

Nona lista de exercícios.

Combinação e composição de funções. Valor absoluto e distância.

1. Calcule as funções nos pontos indicados.

a) $f(x) = 3x - 1$

$f(x^2 + 1), f(x + 2), f(x) + f(2).$

b) $f(x) = x + 4.$

$f(y^2), [f(y)]^2.$

c) $f(x) = 6x - 18.$

$f\left(\frac{a}{3}\right), \frac{f(a)}{3}.$

d) $g(t) = \frac{|t|}{t}.$

$g(-2), g(x^2), g\left(\frac{1}{t}\right).$

2. Dadas $f(x) = 2x^2 - 1$ e $g(x) = x - 3$, calcule.

a) $f(g(0)).$

b) $f(f(2)).$

c) $g(f(3)).$

d) $g(g(-1)).$

e) $g(g(f(2))).$

3. Defina $f(g(x))$ e $g(f(x))$ e os domínios dessas nova funções.

a) $f(x) = 3x - 1, g(x) = x^2 + 2x.$

b) $f(x) = 2x + 3, g(x) = \frac{1}{x}.$

c) $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = 2x - 1.$

d) $f(x) = \sqrt{x - 1}, g(x) = 3x^2 + 1.$

e) $f(x) = \sqrt{x - 2}, g(x) = x^2 + 3.$

f) $f(x) = \frac{x}{x-1}, g(x) = x^2.$

g) $f(x) = x^{2/3}, g(x) = x^6.$

h) $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{2}{x^2 + 1}.$

i) $f(x) = \sqrt{x + 4}, g(x) = x^2 - 6.$

4. Defina $f + g, f \cdot g$ e f/g .

a) $f(x) = x - 2, g(x) = x^2 - 1.$

b) $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = 2x^2 + 1.$

c) $f(x) = \sqrt{x - 1}, g(x) = \sqrt{x + 1}.$

d) $f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = \frac{3}{x+2}.$

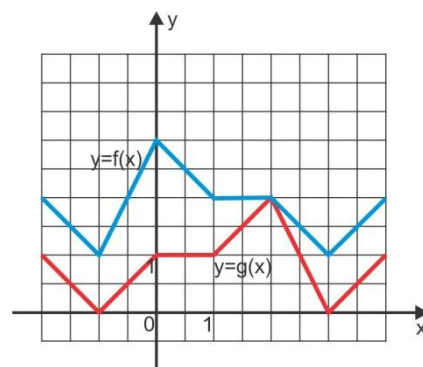
e) $f(x) = x - 3, g(x) = x + 3.$

f) $f(x) = \sqrt{1 - x}, g(x) = x^2.$

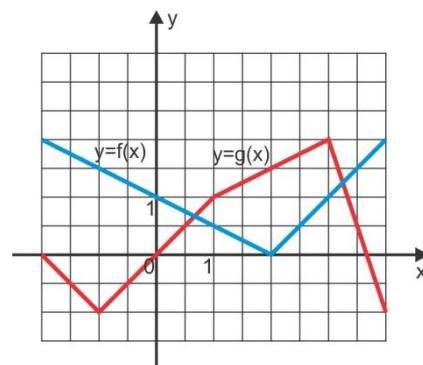
g) $f(x) = \frac{x+1}{x}, g(x) = \frac{1}{x^2}.$

5. Com base nas figuras abaixo, trace o gráfico de $h(x) = f(x) + g(x).$

a)



b)



6. Suponha que $c_{PRE}(t)$ seja a função que fornece o número de telefones celulares pré-pagos e $c_{POS}(t)$ a função que fornece o número de celulares pós-pagos registrados no Brasil, no instante de tempo t (em anos) decorrido desde o ano 2000. Suponha, também, que $p(t)$ seja a função que fornece a população brasileira no instante t (também em anos a partir de 2000).

a) Indique a função que fornece o número de telefones celulares em relação a t .b) Indique a função que fornece o número de telefones celulares *per capita* em relação a t .c) Indique a função que fornece o percentual dos telefones celulares que são do tipo pré-pago, em relação a t .

7. Uma loja de informática lançou uma promoção de impressoras. Ela está vendendo qualquer modelo novo com um desconto de R\$ 100,00

para quem deixar sua impressora velha. Além disso, todas as impressoras da loja estão com 5% de desconto sobre o valor de fábrica (ou seja, sem o desconto de R\$ 100,00).

