre o eixo  $y$ , a reta suporte do segmento  $\overline{AC}$  é  $y = -3x + 6$ , e a reta suporte do segmento  $\overline{BC}$  é  $y = -x/2 + 4$ .
3. Determine a distância entre os pontos dados.
  - (a)  $A(2, 1)$  e  $B(-3, 5)$ ;
  - (b)  $A(3, 2)$  e  $B(3, -2)$ ;
  - (c)  $A(-3, -1)$  e  $B(6, -1)$ ;
  - (d)  $A(4, 5)$  e  $B(-1, -2)$ ;
  - (e)  $A(0, 0)$  e  $B(-4, 3)$ .
4. Sabendo que a coordenada  $x$  do ponto médio entre  $A$  e  $B$  é 8 e que  $x_A = 3x_B$ , determine  $x_A$  e  $x_B$ .
5. Os pontos  $A(0, 0)$  e  $B(2, 4)$  são vértices da base de um triângulo isósceles  $ABC$ . Sabendo que os outros dois lados do triângulo medem 5 unidades, determine as possíveis coordenadas do vértice  $C$ .
6. Determine para que valor de  $y_A$  positivo o triângulo com vértices  $A(0, y_A)$ ,  $B(1, 4)$  e  $C(5, 2)$  é um triângulo retângulo.
7. Um ponto  $P(a, a)$  é equidistante dos pontos  $(-2, 5)$  e  $(1, -2)$ . Determine o valor de  $a$ .
8. Calcule o perímetro do triângulo com vértices  $A(0, 1)$ ,  $B(3, 0)$  e  $C(4, 2)$ .
9. Suponha que os lados de um triângulo meçam  $a$ ,  $b$  e  $c$ , e que  $a$  seja maior ou igual à medida dos outros lados. Nesse caso, o triângulo é acutângulo se  $a^2 < b^2 + c^2$ , é retângulo se  $a^2 = b^2 + c^2$  e é obtusângulo se  $a^2 > b^2 + c^2$ . Classifique quanto aos ângulos o triângulo do exercício anterior.
10. Para cada valor de  $\alpha$  abaixo, determine o coeficiente angular da reta que faz ângulo  $\alpha$  com o eixo- $x$ .
  - (a)  $\alpha = 0^\circ$ ;
  - (b)  $\alpha = 45^\circ$ ;
  - (c)  $\alpha = 60^\circ$ ;
  - (d)  $\alpha = 135^\circ$ ;
  - (e)  $\alpha = 150^\circ$ ;
  - (f)  $\alpha = 180^\circ$ .
11. Em cada caso abaixo, verifique se os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  são colineares.
  - (a)  $A(-8, -1)$ ,  $B(0, 3)$ ,  $C(2, 4)$
  - (b)  $A(9, 4)$ ,  $B(5, 1)$ ,  $C(-6, -3)$
  - (c)  $A(1, 7)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(3, 1)$
  - (d)  $A(6, -3)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(-1, 5)$
12. Determine o valor de  $x_A$  que faz com que os pontos  $A(x_A, -4)$ ,  $B(-1, 5)$  e  $C(2, 8)$  sejam colineares.
13. Determine o coeficiente angular das retas abaixo, e reescreva-as na forma reduzida.
  - (a)  $3x - 2y + 4 = 0$ ;
  - (b)  $-3x + 2y + 4 = 0$ ;
  - (c)  $5x + y/2 - 1 = 0$ ;
  - (d)  $-x/3 - 4y - 5 = 0$ ;
14. Para cada valor de  $m$  e cada ponto  $P$  abaixo, determine a equação reduzida da reta que possui declividade  $m$  e que passa por  $P$ .
  - (a)  $m = -1$ ,  $P(2, 3)$ ;
  - (b)  $m = 3$ ,  $P(1, 1)$ ;
  - (c)  $m = -2$ ,  $P(0, 2)$ ;
  - (d)  $m = -1/3$ ,  $P(-6, 2)$ ;
  - (e)  $m = 1/4$ ,  $P(-2, -4)$ ;

