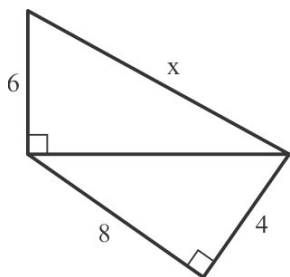


Quinta lista de exercícios.

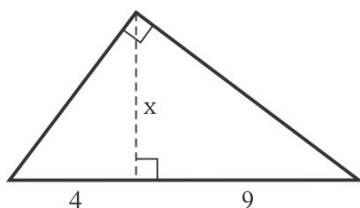
Triângulos retângulos. Polígonos regulares. Áreas de superfícies planas.

1. Qual deve ser o comprimento de uma escada para que, quando encostada a uma parede, seu topo atinja 2,4 m de altura quando sua base está a 0,7 m da parede?

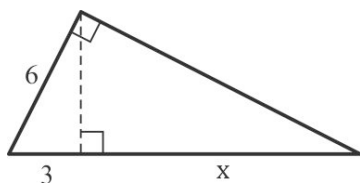
2. (Dolce/Pompeo) Determine x .



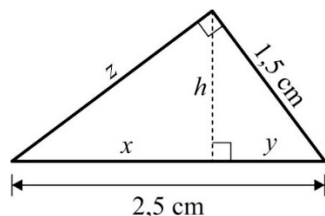
3. (Dolce/Pompeo) Determine x .



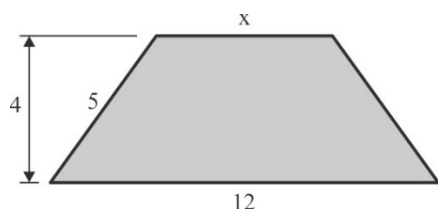
4. (Dolce/Pompeo) Determine x .



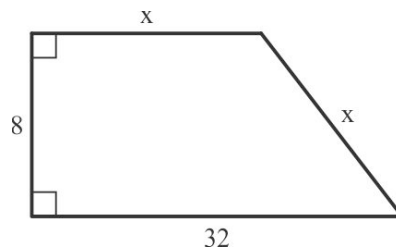
5. Determine x , y , z e h .



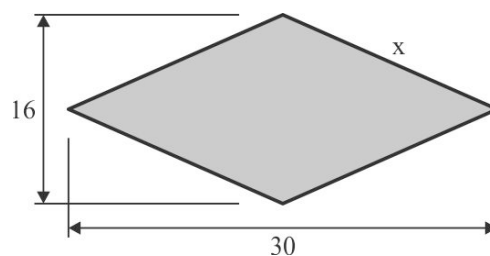
6. (Dolce/Pompeo) Sabendo que o trapézio abaixo é isósceles, determine x .



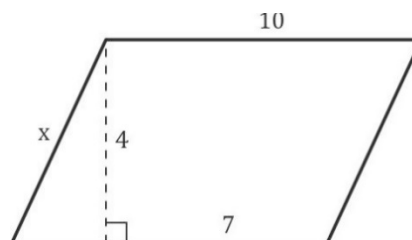
7. (Dolce/Pompeo) Determine x .



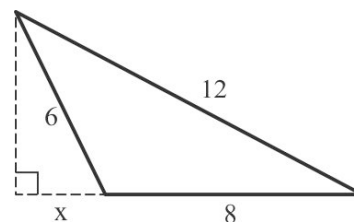
8. (Dolce/Pompeo) Determine x no losango abaixo.



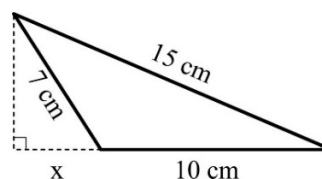
9. (Dolce/Pompeo) Determine x no paralelogramo abaixo.



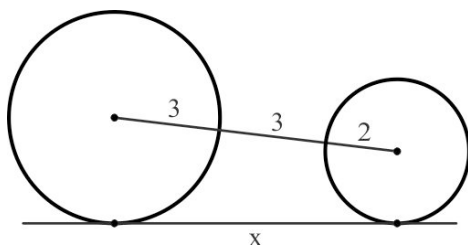
10. (Dolce/Pompeo) Determine x .



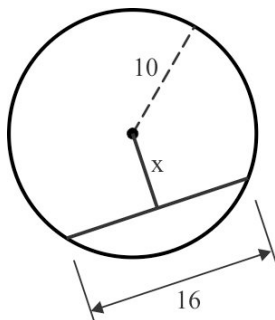
11. Determine x na figura abaixo.



12. (Dolce/Pompeo) Determine x .



13. (Dolce/Pompeo) Determine x



14. (Dolce/Pompeo) Determine a diagonal de um quadrado de perímetro 20 m.

15. (Dolce/Pompeo) O perímetro de um losango é 52 m e uma diagonal mede 10 m. Determine a outra diagonal.

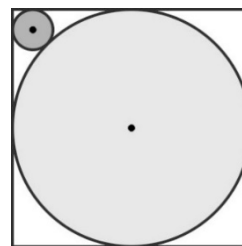
16. (Dolce/Pompeo) Determine a altura de um triângulo equilátero de perímetro 24 m.

17. (Dolce/Pompeo) O perímetro de um triângulo isósceles é 18 m e a altura relativa à base mede 3 m. Determine a base.

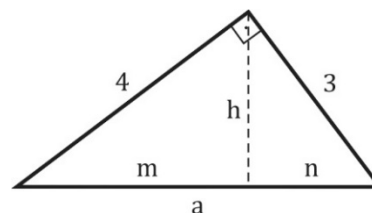
18. (Dolce/Pompeo) As bases de um trapézio retângulo medem 3 m e 9 m e o seu perímetro é igual a 30 m. Calcule a altura.

19. (Dolce/Pompeo) Dois ciclistas partem da praça de uma mesma cidade em direção reta. Um segue na direção leste e o outro vai para o norte. Determine a distância que os separa depois de duas horas, sabendo que o primeiro viajou a uma velocidade de 30 km/h, enquanto o segundo pedalou a 45 km/h.

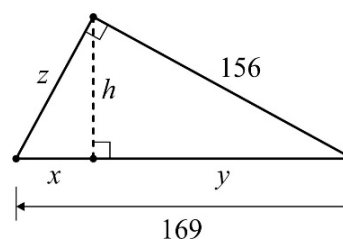
20. Adaptado de Dolce/Pompeo) Considere os dois círculos tangentes mostrados na figura. Sabendo que o quadrado tem lado de 2 cm, determine o raio do círculo menor.



21. Dado o triângulo, determine a , m , n e h .



22. Na figura abaixo, determine x , y , z e h . (As dimensões estão em centímetros.)

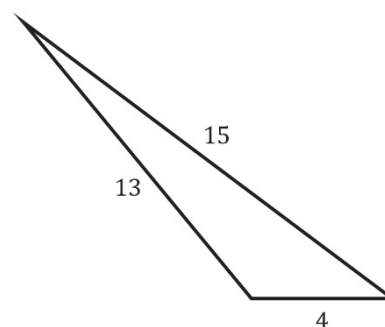


23. Determine a altura h de um triângulo equilátero de lado x .

24. A base de um triângulo isósceles mede 10 cm e sua altura mede 12 cm. Quanto medem os outros lados do triângulo?

25. Em um triângulo isósceles, a altura (referente ao lado diferente dos demais) mede 1 cm e o perímetro é igual a 4 cm. Determine as medidas dos lados. Dica: faça um desenho que ilustre a situação.

