

## Sexta lista de exercícios

Trigonometria do triângulo retângulo. Ângulos. Circunferência unitária.

1. Os pontos abaixo estão na circunferência unitária. Encontre a coordenada que falta.

- (a)  $P(x, 4/5)$ ,  $x$  negativo.  
 (b)  $P(-1/3, y)$ ,  $y$  positivo.  
 (c)  $P(x, -\sqrt{3}/2)$ ,  $x$  positivo.  
 (d)  $P(2/3, y)$ ,  $y$  negativo.

2. Converta para radianos.

- (a)  $15^\circ$ . (e)  $290^\circ$ .  
 (b)  $-72^\circ$ . (f)  $330^\circ$ .  
 (c)  $144^\circ$ . (g)  $-30^\circ$ .  
 (d)  $225^\circ$ . (h)  $1080^\circ$ .

3. Converta para graus.

- (a)  $\pi/5$ . (e)  $2\pi$ .  
 (b)  $-3\pi/4$ . (f) 2.  
 (c)  $5\pi/6$ . (g)  $-0,8$ .  
 (d)  $7\pi/3$ . (h)  $\pi/12$ .

4. Encontre as coordenadas dos pontos da circunferência unitária associados aos ângulos abaixo.

- (a)  $\theta = 3\pi/2$ . (d)  $\theta = -3\pi/4$ .  
 (b)  $\theta = 7\pi/6$ .  
 (c)  $\theta = 2\pi/3$ . (e)  $\theta = 4\pi/5$ .

5. Encontre ângulos entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$  (ou entre 0 e  $2\pi$ ) que sejam coterminal aos ângulos abaixo.

- (a)  $\theta = 540^\circ$ . (e)  $\theta = -5\pi/4$ .  
 (b)  $\theta = 1063^\circ$ . (f)  $\theta = 8\pi/3$ .  
 (c)  $\theta = -30^\circ$ . (g)  $\theta = 25\pi/6$ .  
 (d)  $\theta = -730^\circ$ . (h)  $\theta = -11\pi/5$ .

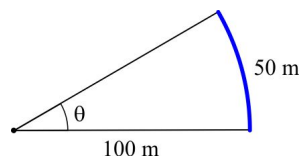
6. Encontre um ângulo positivo e um negativo que sejam coterminal aos ângulos abaixo.

- (a)  $\theta = 120^\circ$ . (c)  $\theta = \pi/3$ .  
 (b)  $\theta = -75^\circ$ . (d)  $\theta = -3\pi/2$ .

7. Calcule o menor ângulo (em graus) entre os ponteiros de um relógio que marca 1 h.

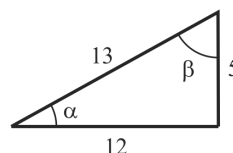
8. Calcule o comprimento do arco definido, em uma circunferência de raio  $r = 5$  m, por um ângulo central de  $32,4^\circ$ .

9. Calcule a medida do ângulo  $\theta$  da figura. Forneça a resposta em graus e em radianos.

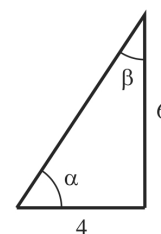


10. Determine o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  de cada triângulo.

(a)

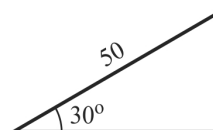


(b)

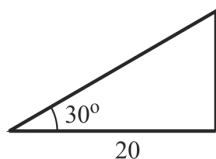


11. Determine os comprimentos dos lados dos triângulos abaixo.

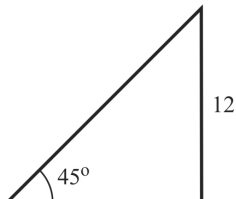
(a)



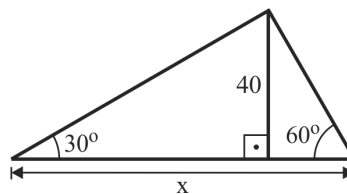
(b)



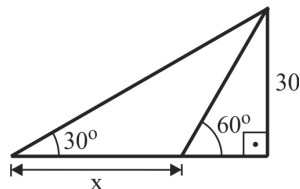
(c)



(a)



(b)



12. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede  $2\sqrt{5}$  e um ângulo interno  $\alpha$  é tal que  $\cos(\alpha) = \sqrt{5}/3$ . Determine as medidas dos catetos.

13. Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede  $\sqrt{10}$  e um ângulo interno  $\alpha$  é tal que  $\tan(\alpha) = 3$ . Determine as medidas dos catetos.

