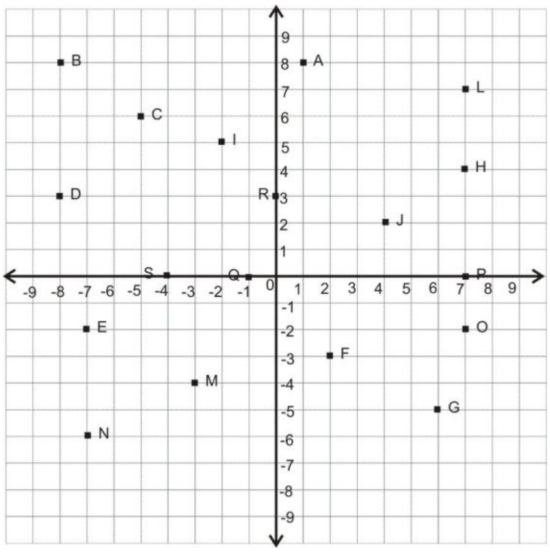
Quarta lista de exercícios.

Coordenadas Cartesianas. Retas. Funções. Função afim.

1. Indique, no plano Cartesiano, os pontos (0, 4), (1, 0), (2, 1) , (1, 3), (–2, 0), (0, –3), (3, –4), (4, –2) e (–4, –1).

2. Forneça as coordenadas dos pontos exibidos na figura abaixo.



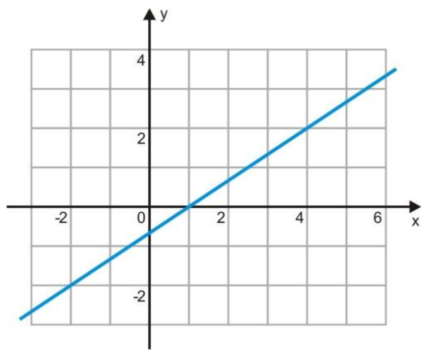
3. Encontre as equações das retas que satisfazem as condições indicadas.

   a) Passa por $(2, -1)$ e tem inclinação 3.
   b) Passa por $(1{,}5)$ e tem inclinação -3.
   c) Passa por $(-2{,}1)$ e tem inclinação $1/3$.
   d) Intercepta o eixo y na ordenada -1 e tem inclinação $4/5$.
   e) Passa por $(-1, -3)$ e intercepta o eixo y na ordenada 1.
   f) Passa por $(1{,}2)$ e por $(2{,}1)$.
   g) Passa por $(4, -2)$ e por $(-3, -2)$.
   h) Intercepta o eixo y na ordenada 3 e o eixo x na abscissa -2.
   i) Intercepta o eixo y na ordenada 2 e o eixo x na abscissa 1.

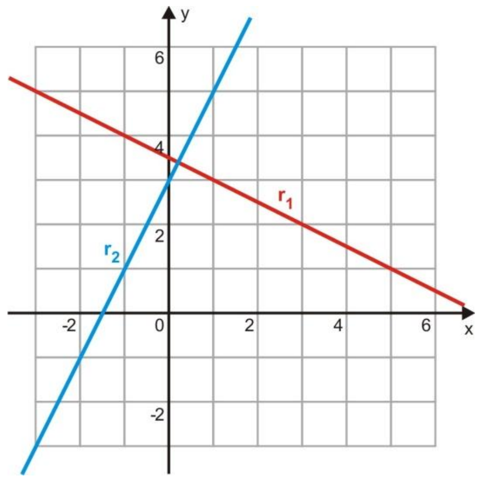
4. Dados os pontos $A(-1{,}2)$ e $B(3, -1)$

   a) Marque os pontos no plano Cartesiano, considerando as abscissas no intervalo $[-3, 5]$ e as ordenadas em $[-2\ , 3]$.
   b) Determine a equação da reta que passa pelos pontos. Trace essa reta no gráfico.
   c) Determine a ordenada do ponto dessa reta no qual a abscissa vale 1.
   d) Determine a abscissa do ponto da reta que tem ordenada 0.