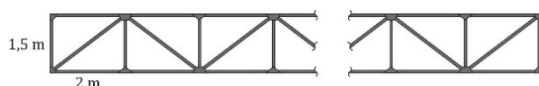
26. Dado o triângulo abaixo, determine a altura relativa ao lado cuja medida é 4. Dica: aplique duas vezes o teorema de Pitágoras.



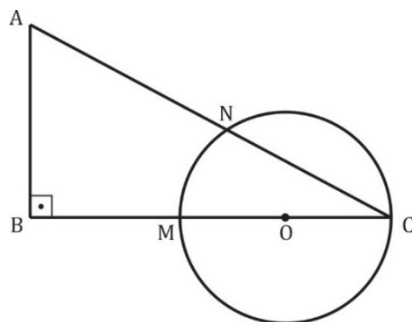
27. Dois navios partem ao mesmo tempo, de um mesmo porto, em direções perpendiculares, a velocidades constantes. O primeiro barco viaja a 18 km/h e o segundo a 24 km/h. Qual a distância entre os barcos depois de decorridos trinta minutos da partida?

28. Um dos catetos de um triângulo retângulo mede 8 cm. Sabendo que o perímetro do triângulo é igual a 24 cm, determine o raio da circunferência que o circunscreve.

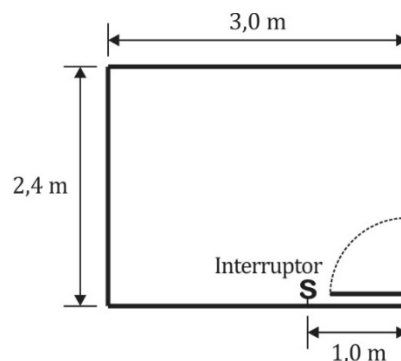
29. Um carpinteiro foi contratado para construir uma cerca formada por ripas de madeira. A figura abaixo apresenta uma vista parcial da cerca. Quantos metros de ripa são necessários para construir uma cerca com 300 m de comprimento?



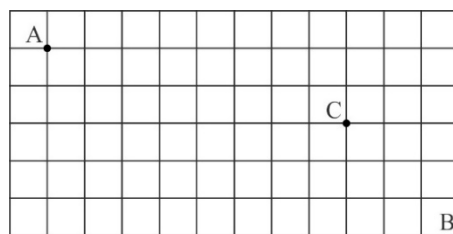
30. Determinar o diâmetro da circunferência mostrada na figura abaixo, sabendo que $\overline{AB} = 16$, $\overline{BC} = 30$ e $\overline{CN} = 15$.



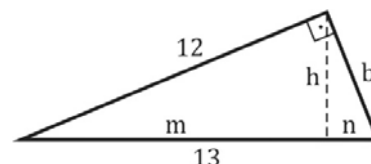
31. A planta de um cômodo que tem 2,7 m de altura é mostrada abaixo. Um eletricista deseja instalar um fio para conectar uma lâmpada, localizada no centro do teto do cômodo, ao interruptor, situado a 1,0 m do chão, e a 1,0 m do canto do cômodo, como está indicado na figura. Supondo que o fio subirá verticalmente pela parede, e desprezando a espessura da parede e do teto, determine o comprimento mínimo de fio necessário para conectar o interruptor à lâmpada.



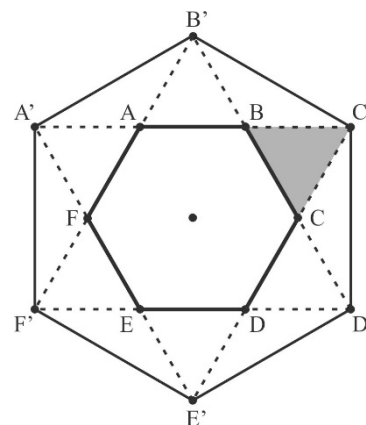
32. (Ivan) Na figura abaixo, os quadrados são iguais e têm lado correspondente a 100 km. Um avião sai da cidade A, faz escala em C, e chega na cidade B. Supondo que o avião voe em linha reta em cada trecho, determine a distância percorrida de A até B, passando por C.



33. Dado o triângulo abaixo, determine b, m, n e h.



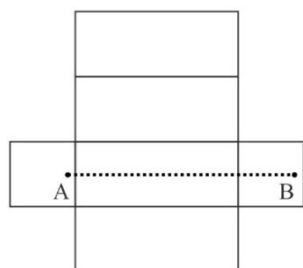
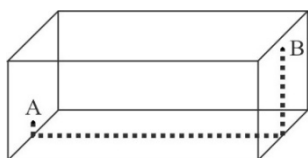
34. (OBMEP) O hexágono regular ABCDEF tem 1 cm² de área. Os prolongamentos de seus lados determinam seis novos pontos A', B', C', D', E' e F', conforme mostra a figura.



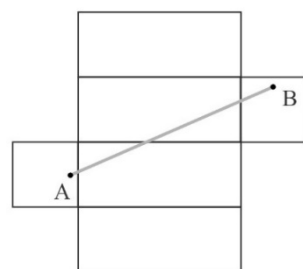
- a) Determine a área do triângulo BCC' , destacado em cinza.
- b) Determine a área do hexágono $A'B'C'D'E'F'$.

35. (OBMEP) Uma caixa retangular tem dimensões $60\text{cm} \times 4\text{cm} \times 24\text{cm}$. Uma aranha e uma mosca estão, respectivamente, nos pontos A e B da caixa. A aranha está a uma distância de 2 cm da base, enquanto a mosca está a uma distância de 2 cm do topo, mas ambas estão à mesma distância das outras duas faces laterais. Andando sobre a superfície da caixa, a aranha pode percorrer vários caminhos para chegar à mosca. Determine a distância que a aranha irá percorrer seguindo cada um dos caminhos abaixo.

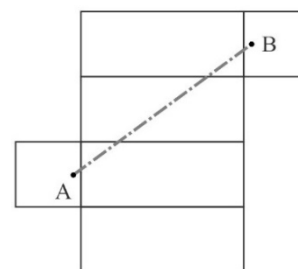
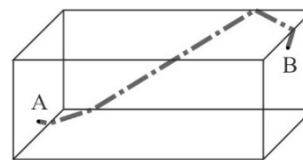
a)



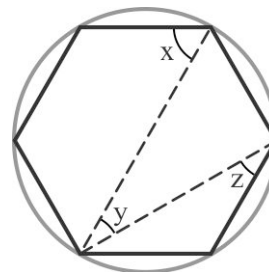
b)



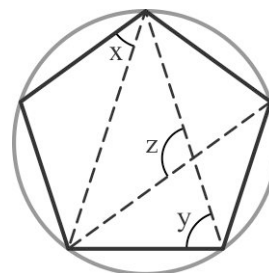
c)



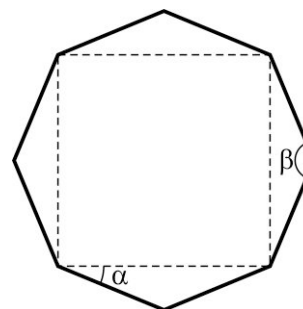
36. (Dolce/Pompeo) Determine as medidas dos ângulos x , y e z indicados na figura, sabendo que o hexágono é regular.