14. (0,8 pt) Em um triângulo retângulo, a hipotenusa mede 5 e um ângulo interno  $\alpha$  é tal que  $\tan(\alpha) = 2$ . Determine as medidas dos catetos.

15. Esboce um triângulo retângulo com um ângulo agudo que satisfaça a medida abaixo. Das funções trigonométricas seno, cosseno e tangente, determine as que faltam em cada caso.

(a)  $\sin(\theta) = 4/5$ .

(b)  $\cos(\theta) = \sqrt{3}/2$ .

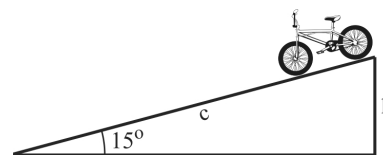
(c)  $\tan(\theta) = 1$ .

16. Sabendo que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são complementares e que  $\sin(\alpha) = 3/4$ , determine  $\sin(\beta)$  e  $\cos(\beta)$ .

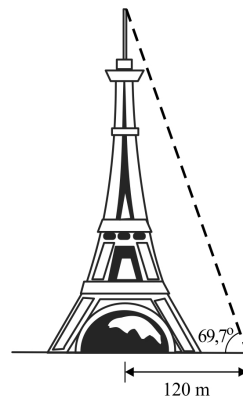
17. Sabendo que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são complementares e que  $\cos(\alpha) = 1/7$ , determine  $\sin(\beta)$  e  $\cos(\beta)$ .

18. Determine o valor de  $x$  em cada figura abaixo.

19. Uma rampa tem altura  $h = 1,5m$  e ângulo de inclinação igual a  $15^\circ$ . Determine seu comprimento,  $c$ .



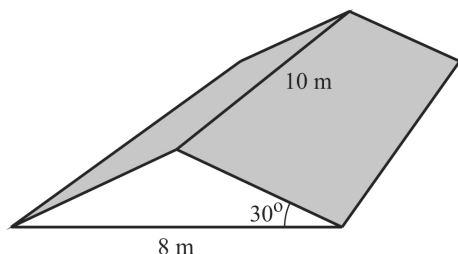
20. Parado a  $120m$  do centro da base de uma torre, um topógrafo descobre que o ângulo de elevação do topo da torre mede  $69,7^\circ$ . Determine a altura aproximada da torre.



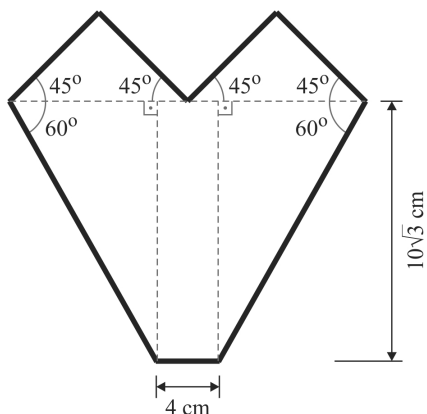
21. Uma escada com  $3,2\text{ m}$  de comprimento foi encostada em uma parede, fazendo um ângulo de  $65^\circ$  com o solo, que é horizontal. Determine a que altura do chão a escada foi encostada na parede.

22. O telhado de uma casa é mostrado na figura abaixo. Determine a área do

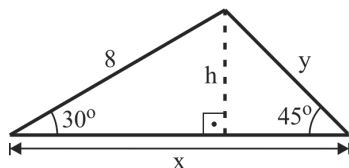
telhado, ou seja, a área em cinza na figura.



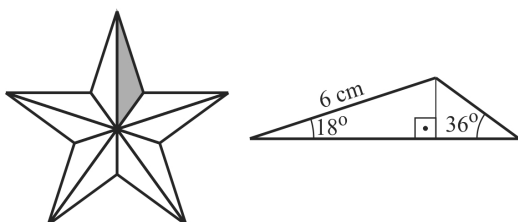
23. Em homenagem ao dia dos namorados, uma fábrica de chocolates criou uma caixa de bombons cuja tampa tem o formato abaixo. Determine a área da superfície da tampa da caixa. Dica: some as áreas dos polígonos indicados na figura.



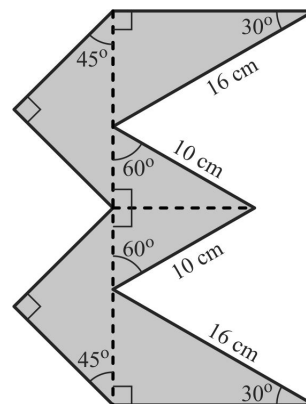
24. Determine as medidas  $x$ ,  $y$  e  $h$  indicadas na figura abaixo.