5. Determine a equação da reta abaixo.



6. Encontre as equações das retas r_1 e r_2 indicadas na figura.



7. Exiba no plano Cartesiano as regiões definidas pelas inequações abaixo, supondo que o eixo-x é horizontal o eixo-y é vertical.

   a) $x > -1/2$
   b) $-3 \leq y \leq 0$
   c) $y \geq 1{,}5$
   d) $x = 3$
   e) $-2 \leq x \leq 5$
   f) $x \geq 1$ e $y \geq 1$
   g) $x \leq -1$
   h) $y < 3/2$
   i) $y = -2$

j) $x \geq -1$ e $y \leq 2$
k) $y \geq 2 - x$
l) $\frac{1}{6}x - 2 \leq 3 - \frac{2}{3}x$

8. Calcule as funções nos pontos indicados.

a) $f(x) = -2(x+1)$
$f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(a), f(-a)$.
b) $g(y) = 3(y-2)^2$
$g(-2), g(-1), g(0), g(1), g(2)$.
c) $h(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$.
$h(0), h(-2), h\left(\frac{1}{2}\right), h(a), h(a-1)$.
d) $f(w) = w - \frac{2}{w}$.
$f(-1), f\left(\frac{1}{2}\right), f(x), f\left(\frac{1}{x}\right), f(2z)$.

9. Determine o domínio das funções.

a) $f(x) = 3x + 2$.
b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$
c) $f(x) = \frac{1}{2x+5}$.
d) $g(x) = \sqrt{x+9}$.
e) $f(x) = \sqrt{5-2x}$
f) $p(x) = \sqrt[3]{x-2}$.
g) $g(x) = \frac{3x+1}{4x+6}$.
h) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$.
i) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+1}$

10. Um engenheiro precisa projetar uma estrada que desça 50 m de altura, com um declive de 6%, o que significa que a inclinação corresponde a $-6/100$.

a) Defina uma equação que forneça a altura (h) da estrada em relação ao deslocamento horizontal (x). Suponha que a altura do fim da rampa é 0.
b) Determine o comprimento horizontal da rampa.

11. O tronco de um carvalho plantado no século 17, na França, possuía 2,5 m de diâmetro em 1805 e 5,5 m de diâmetro em 2003. Suponha que o diâmetro do tronco do carvalho tenha crescido a uma taxa constante.

a) Determine aproximadamente o ano em que o carvalho foi plantado.
b) Determine uma equação que forneça o diâmetro do tronco em relação à idade do carvalho.
c) Determine em que ano o diâmetro do carvalho atingirá 6 m.

12. O dono de uma indústria de móveis descobriu que há uma relação linear entre o custo diário de produção de cadeiras em sua fábrica e o número de cadeiras produzidas em um dia. Assim, se a indústria produz 100 cadeiras em um dia, o custo total de produção é de R$ 2200,00. Por outro lado, se o número de cadeiras produzidas em um dia sobe para 300, o custo total de produção atinge R$ 4800,00.

a) Exiba os dados fornecidos no enunciado em um gráfico no qual o eixo horizontal forneça o número de cadeiras produzidas em um dia e o eixo vertical forneça o custo total de produção.
b) Trace no gráfico a reta que passa pelos pontos dados.
c) Determine a equação da reta.
d) indique o que significam a inclinação da reta e o seu ponto de interseção com o eixo y.
e) Determine o custo total de produção de um dia no qual foram fabricadas 400 cadeiras.

13. Um fazendeiro usa milho para produzir dois tipos de ração animal. Cada quilograma da ração A consome 0,4 kg de milho, enquanto um quilograma da ração B exige apenas 0,3 kg de milho. No momento, o fazendeiro dispõe de 10 kg de milho, que pretende usar integralmente para produzir as rações A e B.

a) Suponha que x seja a quantidade (em kg) de ração A e que y seja a quantidade de ração B que o fazendeiro pode produzir com o milho disponível. Escreva uma equação que relacione x, y e a quantidade de milho de que o fazendeiro dispõe.
b) Represente essa equação como uma reta no plano Cartesiano, considerando que x e y estão entre 0 e 40.

c) Se o fazendeiro decidir produzir 16 kg de ração A, quanto ele poderá produzir da ração B?
d) Se o fazendeiro decidir usar o milho apenas na ração A, quantos quilogramas poderá produzir?