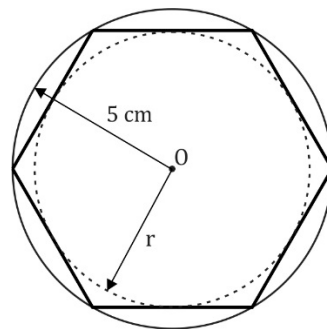
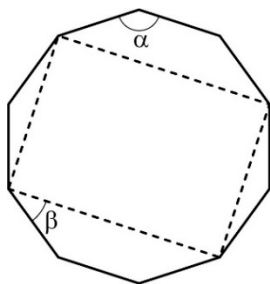
37. (Dolce/Pompeo) Determine as medidas dos ângulos x , y e z indicados na figura, sabendo que o pentágono é regular.



38. A figura abaixo mostra um octógono regular. Determine α e β .



39. A figura abaixo mostra um decágono regular (polígono com 10 lados). Determine os valores de α e β .



40. Determine o polígono regular cujos ângulos internos medem 140° .

41. Calcule o ângulo interno do polígono regular que tem 90 diagonais.

42. Um dos ângulos internos de um polígono regular mede 160° . Determine o número de lados e o número de diagonais do polígono.

43. Dado um círculo de raio R , calcule a razão entre o lado do quadrado inscrito e o lado do quadrado circunscrito ao círculo. (Dica: faça um desenho que ilustre a situação.)

44. Determine o perímetro de um hexágono regular circunscrito a uma circunferência de raio igual a $3\sqrt{3}\text{ cm}$.

45. A distância entre dois lados paralelos de um hexágono regular é $2\sqrt{3}\text{ cm}$. Determine a medida do lado do hexágono.

46. Determine o raio da circunferência circunscrita ao triângulo equilátero de lado 15 cm .

47. Determine o lado do triângulo equilátero cuja circunferência inscrita tem raio 6 cm .

48. A circunferência inscrita em um hexágono tem raio 9 cm . Determine o raio da circunferência circunscrita ao hexágono.

49. O raio da circunferência circunscrita a um hexágono regular mede 5 cm . Determine o comprimento do lado do hexágono, bem como o raio da circunferência inscrita, indicado pela letra r na figura a seguir.

50. Usando régua e compasso, desenhe a circunferência inscrita e a circunferência circunscrita a um

a) Quadrado de lado 5 cm .

b) Hexágono de lado 3 cm .

51. (Dolce/Pompeo) Dado o raio R de uma circunferência, determine o lado e o apótema do octógono regular inscrito.

52. (Dolce/Pompeo) Determine as medidas das diagonais de um octógono regular de lado ℓ .

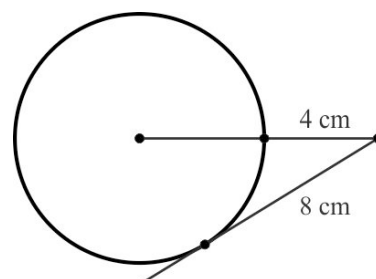
53. Dada uma circunferência de raio igual a 10 cm , determine o comprimento do arco correspondente a um ângulo central de

a) 45° ; b) 60° ; c) 90° ; d) 120° .

54. Você quer construir uma roda que percorra 1 m a cada volta. Qual deve ser o raio da roda?

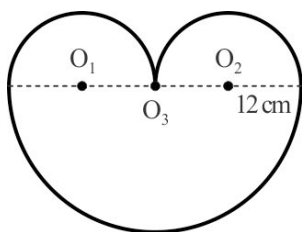
55. Um ciclista tem que percorrer uma distância de 10 km . Se a roda de sua bicicleta tem 66 cm de diâmetro, e se cada pedalada faz a roda girar $5/6$ de volta, quantas pedaladas o ciclista dará nesse percurso?

56. (Dolce/Pompeo) Determine o comprimento da circunferência abaixo.



57. (Dolce/Pompeo) A curva abaixo é composta por três arcos de circunferência, com

centros em O_1 , O_2 e O_3 . Determine o comprimento da curva.



58. (Dolce/Pompeo) Uma circunferência tem 12,56 cm de comprimento. Calcule o raio usando $\pi \approx 3,14$.

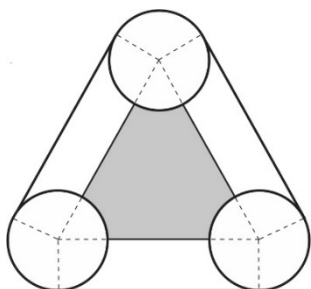
59. (Dolce/Pompeo) Um carpinteiro vai construir uma mesa redonda para acomodar 6 pessoas sentadas ao seu redor. Determine o diâmetro da mesa para que cada pessoa disponha de um arco de 50 cm.

60. Um fio de 48 cm de comprimento é cortado em duas partes, para formar dois quadrados, de modo que a área de um deles seja quatro vezes a área do outro.

a) Determine o comprimento de cada uma das partes do fio.

b) Calcule a área dos quadrados formados.

61. Três roldanas de raio $r = 2$ cm têm centro nos vértices de um triângulo equilátero cujo lado mede 6 cm. Determine o comprimento da curva fechada que tangencia externamente as três circunferências, mostrada na figura abaixo.



62. Um triângulo equilátero tem o mesmo perímetro que um hexágono regular cujo lado mede 1,5 cm. Determine

a) o comprimento de cada lado do triângulo.

b) a razão entre as áreas do hexágono e do triângulo.

63. Duplicando o raio de uma circunferência, o que acontece com

a) o comprimento da circunferência?

b) a área do círculo a ela associado?

64. Supondo que a área média ocupada por uma pessoa em um comício seja de 2.500 cm², quantas pessoas poderão se reunir em uma praça retangular que mede 150 m de comprimento por 50 m de largura?

65. Determine as dimensões do retângulo que tem 15 cm de perímetro e 14 cm² de área.

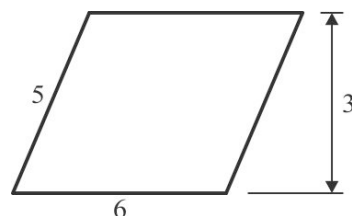
66. Em um retângulo com 128 cm² de área, a base mede o dobro da altura. Determine as dimensões do retângulo.

67. Determine a área do losango cuja diagonal maior é o dobro da menor e cujo perímetro é igual a 2 m.

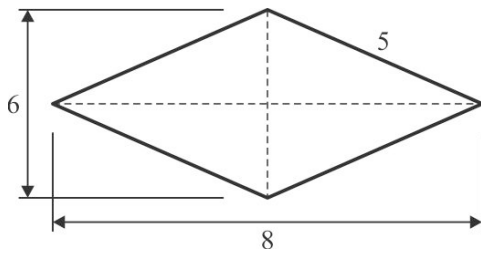
68. Determine o lado de um quadrado sabendo que, ao aumentarmos esse lado em 3 cm, a área do quadrado aumenta em 81 cm².

69. Determine o perímetro de um triângulo isósceles cuja base (que não é congruente a outro lado) mede 10 cm e cuja área é igual a 60 cm².

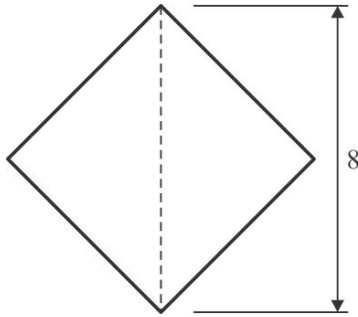
70. (Dolce/Pompeo) Determine a área do paralelogramo abaixo, usando o metro como unidade de medida.