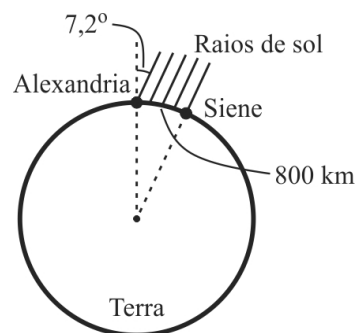
25. Para montar uma estrela, é preciso juntar alguns triângulos como o que é mostrado abaixo (observe que o mesmo triângulo está destacado na estrela). Determine a área da estrela.



26. O logotipo de certa empresa é uma letra E estilizada, como mostra a figura abaixo. Determine a área da figura. Dica: note que o logotipo possui uma certa simetria.

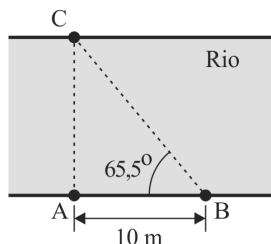


27. Eratóstenes de Cirene, cientista grego, determinou com admirável precisão a circunferência da Terra. No solstício de verão, ele observou que, ao meio dia, os raios de sol incidiam perpendicularmente ao solo na cidade de Siene (atual Assuã), enquanto os mesmos raios formavam um ângulo de  $7,2^\circ$  com a vertical em Alexandria, que ficava 800 km a norte de Siene. Supondo que a Terra é perfeitamente esférica, descubra o raio e a circunferência do planeta usando a estratégia de Eratóstenes (medidas atuais indicam uma circunferência meridional de 40.008 km e um raio médio de 6371 km).



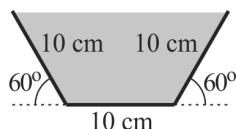
28. Um topógrafo descobriu que o ângulo entre o solo e o topo de um prédio é de  $50,2^\circ$ , quando medido a uma distância de 50m da base do mesmo. Qual é a altura do edifício?

29. Para determinar a largura de um rio, João parou em um ponto  $A$  e mirou o ponto mais próximo da margem oposta, denominado  $C$  na figura abaixo. Em seguida, João caminhou 10 m ao longo da margem, chegando ao ponto  $B$ , de onde mirou novamente o ponto  $C$  na margem oposta, descobrindo que o ângulo entre  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$  mede  $65,5^\circ$ . Qual a largura daquele trecho do rio?

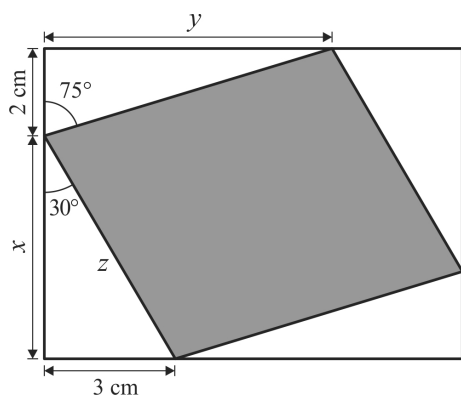


30. Presa ao chão, uma pipa voa fazendo um ângulo de  $42^\circ$  com o solo. Se a linha, com 50 m de comprimento, está completamente esticada, a que altura voa a pipa?

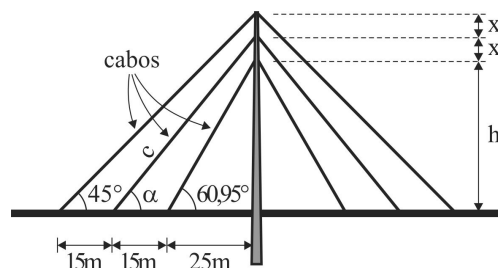
31. Para fabricar uma calha, um serralheiro faz duas dobras em uma chapa metálica com 30 cm de largura, como mostra a figura. Sabendo que o ângulo entre a lateral da calha e a horizontal mede  $60^\circ$ , determine a área da seção transversal da calha.



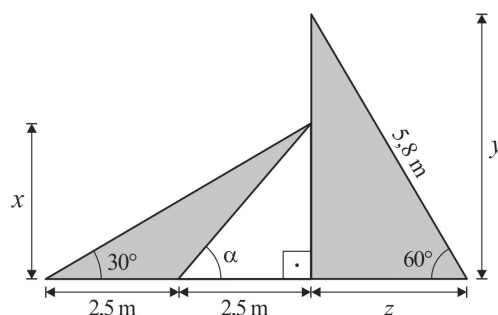
32. A figura abaixo mostra um retângulo no qual foi inscrito um paralelogramo cinza. Determine as medidas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , bem como a área do paralelogramo.