14. Uma indústria alimentícia desenvolveu uma dieta de engorda para porcos. Quando submetido à dieta, um porco que possuía 25 kg consegue aumentar 15 kg por mês.

a) Escreva uma função $P(t)$ que forneça o peso do porco em relação ao tempo (em meses), supondo que seu peso inicial corresponda a 25 kg.
b) Determine a duração da dieta, em meses, supondo que o porco é abatido quando atinge 100 kg.
c) Represente sua função no plano Cartesiano, indicando o instante do abate.

15. A pressão de um volume constante de gás varia linearmente com a temperatura. Em uma experiência de um laboratório, observou-se que a pressão de um certo volume de um gás correspondia a 800 mmHg, a 20°C, e a 900 mmHg, a 60°C.

a) Escreva uma função $P(T)$ que forneça a pressão desse volume de gás (em mmHg) em relação à temperatura.
b) Represente sua função no plano Cartesiano.
c) Determine a pressão a 85°C.

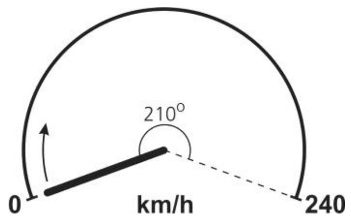
16. Para alugar um carro pequeno, a locadora Júpiter cobra uma taxa fixa de R$ 12,00, além de R$ 0,40 por quilômetro rodado. Já a locadora Mercúrio cobra apenas R$ 0,60 por quilômetro rodado, sem taxa fixa.

a) Escreva uma função $C_J(x)$ que forneça o custo do aluguel da locadora Júpiter em relação à distância x (em km) percorrida com o carro.
b) Escreva uma função $C_M(x)$ que forneça o custo do aluguel da locadora Mercúrio.
c) Usando uma desigualdade, determine a partir de que distância é mais vantajoso alugar um carro na locadora Júpiter.
d) Represente no plano Cartesiano as duas funções acima. Em seu gráfico, considere que $0 \leq x \leq 100$ e que $0 \leq y \leq 60$.
e) Identifique no gráfico do item (d) a solução obtida no item (c).

17. Em uma determinada região do planeta, a temperatura média anual subiu de 13,35 ºC em 1995 para 13,8 ºC em 2010. Suponha que o aumento linear da temperatura, observado entre 1995 e 2010, será mantido nos próximos anos.

a) Escreva uma função $T(t)$ que forneça a temperatura naquela região em relação ao tempo decorrido (em anos) a partir de 1990.
b) Use a sua função para prever a temperatura média em 2012.
c) Represente essa equação como uma reta no plano Cartesiano, destacando o que acontece em 2012.
d) O que representam a inclinação da reta e o ponto de interseção com o eixo y?

18. O velocímetro é um instrumento que indica a velocidade de um veículo. A figura abaixo mostra o velocímetro de um carro que pode atingir 240 km/h. Observe que o ponteiro no centro do velocímetro gira no sentido horário à medida que a velocidade aumenta.



a) Suponha que o ângulo de giro do ponteiro seja diretamente proporcional à velocidade. Nesse caso, qual é o ângulo entre a posição atual do ponteiro (0 km/h) e sua posição quando o velocímetro marca 104 km/h
b) Um determinado velocímetro fornece corretamente a velocidade do veículo quando esse trafega a 20 km/h, mas indica que o veículo está a 70 km/h quando a velocidade real é de 65 km/h. Supondo que o erro de aferição do

velocímetro varie linearmente com a velocidade por ele indicada, determine a função $v(x)$ que representa a velocidade real do veículo quando o velocímetro marca uma velocidade de x km/h.

19. Na superfície do oceano, a pressão da água é a mesma do ar, ou seja, 1 atm. Abaixo da superfíce da água, a pressão aumenta 1 atm a cada 10 m de aumento na profundidade.
    a) Escreva uma função $P(x)$ que forneça a pressão (em atm) com relação à profundidade (em m), Considere que $x = 0$ na superfície da água do mar.
    b) Represente sua função no plano Cartesiano.
    c) Determine a pressão a 75 m de profundidade.