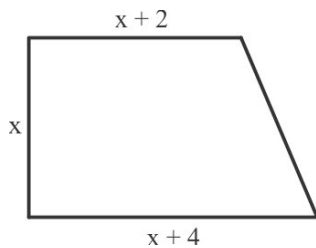
71. (Dolce/Pompeo) Determine a área do losango abaixo, usando o metro como unidade de medida.



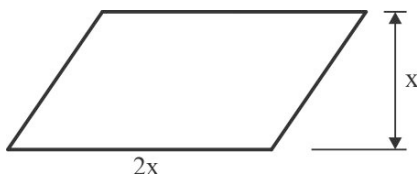
72. (Dolce/Pompeo) Determine a área do quadrado abaixo, usando o metro como unidade de medida.



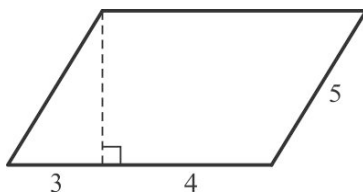
73. (Dolce/Pompeo) Sabendo que a área do trapézio abaixo é 18 m^2 , determine x .



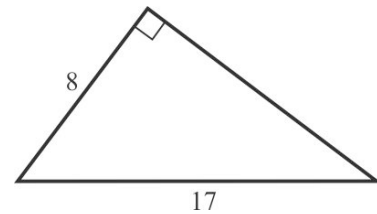
74. (Dolce/Pompeo) Sabendo que a área do paralelogramo abaixo é 32 m^2 , determine x .



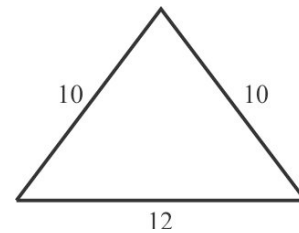
75. (Dolce/Pompeo) Determine a área do paralelogramo, usando o metro como unidade de medida.



76. (Dolce/Pompeo) Determine a área do triângulo, usando o metro como unidade de medida.

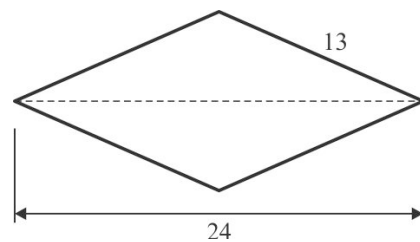


77. (Dolce/Pompeo) Determine a área do triângulo, usando o metro como unidade de medida.



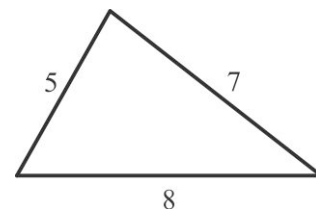
78. Um losango tem 100 cm de perímetro. Sabendo que uma diagonal é o triplo da outra, calcule as medidas das diagonais e a área do losango.

79. (Dolce/Pompeo) Determine a área do losango, usando o metro como unidade de medida.

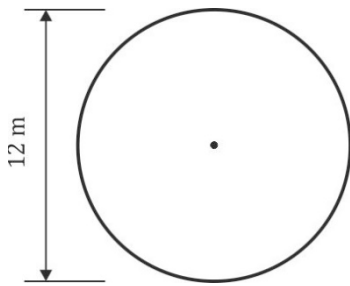


80. (Dolce/Pompeo) Determine a área do hexágono regular inscrito em um círculo de raio 4 m .

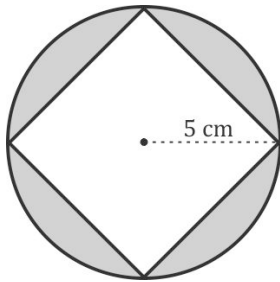
81. (Dolce/Pompeo) Determine a área do triângulo, usando o metro como unidade de medida.



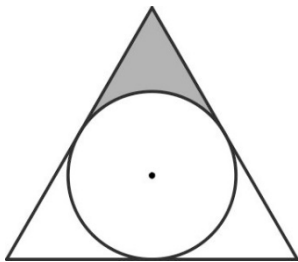
82. (Dolce/Pompeo) Determine a área do círculo.



83. (Dolce/Pompeo) Calcule a área da figura sombreada sabendo que o quadrilátero interno é um quadrado.

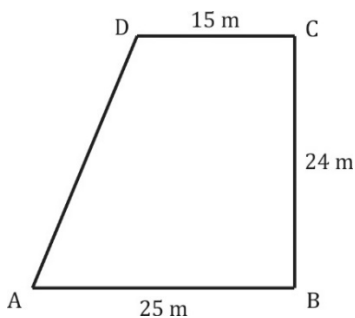


84. (Dolce/Pompeo) Determine a área da região sombreada sabendo que o triângulo é equilátero e tem 6 m de lado.



85. (Dolce/Pompeo) Determine a área de um círculo sabendo que o comprimento de sua circunferência é igual a 8π cm.

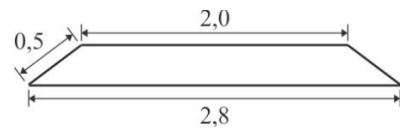
86. Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo ABCD, conforme mostra a figura.



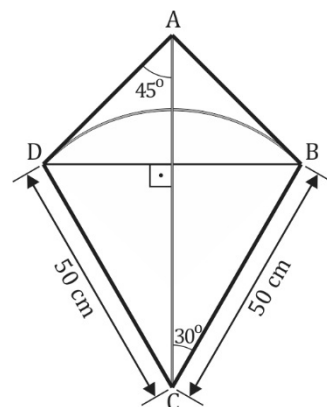
- a) Se cada metro quadrado desse terreno vale R\$100,00, qual é o valor total do terreno?

- b) Divida o trapézio ABCD em quatro partes de mesma área, por meio de três segmentos paralelos ao lado BC. Faça uma figura para ilustrar sua resposta, indicando as dimensões das divisões no lado AB.

87. Em uma estrada de ferro, os dormentes e os trilhos são assentados sobre uma base composta basicamente por brita. Essa base (ou lastro) tem uma seção trapezoidal. A base menor do trapézio, que é isósceles, tem 2 m, a base maior tem 2,8 m e as arestas laterais têm 50 cm de comprimento, conforme representado na figura abaixo. Determine a área do trapézio.

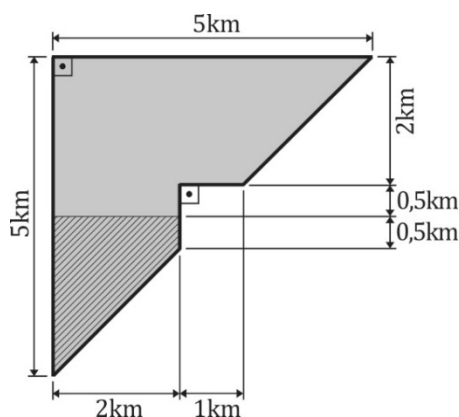


88. O papagaio (também conhecido como pipa, pandorga ou arraia) é um brinquedo muito comum no Brasil. A figura abaixo mostra as dimensões de um papagaio simples, confeccionado com uma folha de papel que tem o formato do quadrilátero ABCD, duas varetas de bambu (indicadas em cinza) e um pedaço de linha. Calcule a área do quadrilátero de papel que forma o papagaio.



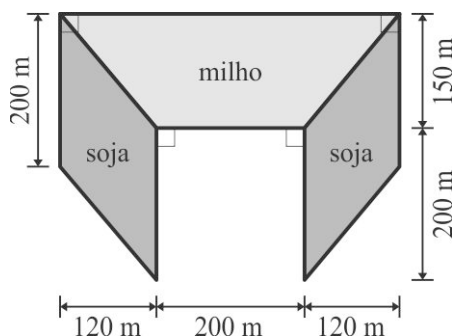
89. Uma plantação de cana-de-açúcar tem o formato mostrado na figura abaixo. Para colher a cana, pode-se recorrer a trabalhadores especializados ou a máquinas. Cada trabalhador é capaz de colher 0,001 km² por dia, enquanto uma colhedeira

mecânica colhe, por dia, uma área correspondente a $0,09 \text{ km}^2$.