- Indique a função $p(x)$ que fornece o preço real de uma impressora cujo preço original era x , para quem não deixar na loja sua impressora velha.
 - Indique a função $q(x)$ que fornece o preço real de uma impressora cujo preço original era x , para quem deixar uma impressora velha.
 - Indique a função $d(x)$ que fornece o desconto percentual que terá um cliente que comprar uma impressora cujo preço original era x , se o cliente deixar na loja sua impressora velha.
8. Em uma cidade, o número de nascimentos no ano t é dado pela função $n(t)$, enquanto o número de mortes é dado por $m(t)$. Além disso, o número de migrantes que chegaram à cidade no ano t é dado por $i(t)$ e o número de pessoas de deixaram a cidade é fornecido por $e(t)$. Supondo que $p(t)$ seja o número de habitantes da cidade no ano t , determine a função $r(t)$ que fornece a taxa percentual de crescimento populacional da cidade.
9. Para cada função $f(x)$ abaixo, trace os gráficos de $f(x) + 2$, $f(x) - 1$, $f(x + 2)$ e $f(x - 1)$.
- $f(x) = |x|$.
 - $f(x) = 3 - x^2$.
10. Para cada função $f(x)$ abaixo, indique a função $g(x)$ que é obtida movendo $f(x)$ três unidades para baixo e a função $h(x)$ que é obtida movendo $f(x)$ cinco unidades para a direita.
- $f(x) = 2x - 1$.
 - $f(x) = x^2 - x$.

11. Calcule as expressões.

- $|8|$.
- $|-8|$.
- $-|-8|$.
- $|3 - \pi|$.
- $|\pi - 3|$.
- $|5 \cdot (-3)|$.
- $-3|-5|$.
- $|(-4) \cdot (-6)|$.

- $\left| \frac{(-3)}{(-6)} \right|$.
- $\left| \frac{3}{(-6)} \right|$.
- $\left| -\frac{(-3)}{6} \right|$.
- $\left| \frac{5-17}{15-6} \right|$.
- $|-5| + |5|$.
- $|5| - |-5|$.
- $|-2| + |-5|$.
- $|-2 + |-5||$.
- $|3x - 10|$ quando $x = 2$ e quando $x = 5$.
- $|7 - x|$ quando $x = -7$, $x = 1$, $x = 7$ e $x = 12$.

12. Calcule as expressões abaixo para $x \in \mathbb{R}$. Dica: divida em trechos a reta real.

- $|x - 5|$.
- $|5 - x|$.
- $|7 - 3x|$.
- $-|x|$.
- $\frac{|x|}{x^2}$.
- $|x - 3| + |x - 1|$. Dica: analise o que acontece para $x < 1$, para $1 \leq x < 3$ e para $x \geq 3$.

13. Determine os possíveis valores de x em cada caso apresentado abaixo.

- $|x| = 4$.
- $|x| = -4$.
- $x = |-4|$.
- $x = |4|$.
- $|x| = |4|$.
- $|x| = |-4|$.

14. Esboce o gráfico das funções abaixo.

- $f(x) = |x - 3|$.
- $f(x) = |x + 1|$.
- $f(x) = |x| - x$.
- $f(x) = \frac{|x|}{x}$.
- $f(x) = |3x|$.
- $f(x) = -3|x|$.

15. Reescreva as frases abaixo usando equações modulares.

- A distância entre x e 2 é igual a 3.
- A distância entre s e -3 é igual a 4.
- A casa de minha avó e a casa de meu tio estão a 5 km de distância.

16. Determine os pontos que estão a uma distância de 6 unidades de 9.

17. Resolva as equações.

- a) $|x - 3| = 4$.
- b) $\left|x - \frac{1}{2}\right| = 2$.
- c) $|4 - x| = \frac{1}{10}$.
- d) $|3x - 1| = 6$.
- e) $|x - 2| = -1$.
- f) $\left|\frac{x-3}{4}\right| = 12$.

18. Identifique, na reta real, os intervalos definidos pelas desigualdades.

- a) $|x - 5| \leq 1$.
- b) $|x - 1| \geq 3$.
- c) $|x + 3| < 2$.
- d) $|x + 2| > 4$.