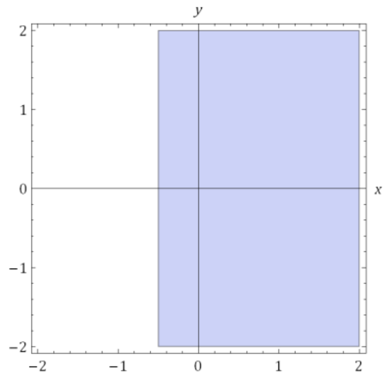
20. Pela Lei de Hooke, a força axial F (em Newtons, N) necessária para esticar uma mola por x metros, a partir de sua posição de repouso, é diretamente proporcional a x. Uma dada mola pode ser esticada em 20 cm aplicando-se uma força axial de 15 N.
    a) Seguindo a Lei de Hooke, escreva uma função $F(x)$ para a mola do enunciado.
    b) Determine o alongamento produzido por uma força de 24 N.

21. A frequência natural de vibração de uma corda (como a do violino) é inversamente proporcional ao comprimento da corda. Suponha que uma determinada corda produza uma frequência de 440 Hz quando mede 33 cm.
    a) Escreva uma função $F(c)$ que relacione a frequência e o comprimento da corda do enunciado (em metros).
    b) Determine a frequência da corda quando seu comprimento é reduzido para 25 cm.

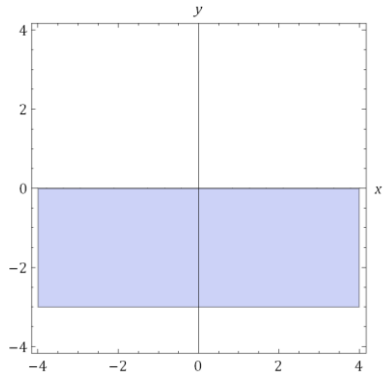
22. Para um determinado carro, a distância necessária para pará-lo completamente é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade na qual ele trafegava antes de o freio ser acionado. Suponha que, quando está a 80 km/h, o carro gasta 32 m para parar completamente.
    a) Escreva uma função $D(v)$ que forneça a distância (em m) gasta para parar o carro, em relação à velocidade deste (em km/h).
    b) Determine a distância que será percorrida antes de parar o carro quando ele trafega a 110 km/h.

Respostas.

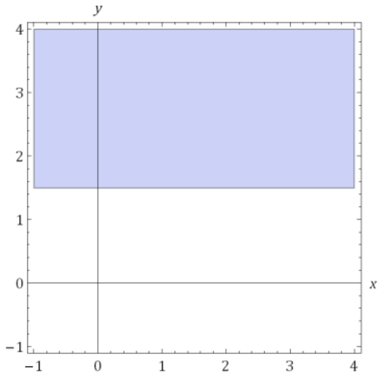
1. ...
2. A(1,8); B(−8,8); C(−5,6); D(−8,3); E(−7,−2); F(2,−3); G(6,−5); H(7,4); I(−2,5), J(4,2); L(7,7); M(−3,−4); N(−7,−6); O(7,−2); P(7,0); Q(−1,0); R(0,3); S(−4,0).
3. a. $y = 3x - 7$; b. $y = -3x + 8$; c. $y = \frac{x}{3} + \frac{5}{3}$; d. $y = \frac{4}{5}x - 1$; e. $y = 4x + 1$; f. $y = 3 - x$; g. $y = -2$; h. $y = \frac{3}{2}x + 3$; i. $y = -2x + 2$.
4. b. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$; c. $y = 1/2$. d. $x = 5/3$.
5. $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$.
6. $r_1: y = -\frac{x}{2} + \frac{7}{2}$; $r_2: y = 5x + 3$.
7. a.



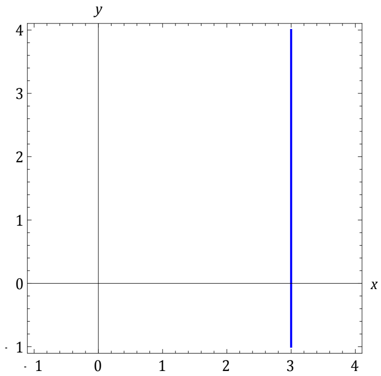
b.