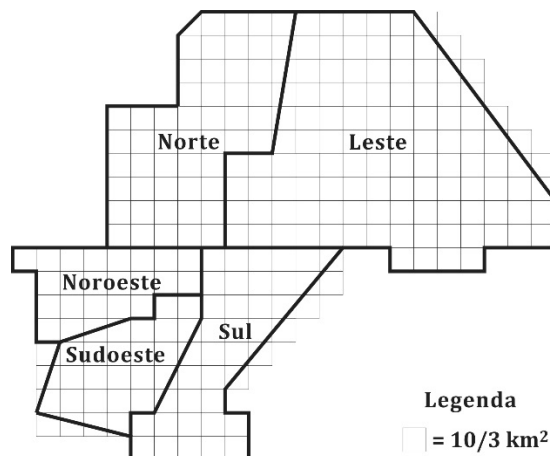


- Se a cana precisa ser colhida em 40 dias, quantos trabalhadores são necessários para a colheita, supondo que não haja máquinas?
- Suponha, agora, que a colheita da parte hachurada do desenho só possa ser feita manualmente, e que o resto da cana seja colhido por quatro colhedoras mecânicas. Neste caso, quantos trabalhadores são necessários para que a colheita das duas partes tenha a mesma duração? Em seus cálculos, desconsidere os trabalhadores que operam as máquinas.

90. A área plantada de uma fazenda é mostrada abaixo. Determine a área cultivada com soja e a área cultivada com milho.



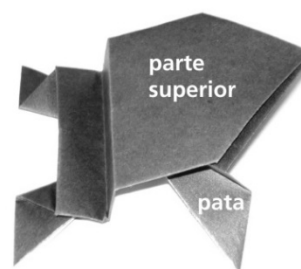
- Determine a área de um triângulo equilátero inscrito em um círculo de raio R .
- A figura abaixo é a uma representação aproximada dos distritos de Campinas.

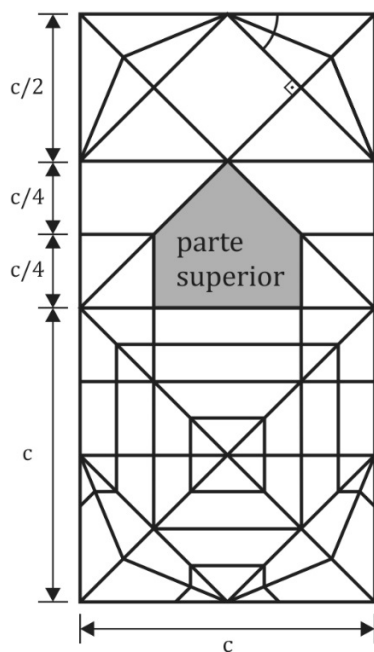


Sabendo que os distritos norte, sul e noroeste da cidade têm, respectivamente, 175 km^2 , 120 km^2 e 75 km^2 , calcule a área dos demais distritos e a área total do município de Campinas.

- Dada uma circunferência de raio igual a 10 cm , determine área do setor circular correspondente a um ângulo central de
 - 45° .
 - 60° .
 - 90° .
 - 120° .

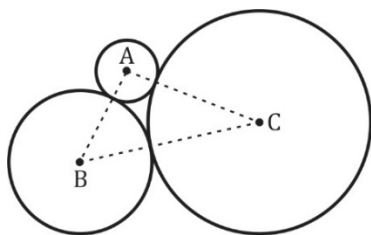
94. A primeira figura abaixo mostra um sapo de origami, a arte japonesa das dobraduras de papel. A segunda figura mostra o diagrama usado para a confecção do sapo, na qual se utiliza um retângulo de papel com arestas iguais a c e $2c$. As linhas representam as dobras que devem ser feitas. Quais devem ser as dimensões, em centímetros, do retângulo de papel a ser usado para confeccionar um sapo cuja parte superior tenha área igual a 12 cm^2 ?



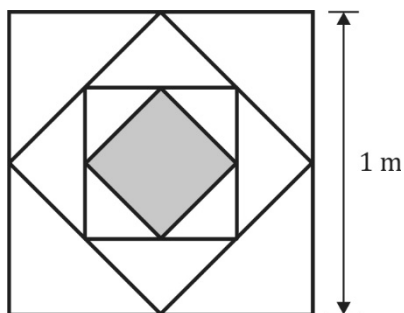


95. Uma praça circular tem um canteiro central com raio igual a 15 m. O canteiro é circundado por uma calçada de 3 m de largura. Determine a área ocupada pela calçada.

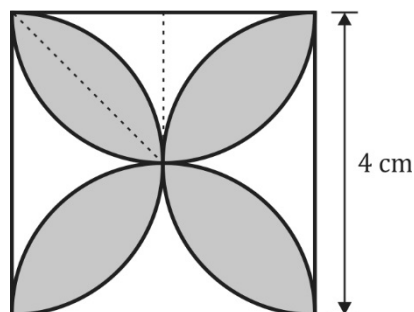
96. (Dolce/Pompeo) Os pontos A, B e C são centros dos três círculos tangentes exteriormente mostrados na figura abaixo. Sendo as distâncias \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} respectivamente iguais a 10 cm, 14 cm e 18 cm, determine as áreas desses três círculos.



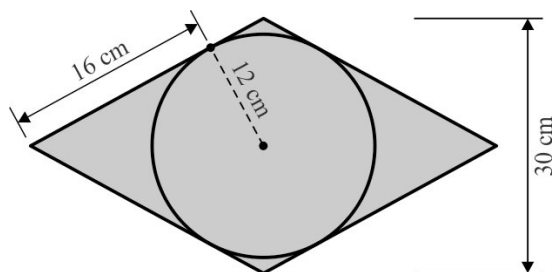
97. Determine o lado de cada quadrado da figura abaixo e a área da região sombreada. Observe que o vértice de um quadrado é o ponto médio do lado do quadrado externo.



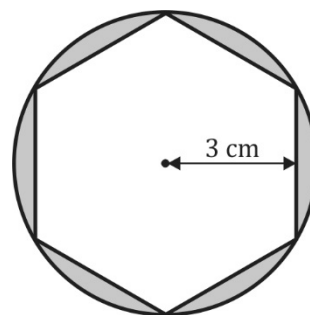
98. Calcule a área da região sombreada da figura abaixo. (Dica: calcule a área de $1/8$ da região, subtraindo de um determinado setor circular a área interna ao triângulo tracejado.)



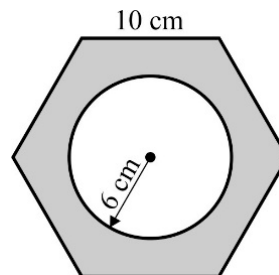
99. Determine o comprimento da diagonal maior e área do losango mostrado na figura abaixo.



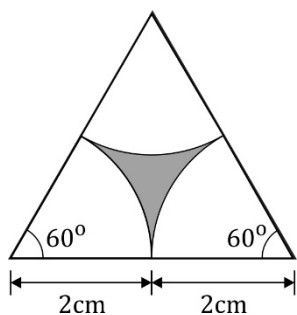
100. Determine a área da região sombreada.