19. Reescreva as frases abaixo usando desigualdades modulares.

- a) A distância entre x e 5 é superior a 3.
- b) Meu carro está, no máximo, a 2 km do posto de gasolina, que fica no quilômetro 32 da estrada.
- c) Uma balança indicou que o pão francês pesa 50 g, com um erro máximo de 2 g.
- d) O GPS indicou que estou a 5 km de minha casa, com um erro máximo de 10 m.
- e) Um radar indicou que o carro estava a 68 km/h, com um erro máximo de 5%.

20. Resolva as desigualdades.

- a) $|x - 3| \leq 4$.
- b) $\left|x - \frac{1}{2}\right| < 2$.
- c) $|5 - x| \leq 3$.
- d) $|4x - 9| \leq 3$.
- e) $|2 - x| \geq 6$.
- f) $|3x - 1| > 5$.
- g) $2 \leq |x - 1| \leq 7$.

Respostas.

1.a. $2 + 3x^2$; $5 + 3x$; $4 + 3x$.

1.b. $4 + y^2$; $y^2 + 8y + 16$.

1.c. $-18 + 2a$; $-6 + 2a$.

1.d. -1 ; 1 ; $t/|t|$.

2.a. 17; b. 97; c. 14; d. -7; e. 1.

3.a. $f(g(x)) = 3x^2 + 6x - 1$.

$$g(f(x)) = 9x^2 - 1.$$

$$D(f(g(x))) = D(g(f(x))) = \mathbb{R}.$$

3.b. $f(g(x)) = 3 + 2/x$. $g(f(x)) = \frac{1}{3+2x}$.

$$D(f(g(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\}.$$

$$D(g(f(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -3/2\}.$$

3.c. $f(g(x)) = \sqrt{2x - 1}$. $g(f(x)) = 2\sqrt{x} - 1$.

$$D(f(g(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1/2\}.$$

$$D(g(f(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}.$$

3.d. $f(g(x)) = \sqrt{3x^2}$. $g(f(x)) = 3x - 2$.

$$D(f(g(x))) = \mathbb{R}.$$

$$D(g(f(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}.$$

3.e. $f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 1}$. $g(f(x)) = x + 1$.

$$D(f(g(x))) = \mathbb{R}.$$

$$D(g(f(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}.$$

3.f. $f(g(x)) = \frac{x^2}{x^2-1}$. $g(f(x)) = x^2/(x-1)^2$.

$$D(f(g(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 1 \text{ e } x \neq -1\}.$$

$$D(g(f(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \neq 1\}.$$

3.g. $f(g(x)) = x^4$. $g(f(x)) = x^4$.

$$D(f(g(x))) = D(g(f(x))) = \mathbb{R}.$$

3.h. $f(g(x)) = -1 + \frac{2}{1+x^2}$. $g(f(x)) = \frac{2}{x^2-2x+2}$.

$$D(f(g(x))) = D(g(f(x))) = \mathbb{R}.$$

3.e. $f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 2}$. $g(f(x)) = x - 2$.

$$D(f(g(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -\sqrt{2} \text{ ou } x \geq \sqrt{2}\}.$$

$$D(g(f(x))) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -4\}.$$

4.a. $x^2 + x - 3$; $x^3 - 2x^2 - x + 2$; $\frac{x-2}{x^2-1}$.

4.b. $2x^2 + \sqrt{x} + 1$; $2\sqrt{x^5} + \sqrt{x}$; $\frac{\sqrt{x}}{1+2x^2}$.

4.c. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$; $\sqrt{x^2-1}$; $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

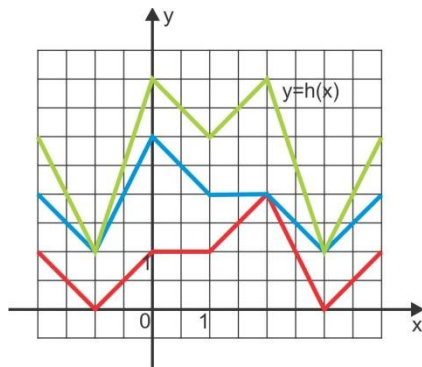
4.d. $\frac{1}{x} + \frac{3}{2+x}$; $\frac{3}{2x+x^2}$; $\frac{x+2}{3x}$.

4.e. $2x$; $x^2 - 9$; $\frac{x-3}{x+3}$.