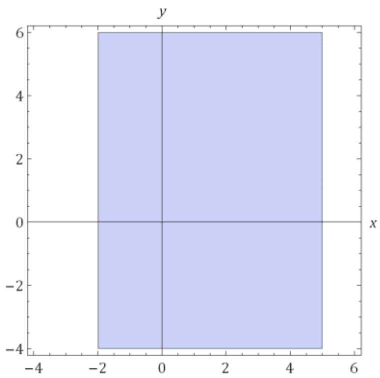
c.


y
x
4
3
2
1
0
−1
−1 0 1 2 3 4

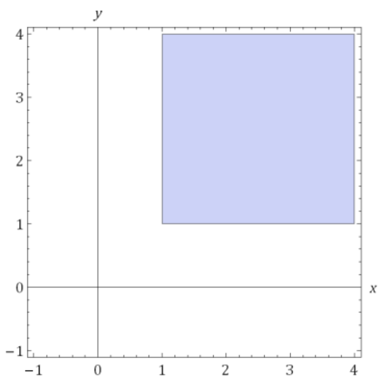
d.


y
x
4
3
2
1
0
· 1
· 1 0 1 2 3 4

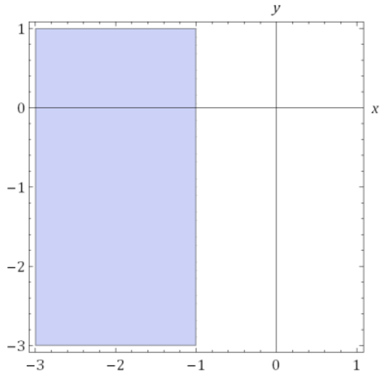
e.


y
x
6
4
2
0
−2
−4
−4 −2 0 2 4 6

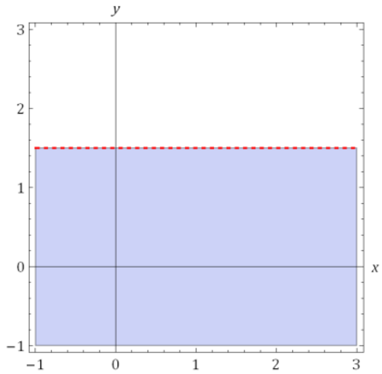
f.


y
x
4
3
2
1
0
−1
−1 0 1 2 3 4

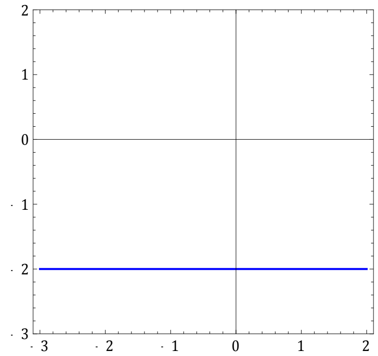
g.


y
x
1
0
−1
−2
−3
−3 −2 −1 0 1

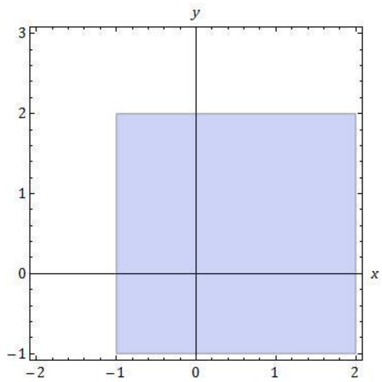
h.


y
x
3
2
1
0
−1
−1 0 1 2 3

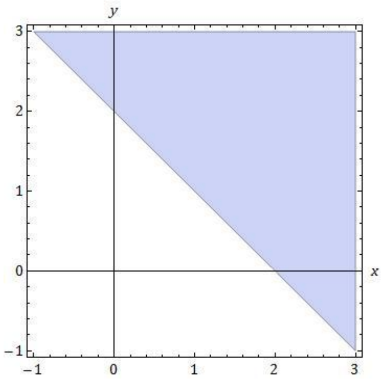
i.