101. Determine a área da região cinza mostrada na figura.

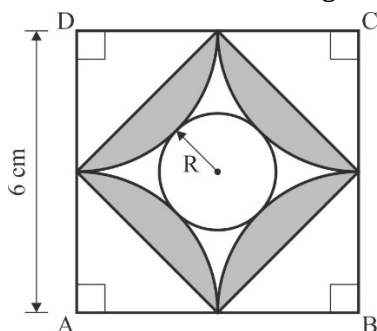


102. Calcule a área da região destacada na figura abaixo.



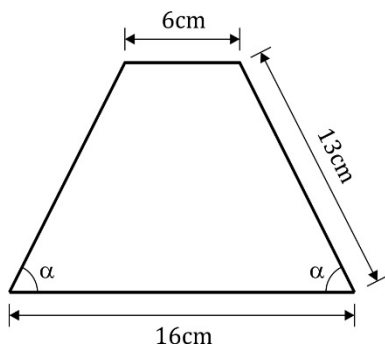
103. A figura abaixo mostra um quadrado, dentro do qual foram traçados arcos de circunferência com centro nos vértices A, B, C e D, e segmentos ligando os pontos médios dos lados.

- Determine a área da região cinza.
- Determine o raio da circunferência mostrada no centro da figura.

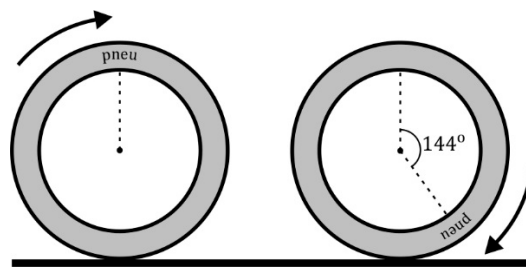


104. Um terreno retangular deve ter 600 m^2 de área. Determine os lados do terreno sabendo que um deles deve ser 10 m maior que o outro.

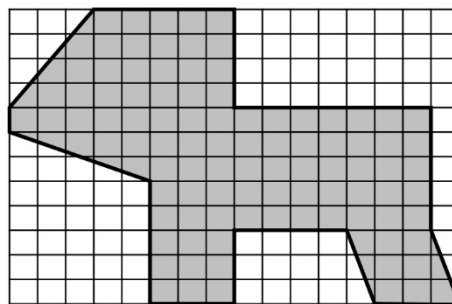
105. Calcule a área do trapézio abaixo.



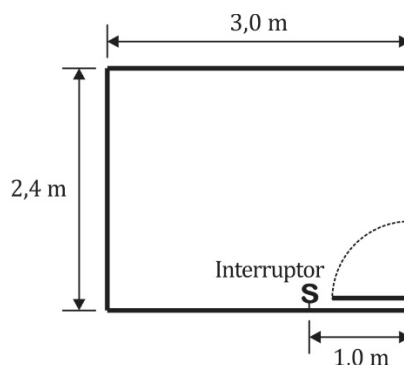
106. Um pneu roda por uma superfície plana, parando após girar 144° , como mostra a figura abaixo. Determine a distância percorrida pelo pneu, sabendo que o raio da roda tem 50 cm.



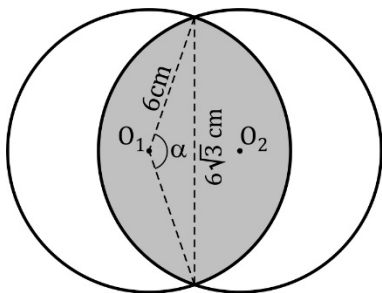
107. Calcule a área da região destacada na figura abaixo, sabendo que cada quadrado pequeno corresponde a $2,5 \text{ m}^2$.



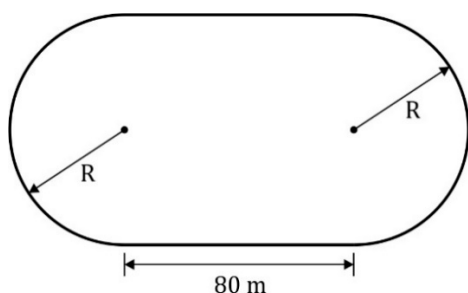
108. Por norma, em cômodos residenciais com área superior a 6 m^2 , deve-se instalar uma tomada para cada 5 m ou fração (de 5 m) de perímetro de parede, incluindo a largura da porta. Determine o número mínimo de tomadas e o espaçamento entre as tomadas do cômodo abaixo, supondo que elas serão distribuídas uniformemente pelo perímetro do cômodo.



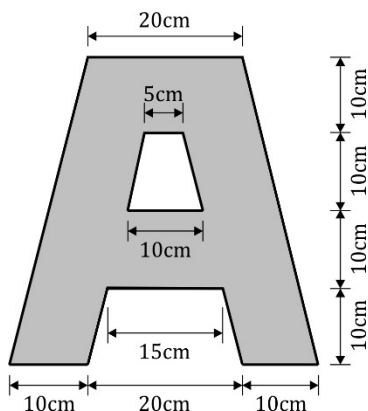
109. Calcule a área da região destacada na figura abaixo, sabendo que $\alpha = 120^\circ$ e que as duas circunferências são congruentes. Dica: calcule a área de metade da região, subtraindo de um determinado setor circular a área do triângulo tracejado.



110. A parte interna de uma pista de atletismo é formada por dois trechos retos ligados por duas semicircunferências congruentes, como mostra a figura abaixo. Determine o raio R , sabendo que a pista tem 400 m de comprimento.



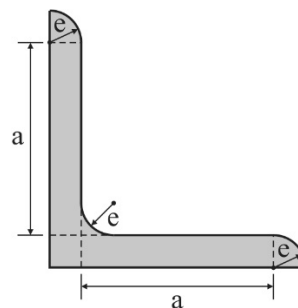
111. A base de um banquinho de madeira é composta por quatro peças com o formato da letra A, como mostra a figura abaixo. Calcule a área de uma dessas peças.



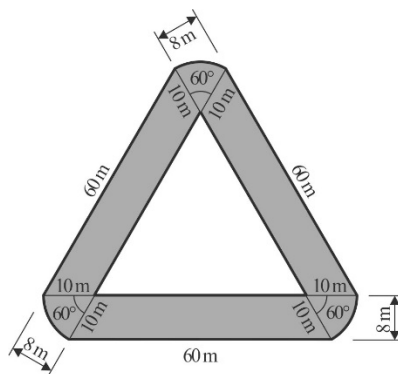
112. A diagonal maior de um losango tem 3 cm a mais que a diagonal menor. Determine os comprimentos das diagonais, sabendo que a área do losango é 14 cm^2 . Dica: faça um desenho que ilustre a situação.
113. Em um losango de área igual a 30 cm^2 , uma diagonal é 4 cm maior que a outra. Determine o comprimento dos lados do losango.

114. Em um trapézio isósceles, a base maior mede 30 cm e a base menor mede 18 cm. Determine a área do trapézio, sabendo que o perímetro é igual a 68 cm. Dica: faça um desenho que ilustre a situação.

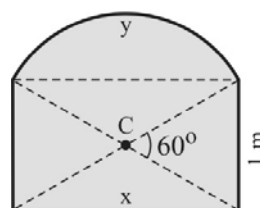
115. Uma indústria siderúrgica fabrica um tipo de cantoneira metálica, cuja seção transversal tem a forma mostrada na figura abaixo, em que $e = 5 \text{ mm}$ e $a = 40 \text{ mm}$. Determine a área da seção.