15. Determine a equação da reta que passa pelo ponto  $(7, -5)$  e faz um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal.
16. Determine as equações das retas que passam pelos pares de pontos abaixo, calculando, em primeiro lugar, seus coeficientes angulares.
- $(3, -1)$  e  $(4, -2)$ ;
  - $(-2, 5)$  e  $(6, 5)$ ;
  - $(-1, -1)$  e  $(3, 3)$ ;
  - $(-1/2, 0)$  e  $(0, -3/2)$ .
17. Usando o método do determinante, determine a equação geral de cada reta que você encontrou no exercício 16.
18. Resolvendo sistemas lineares, determine as equações reduzidas das retas do exercício 16.
19. O triângulo  $ABC$  tem vértices  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 3)$  e  $C(3, 3)$ . Determine as equações das retas suporte dos lados desse triângulo.
20. Verifique se as retas abaixo são paralelas ou concorrentes.
- $2x - 3y + 7 = 0$  e  $5x - 4y + 1 = 0$ ;
  - $6x - 15y + 9 = 0$  e  $-2x + 5y + 8 = 0$ ;
  - $x - 4y + 6 = 0$  e  $-2x - 8y + 4 = 0$ .
21. Determine a equação da reta que é paralela a  $y = 4x + 2$  e passa pelo ponto  $(-1, 3)$ .
22. Determine a equação da reta que é paralela a  $r : 3y - x - 4 = 0$  e passa por  $C(0, -2)$ .
23. Determine os valores de  $a$  que fazem com que as retas  $(a-4)x + 2y + 1 = 0$  e  $-2x + 4ay - 2 = 0$  sejam paralelas.
24. Determine a reta que passa pelo ponto  $(6, 4)$  e é paralela a uma reta que passa por  $(-2, 5)$  e  $(4, 8)$ .
25. Dois lados consecutivos de um paralelogramo estão sobre as retas  $y = 1$  e  $y = 2x + 1$ . Sabendo que  $(1, 3)$  e  $(3, 1)$  são vértices do paralelogramo, determine os outros dois vértices e as retas suporte aos lados restantes.
26. Determine a reta que é perpendicular a  $y = 4x + 2$  e passa pelo ponto  $(1, 3)$ .
27. Determine a reta que é perpendicular a  $3x - 2y + 4 = 0$  e passa pelo ponto  $(-2, 3)$ .
28. Determine a reta  $s$  que é perpendicular a  $r : 4x - 5y - 3 = 0$  e que passa pelo ponto  $(4, -2)$ . Trace em um gráfico as retas  $r$  e  $s$ , considerando  $x \in [-2, 4]$  e  $y \in [-2, 4]$ .
29. Dado o ponto  $C(-2, 1)$  e a reta  $r : y = -2x + 4$ ,
- determine a equação da reta  $s$  que é perpendicular a  $r$  e passa por  $C$ ;
  - determine a projeção do ponto  $C$  sobre a reta  $r$ ;
30. Sejam dadas as retas  $r : 3x + ay - 1 = 0$ ,  $s : 2x - 4y + 4 = 0$  e  $t : x + 2y - 6 = 0$ .
- Determine os valores de  $a$  que fazem com que  $r$  e  $s$  sejam perpendiculares.
  - Determine, graficamente, o ponto  $P$ , que está na interseção das retas  $s$  e  $t$ .
  - Determine o valor de  $a$  que faz com que  $r$  intercepte  $s$  e  $t$  no ponto  $P$  (do item (b)).
31. Mostre que o quadrilátero com vértices  $A(-3, 3)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(5, -1)$  e  $D(0, -1)$  é um losango. Dica: Comece fazendo um desenho do quadrilátero. Em seguida, mostre que os lados são paralelos e que as diagonais do quadrilátero são perpendiculares.
32. Um triângulo tem vértices  $A(3, -2)$ ,  $B(-1, 4)$  e  $C(5, 5)$ . Determine a reta suporte da altura com relação ao lado  $\overline{AB}$ .
33. A figura abaixo mostra um triângulo retângulo, e as coordenadas de dois de seus vértices.

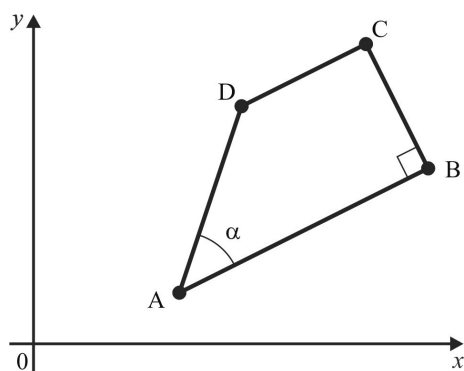


- Determine a equação da reta  $AB$ .
- Determine a equação da reta  $AC$ .
- Determine a equação da reta  $BC$ .

34. Dada a reta  $r : y = -2x + 4$  e os pontos  $A(3, 2)$  e  $B(-2, 1)$ ,

- (a) Determine a equação da reta que passa por  $A$  e  $B$ .
- (b) Determine a equação da reta que é perpendicular a  $r$  e passa por  $B$ .

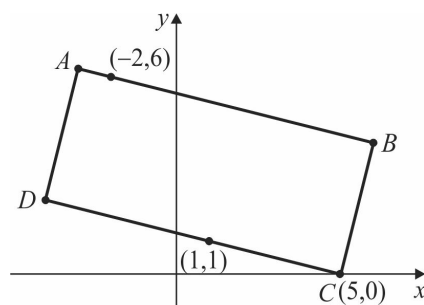
35. A figura mostra o esboço de um trapézio retângulo  $ABCD$ , definido no plano Cartesiano, do qual conhecemos os vértices  $A(4, 1)$ ,  $C(7, 5)$  e  $D(5, 4)$ .