2
1
0
· 1
· 2
· 3
· 3 · 2 · 1 0 1 2

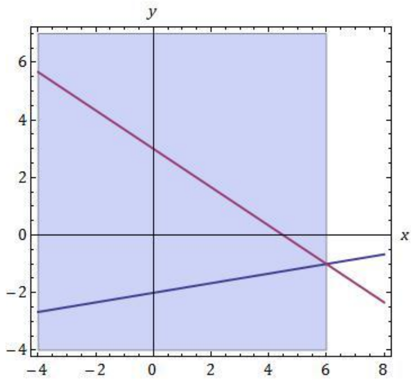
j.


y
x
3
2
1
0
−1
−2 −1 0 1 2

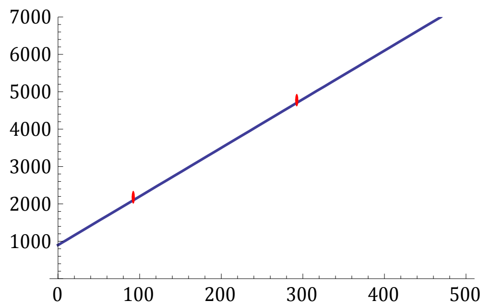
k.



l.

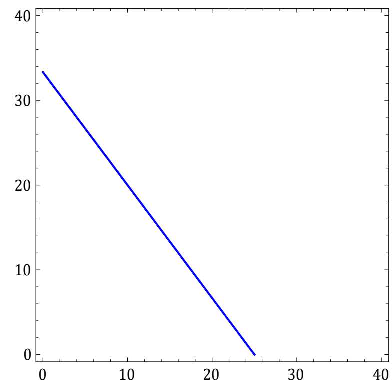


8. a. 2; 0; −2; −4; −2 − a; −2 + a.
   b. 48; 27; 12; 3; 0.
   c. −1 ; −1/3; −2; $\frac{1+a}{a^2-1}$; $\frac{1}{a-2}$.
   d. 1; −7/2; $x-\frac{2}{x}$; $-2x+\frac{1}{x}$; $2z-\frac{1}{z}$.
9. a. $\mathbb{R}$; b. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \neq 2\}$; c. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \neq -\frac{5}{2}\}$;
   d. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \geq -9\}$; e. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \leq \frac{5}{2}\}$; f. $\mathbb{R}$;
   g. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \neq -\frac{3}{2}\}$; h. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \geq \frac{1}{2}\}$;
   i. $\{x \in \mathbb{R}\,|x \leq 3, x \neq -1\}$.
10. a. $h = 50 - 0{,}06x$; b. 833,33 m.
11. a. 1640; b. $d = t/66$; c. 2036.
12. a,b.

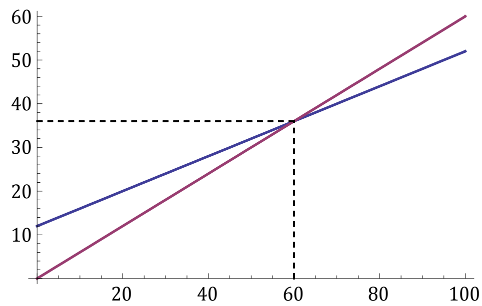


c. $y = 13x + 900$; e. R$ 6100,00.
d. A inclinação da reta corresponde ao custo de produção por cadeira. O intercepto do eixo-y é o custo fixo de produção.
13. a. $0{,}4x + 0{,}2y = 10$;

b.



c. 12 kg. d. 25 kg.
14. a. $P(t) = 25 + 15t$; b. 5 meses;
15. a. $P(T) = \frac{5T}{2} + 750$; c. 962,5 mmHg.
16. a. $C_J(x) = 12 + 0{,}4x$; b. $C_M(x) = 0{,}6x$;
    c. A locadora Júpiter é mais vantajosa para quem percorre mais de 60 km por dia;
    d, e.



17. a. $T(t) = 0{,}03t + 13{,}2$; b. 13,86°C;
    d. A inclinação corresponde ao aumento anual de temperatura. O intercepto do eixo-y é a temperatura em 1990.
18. a. 91°. b. $v(x) = 0{,}9x + 2$.
19. a. $P(x) = 1 + x/10$ (considerando que a profundidade é um número real positivo);
    c. 8,5 atm.
20. a. $F(x) = 75x$; b. 32 cm.
21. a. $F(c) = 145{,}2/x$; b. 580,8 Hz.
22. a. $D(v) = v^2/200$; b. 60,5 m.