33. A figura abaixo mostra uma ponte estaiada simétrica. Calcule a altura  $h$  do cabo interno e o comprimento  $c$  do cabo central.

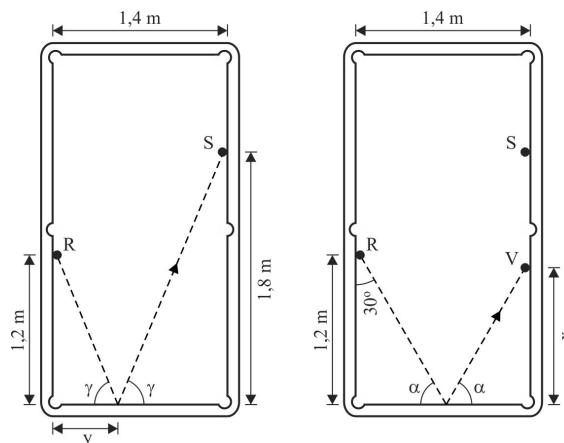


34. A figura abaixo mostra uma escultura formada por dois triângulos cinza. Determine as medidas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , bem como o ângulo  $\alpha$ .

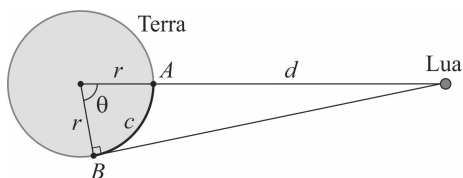


35. Um jogador de sinuca quer acertar uma bola situada na posição  $S$  de uma mesa retangular, dando uma tacada em uma bola localizada no ponto  $R$ , como mostrado na figura à esquerda.

- (a) Determine  $y$  para que a bola siga a trajetória da figura à esquerda.
- (b) Infelizmente, o jogador deu uma tacada que levou a bola ao ponto  $V$ , como mostrado à direita. Determine a distância  $x$  entre  $V$  e o canto da mesa.

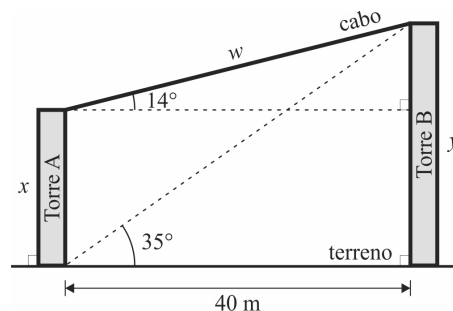


36. Para determinar a distância da Terra à Lua, usamos dois pontos  $A$  e  $B$  da superfície da Terra, como mostra a figura. Sabendo que o raio da Terra mede  $r = 6370$  km e que o arco  $AB$  mede  $c = 9902$  km, responda as perguntas abaixo.

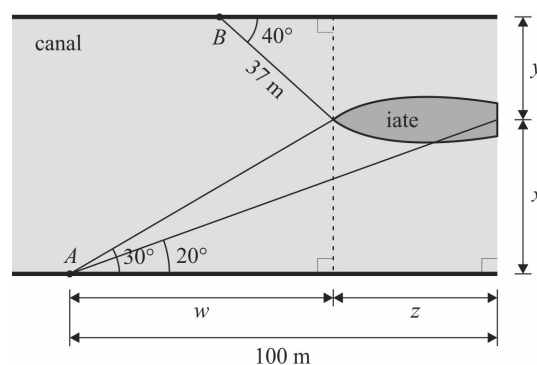


- (a) Determine o ângulo  $\theta$ .
- (b) Calcule a distância  $d$  entre a Terra e a Lua.

37. A figura abaixo mostra duas torres retangulares, A e B, construídas em um terreno plano. Determine as alturas das torres,  $x$  e  $y$ , bem como o comprimento  $w$  do cabo de aço que liga o topo das torres.



38. Um iate entra em um canal e é acompanhado por câmeras situadas nos pontos  $A$  e  $B$  mostrados na figura. Determine as distâncias  $x$  e  $y$  do centro do iate a cada borda do canal, bem como  $z$ , o comprimento do iate.