116. Uma praça tem o formato mostrado abaixo. Calcule a área calçada da praça, que é aquela indicada em cinza na figura. Calcule também o perímetro da praça.

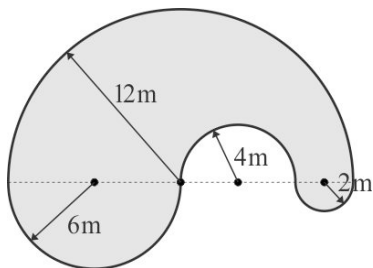


117. Uma janela tem o formato composto por um retângulo e um segmento circular, com centro em C , como mostrado na figura. Determine os valores de x e y , bem como o perímetro da janela.

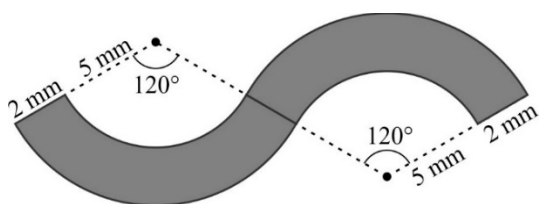


118. Uma piscina tem o formato mostrado na figura. Observe que a borda é formada por quatro semicircunferências.

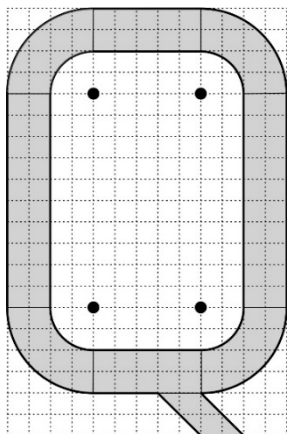
- Determine a área do fundo da piscina.
- Calcule o número total de azulejos necessários para ladrilhar a parede lateral interna da piscina, sabendo que são usados 40 azulejos por metro de borda.



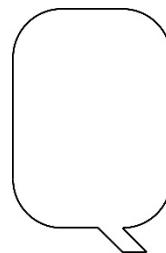
119. Um “til” é formado pela junção de duas regiões, cada qual uma parte de uma coroa circular, com raios e ângulos definidos na figura abaixo. Determine a área e o perímetro do “til”.



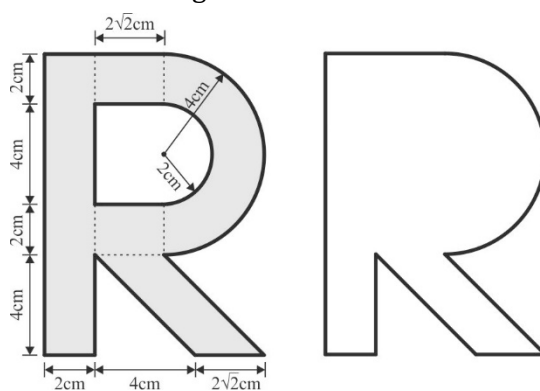
120. Determine a área da letra Q mostrada na figura abaixo, supondo que cada quadrado pequeno (tracejado) tenha lado de 2 mm de comprimento. Observe que os pontos indicados em preto correspondem aos centros dos trechos curvos da figura.



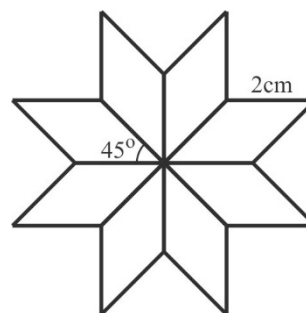
121. Calcule o comprimento da curva preta que circunda a letra Q da questão anterior, a qual é reproduzida abaixo.



122. Determine a área da letra R, mostrada na figura à esquerda, bem como o comprimento de seu contorno externo, mostrado na figura à direita

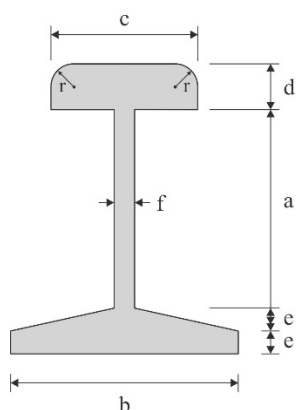


123. Oito losangos são reunidos para formar uma estrela, como mostrado na figura. Determine a área da estrela.

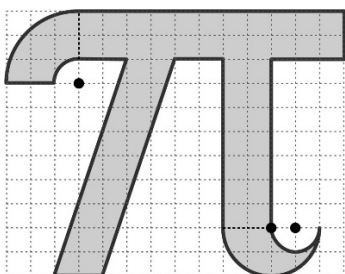


124. No exercício anterior, suponha que, em lugar de 8, são usados n losangos para formar a estrela, com $n > 2$. Quais são as medidas dos ângulos internos dos losangos?

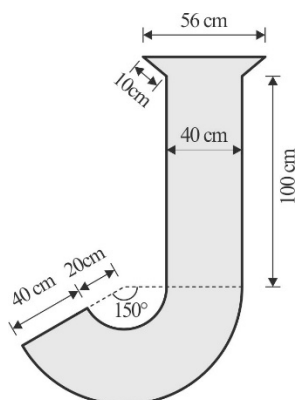
125. A figura abaixo mostra um perfil metálico cujas medidas são $a = 8$ cm, $b = 13,4$ cm, $c = 6,4$ cm, $d = 2,4$ cm, $e = 1,2$ cm, $f = 1,4$ cm e $r = 1,2$ cm. Determine a área do perfil.



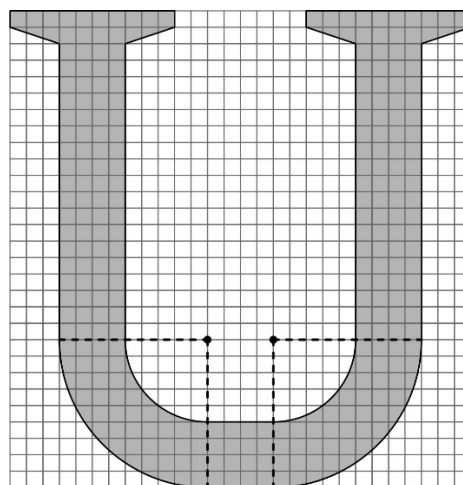
126. Renata criou a letra π mostrada abaixo. Sabendo que cada quadradinho tem 2 mm de lado, determine a área da letra. Dica: os pontos pretos são os centros das circunferências usadas para traçar os trechos curvos.



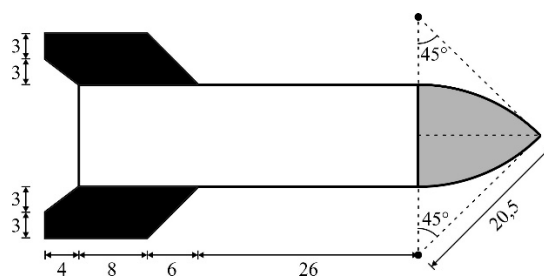
127. Calcule a área da letra J mostrada abaixo.



128. Determine a área da letra U abaixo, supondo que cada quadradinho tenha 1 mm de lado.



129. Determine a área da “ponta” (em cinza) e de uma aleta (em preto) do enfeite plano em forma de foguete mostrado abaixo. As medidas estão em centímetros. Dica: note que a metade da “cabeça” é formada pela diferença das áreas de um setor circular e de um triângulo.

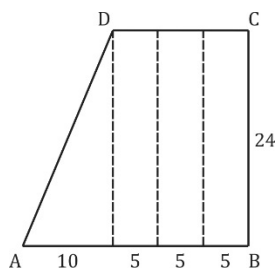


Respostas.