- (a) Determine a equação da reta suporte ao lado  $CD$ .

- (b) Determine a equação da reta suporte ao lado  $AB$ .
- (c) Determine a equação da reta suporte ao lado  $BC$ .
- (d) Determine as coordenadas do ponto  $B$ .

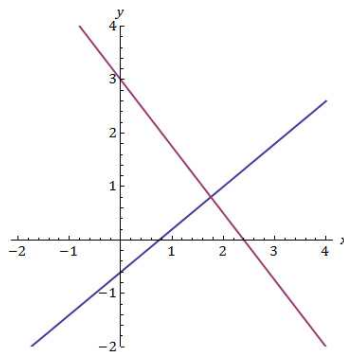
36. A figura a seguir mostra um retângulo  $ABCD$ , bem como as coordenadas de três pontos, dos quais somente  $C$  é um vértice.



- (a) Determine a equação da reta suporte ao lado  $CD$ .
- (b) Determine a equação da reta suporte ao lado  $BC$ .
- (c) Determine a equação da reta suporte ao lado  $AB$ .

## Respostas

1.  $(-2, -1)$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(2, 1)$  e  $(2, -1)$ .
2.  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 4)$  e  $C(4/5, 18/5)$ .
3. a.  $\sqrt{41}$ ; b. 4; c. 9;  
d.  $\sqrt{74}$ ; e. 5.
4.  $x_A = 12$  e  $x_B = 4$ .
5.  $(5, 0)$  e  $(-3, 4)$ .
6.  $y_A = 2$ .
7.  $(3, 3)$ .
8.  $\sqrt{10} + \sqrt{17} + \sqrt{5}$ .
9. Obtusângulo.
10. a.  $m = 0$ ; b.  $m = 1$ ; c.  $m = \sqrt{3}$ ;  
d.  $m = -1$ ; e.  $m = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ; f.  $m = 0$ .
11. a. Sim; b. Não. c. Sim. d. Não.
12.  $x_A = -10$ .
13. a.  $m = 3/2$ ;  $y = \frac{3}{2}x + 2$ ;  
b.  $m = 3/2$ ;  $y = \frac{3}{2}x - 2$ ;  
c.  $m = -10$ ;  $y = -10x + 2$ ;  
d.  $m = -1/12$ ;  $y = -\frac{1}{12}x - \frac{5}{4}$ .
14. a.  $y = -x + 5$ ; b.  $y = 3x - 2$ ;  
c.  $y = -2x + 2$ ; d.  $y = -\frac{1}{3}x$ ;  
e.  $y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$ .
15.  $y + 5 = \sqrt{3}(x - 7)$
16. a.  $y = -x + 2$ ; b.  $y = 5$ ;  
c.  $y = x$ ; d.  $y = -3x - \frac{3}{2}$ .
17. a.  $x + y - 2 = 0$ ; b.  $8y - 40 = 0$ ;  
c.  $-4x + 4y = 0$ ; d.  $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{3}{4} = 0$ .
18. a.  $y = -x + 2$ ; b.  $y = 5$ ;  
c.  $y = x$ ; d.  $y = -3x - \frac{3}{2}$ .
19.  $y = -x + 2$ ,  $y = x$  e  $y = 3$ .
20. a. Concorrentes; b. Paralelas;  
c. Concorrentes.
21.  $y = 4x + 7$ .
22.  $y = \frac{x}{3} - 2$ .
23.  $a = 2 - \sqrt{3}$  e  $a = 2 + \sqrt{3}$ .
24.  $y = \frac{1}{2}x + 1$ .
25. Vértices:  $(0, 1)$  e  $(4, 3)$ .  
Retas:  $y = 3$  e  $y = 2x - 5$ .
26.  $y - 3 = -\frac{1}{4}(x - 1)$ .
27.  $y - 3 = -\frac{2}{3}(x + 2)$ .
28.  $y + 2 = -\frac{5}{4}(x - 4)$ .



29. a.  $y - 1 = \frac{1}{2}(x + 2)$ ; b.  $(\frac{4}{5}, \frac{12}{5})$ .
30. a.  $a = \frac{3}{2}$ ; b.  $(2, 2)$  c.  $a = -\frac{5}{2}$ .
31. ...
32.  $y - 5 = \frac{2}{3}(x - 5)$ .
33. a.  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{23}{3}$   
b.  $y = \frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$   
c.  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 5 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$
34. a.  $y = \frac{x}{5} + \frac{7}{5}$   
b.  $y = \frac{x}{2} + 2$
35. a.  $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$   
b.  $y = \frac{x}{2} - 1$   
c.  $y = -2x + 19$   
d.  $(8, 3)$
36. a.  $y = -\frac{x}{4} + \frac{5}{4}$   
b.  $y = 4x - 20$   
c.  $y = -\frac{x}{4} + \frac{22}{4}$