## Respostas

1. a.  $x = -3/5$ ; b.  $y = 2\sqrt{2}/3$ ;  
c.  $x = 1/2$ ; d.  $\sqrt{5}/3$ .
2. a.  $\pi/12$ ; b.  $-2\pi/5$ ; c.  $4\pi/5$ ;  
d.  $5\pi/4$ ; e.  $29\pi/18$ ; f.  $11\pi/6$ ;  
g.  $-\pi/6$ ; h.  $6\pi$ .
3. a.  $36^\circ$ ; b.  $-135^\circ$ ; c.  $150^\circ$ ;  
d.  $420^\circ$ ; e.  $360^\circ$ ; f.  $114,592^\circ$ ;  
g.  $-45,837^\circ$ ; h.  $15^\circ$ .
4. a.  $x = 0$ ;  $y = -1$ ;  
b.  $x = -\sqrt{3}/2$ ;  $y = -1/2$ ;  
c.  $x = -1/2$ ;  $y = \sqrt{3}/2$ ;  
d.  $x = -\sqrt{2}/2$ ;  $y = -\sqrt{2}/2$ ;  
e.  $x \approx -0,809$ ;  $y \approx 0,588$ .
5. a.  $180^\circ$ ; b.  $343^\circ$ ; c.  $330^\circ$ ;  
d.  $350^\circ$ ; e.  $3\pi/4$ ; f.  $2\pi/3$ ;  
g.  $\pi/6$ ; h.  $9\pi/5$ .
6. a.  $480^\circ$  e  $-240^\circ$ ; b.  $285^\circ$  e  $-435^\circ$ ;  
c.  $7\pi/3$  e  $-5\pi/3$ ; d.  $\pi/2$  e  $-7\pi/5$ .
7.  $30^\circ$
8.  $0,9\pi$  m
9.  $28,65^\circ$  ou  $1/2$  rad
10. a.  $\sin(\alpha) = \cos(\beta) = \frac{5}{13}$ ,  
 $\cos(\alpha) = \sin(\beta) = \frac{12}{13}$ ,  
 $\tan(\alpha) = \frac{5}{12}$ ;  $\tan(\beta) = \frac{12}{5}$ .  
b.  $\sin(\alpha) = \cos(\beta) = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ ,  
 $\cos(\alpha) = \sin(\beta) = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ ,  
 $\tan(\alpha) = \frac{3}{2}$ ;  $\tan(\beta) = \frac{2}{3}$ .
11. a. 25 e  $25\sqrt{3}$ ;  
b.  $20\sqrt{3}/3$  e  $40\sqrt{3}/3$ ;  
c. 12 e  $12\sqrt{2}$ .
12.  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$  e  $\frac{10}{3}$
13. 3 e 1
14.  $\sqrt{5}$  e  $2\sqrt{5}$
15. ...
16.  $\sin(\beta) = \sqrt{7}/4$ ,  $\cos(\beta) = 3/4$ .
17.  $\sin(\beta) = 1/7$ ,  $\cos(\beta) = 4\sqrt{3}/7$ .
18. a.  $160\sqrt{3}/3$ ; b.  $20\sqrt{3}$ .
19.  $c = 5,97$  m.
20.  $h \approx 324$  m.
21. 2,9 m.
22.  $\frac{160}{3}\sqrt{3} \text{ m}^2$
23.  $72 + 140\sqrt{3} \text{ cm}^2$
24.  $h = 4$ ,  $x = 4 + 4\sqrt{3}$ ,  $y = 4\sqrt{2}$
25.  $A_T \approx 7,656 \text{ cm}^2$ .  $A = 10A_T \approx 76,56 \text{ cm}^2$ .
26.  $89\sqrt{3} + 169/2 \text{ cm}^2$
27. Raio = 6366,2 km.  
Circunferência = 40.000 km.
28. 60 m.
29. 21,94 m.
30. 33,46 m.
31.  $75\sqrt{3} \text{ cm}^2$
32.  $x \approx 5,196 \text{ cm}$ ,  $y \approx 7,464 \text{ cm}$ ,  $z = 6 \text{ cm}$ ,  
 $A \approx 44,783 \text{ cm}^2$
33.  $h = 45 \text{ m}$ .  $c \approx 64,03 \text{ m}$ .
34.  $x \approx 2,89 \text{ m}$ ,  $y \approx 5,02 \text{ m}$ ,  $z \approx 2,90 \text{ m}$ ,  
 $\alpha \approx 49,1^\circ$
35. a.  $y = 0,56 \text{ m}$  b.  $x = 1,225 \text{ m}$
36. a.  $\theta = 89,0648^\circ$  b.  $d = 384.428 \text{ km}$
37.  $x \approx 18,03 \text{ m}$ ,  $y \approx 28 \text{ m}$ ,  $w \approx 41,22 \text{ m}$
38.  $x \approx 36,40 \text{ m}$ ,  $y \approx 23,78 \text{ m}$ ,  $z \approx 36,95 \text{ m}$