1. A escada deve medir 2,5 m.
2. $x = 2\sqrt{29}$
3. $x = 6$
4. $x = 9$
5. $x = 1,6 \text{ cm}, y = 0,9 \text{ cm}$
 $z = 2 \text{ cm}, h = 1,2 \text{ cm}$
6. $x = 6$
7. $x = 17$
8. $x = 17$
9. $x = 5$
10. $x = \frac{11}{4}$
11. $x = 3,8 \text{ cm}$
12. $x = 3\sqrt{7}$
13. $x = 6$
14. $5\sqrt{2} \text{ m}$
15. 24 m
16. $4\sqrt{3} \text{ m}$
17. 8 m
18. 8 m
19. $30\sqrt{13} \text{ km}$
20. $3 - 2\sqrt{2}$
21. $a = 5, m = 16/5, n = 9/5 \text{ e } h = 12/5.$
22. $x = 25 \text{ cm}, y = 144 \text{ cm},$
 $z = 65 \text{ cm}, h = 60 \text{ cm}$
23. $h = x\sqrt{3}/2.$
24. Os dois lados restantes medem 13 cm.
25. $\frac{5}{4} \text{ cm e } \frac{3}{2} \text{ cm}$
26. $h = 12.$
27. 15 km.
28. 5 cm.
29. 1201,5 m.
30. O diâmetro mede 17.
31. 3 m.
32. Cerca de 1249 km.
33. $b = 5, m = \frac{144}{13}, n = \frac{25}{13} \text{ e } h = \frac{60}{13}.$
34. a) $\frac{1}{6} \text{ cm}^2$ b) 3 cm^2
35. a) 84 cm b) 81,4 cm c) 80 cm
36. $x = 60^\circ, y = 30^\circ, z = 30^\circ$
37. $x = 36^\circ, y = 72^\circ, z = 108^\circ$
38. $\alpha = 22,5^\circ, \beta = 135^\circ$
39. $\alpha = 144^\circ, \beta = 36^\circ$
40. O eneágono (que tem 9 lados).
41. $156^\circ.$
42. $n = 18, d = 135.$
43. $\sqrt{2}/2.$
44. 36 cm.
45. 2 cm.
46. $5\sqrt{3} \text{ cm}$
47. $12\sqrt{3} \text{ cm}$
48. $6\sqrt{3} \text{ cm}$
49. 5 cm; $\frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$
50. ...
51. $R\sqrt{2 - \sqrt{2}}; \frac{R\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$
52. $\ell\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}; \ell(\sqrt{2} + 1); \ell\sqrt{2 + \sqrt{2}}$
53. a. $5\pi/2 \text{ cm.}$ b. $10\pi/3 \text{ cm.}$
c. 5 $\pi \text{ cm.}$ d. $20\pi/3 \text{ cm.}$
54. Cerca de 15,9 cm.
55. 5788 pedaladas.
56. $12\pi \text{ m}$
57. $48\pi \text{ cm}$
58. 2 cm
59. $\frac{300}{\pi} \text{ cm}$
60. a. 32 cm e 16 cm. b. $64 \text{ cm}^2 \text{ e } 16 \text{ cm}^2.$

61. $18 + 4\pi$ cm.
 62. a. 3 cm. b. $A_T/A_H = 1,5$.
 63. a. Dobra. b. Quadruplica.
 64. 30.000 pessoas.
 65. $3,5 \times 4$ cm.
 66. 16×8 cm.
 67. $0,2 \text{ m}^2$.
 68. 12 cm.
 69. 36 cm.
 70. 18 m^2
 71. 24 m^2
 72. 32 m^2
 73. 3 m
 74. 4 m
 75. 28 m^2
 76. 60 m^2
 77. 48 m^2
 78. $5\sqrt{10}$ cm, $15\sqrt{10}$ cm e 375 cm^2 .
 79. 120 m^2
 80. $24\sqrt{3} \text{ m}^2$
 81. $10\sqrt{3} \text{ m}^2$
 82. $32\pi \text{ m}^2$
 83. $25(\pi - 2) \text{ cm}^2$
 84. $3\sqrt{3} - \pi \text{ m}^2$
 85. $16\pi \text{ m}^2$
 85. a. R\$ 48.000,00.

b.



87. $0,72 \text{ m}^3$.

88. $625(1 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.
 89. a. 300 trabalhadores.
 b. 120 trabalhadores.
 90. Soja: 48.000 m^2 . Milho: 48.000 m^2 .
 91. $3R^2\sqrt{3}/4$.
 92. Leste: 350 km^2 ; Sudoeste: 80 km^2 ; Campinas: 800 km^2 .
 93. a. $25\pi/2 \text{ cm}^2$. b. $50\pi/3 \text{ cm}^2$.
 c. $25\pi \text{ cm}^2$. d. $100\pi/3 \text{ cm}^2$.
 94. O retângulo deve ter 8×16 cm.
 95. $99\pi \text{ m}^2$.
 96. $9 \pi \text{ cm}^2$, $49\pi \text{ cm}^2$ e $121\pi \text{ cm}^2$.
 97. Lados: $\sqrt{2}/2$ m, $1/2$ m e $\sqrt{2}/4$ m.
 Área: $1/8 \text{ m}^2$.
 98. $8(\pi - 2) \text{ cm}^2$.
 99. $D = 40$ cm, $A = 600 \text{ cm}^2$
 100. $12\pi - 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
 101. $150\sqrt{3} - 36\pi \text{ cm}^2$.
 102. $4\sqrt{3} - 2\pi \text{ cm}^2$.
 103. a) $9\pi - 18 \text{ cm}^2$. b) $3\sqrt{2} - 3$ cm.
 104. 20 m e 30 m.
 105. 132 cm^2 .
 106. 40π cm.
 107. 260 m^2 .
 108. Deve-se instalar ao menos 3 tomadas, espaçadas de 3,6 m.
 109. $24\pi - 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$
 110. $\frac{120}{\pi} \text{ m} \approx 38,2 \text{ m}$
 111. 950 cm^2
 112. 4 cm e 7 cm
 113. $\sqrt{34}$ cm.
 114. 192 cm^2

115. $450 + \frac{25\pi}{4} \text{ mm}^2$
116. $A = 1296 + 50\pi \text{ m}^2, P = 180 + 10\pi \text{ m}.$
117. $x = \sqrt{3}, y = \frac{2\pi}{3} \text{ m}.$
 Perímetro: $\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + 2 \text{ m}$
118. a. $84\pi \text{ m}^2$
 b. 3016 azulejos
119. $A = 16\pi \text{ mm}^2, P = 4 + 16\pi \text{ mm}$
120. $256 + 48\pi \text{ mm}^2$
121. $60 + 8\sqrt{2} + 16\pi \text{ mm}$
122. $A = 24 + 16\sqrt{2} + 6\pi \text{ cm}^2$
 $C = 20 + 12\sqrt{2} + 4\pi \text{ cm}$
123. $16\sqrt{2} \text{ cm}^2$
124. $\frac{360^\circ}{n} \text{ e } 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
125. $a = 48,64 + 0,72\pi \text{ cm}^2 \approx 50,9 \text{ cm}^2$
126. $A = 216 + 14\pi \text{ mm}^2$
127. $A = 8476,8 \text{ cm}^2$
128. $A = 281,96 \text{ mm}^2$
129. Aleta: 84 cm^2 . Ponta: $119,8 \text{ cm}^2$.