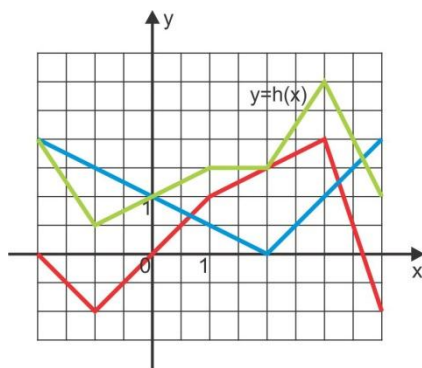
4.f. $x^2 + \sqrt{1-x}$; $x^2\sqrt{1-x}$; $\frac{\sqrt{1-x}}{x^2}$.

4.g. $\frac{x^2+x+1}{x^2}$; $\frac{x+1}{x^3}$; $x^2 + x$.

5.a.



5.b.



6.a. $c_{PRE}(x) + c_{POS}(x)$; b. $\frac{c_{PRE}(x)+c_{POS}(x)}{p(t)}$.

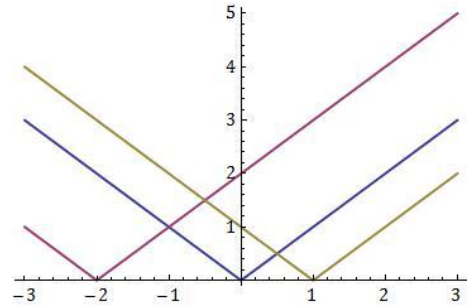
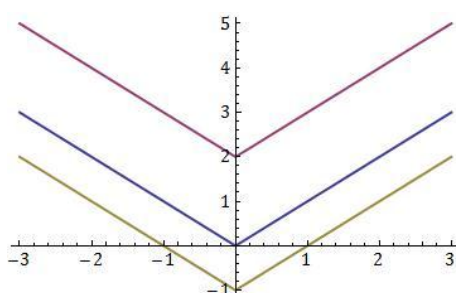
6.c. $\frac{100 c_{PRE}(x)}{c_{PRE}(x)+c_{POS}(x)}$.

7.a. $p(x) = 0,95x$; b. $q(x) = 0,95x - 100$.

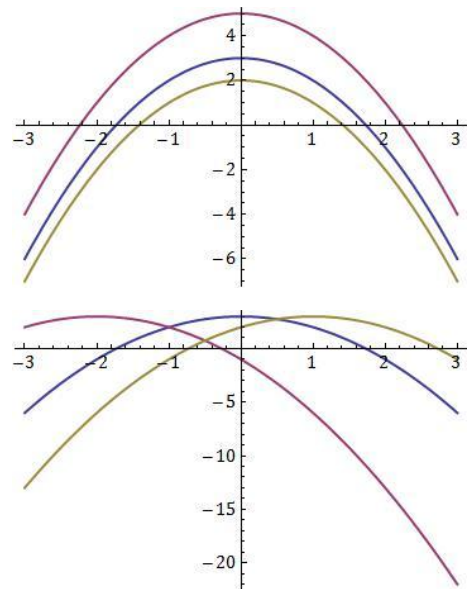
7.c. $d(x) = \frac{100(0,05x+100)}{x}$.

8. $r(t) = \frac{100[n(t)-m(t)+i(t)-e(t)]}{p(t)}$

9.a.



9.b.



10.a. $g(x) = 2x - 4$. $h(x) = 2(x - 5) - 1$.

10.b. $g(x) = x^2 - x - 3$. $h(x) = (x - 5)^2 - (x - 5)$.

11.a. 8; b. 8; c. -8; d. $\pi - 3$; e. $\pi - 3$; f. 15;

11.g. -15; h. 24; i. $1/2$; j. $1/2$; k. $1/2$; l. $4/3$;

11.m. 10; n. 0; o. 7; p. 3; q. 4 e 5; r. 14, 6, 0 e 5.

12.a. $\begin{cases} x - 5, & \text{se } x \geq 5; \\ 5 - x, & \text{se } x < 5. \end{cases}$

12.b. $\begin{cases} x - 5, & \text{se } x \geq 5; \\ 5 - x, & \text{se } x < 5. \end{cases}$

12.c. $\begin{cases} 3x - 7, & \text{se } x \geq 7/3; \\ 7 - 3x, & \text{se } x < 7/3. \end{cases}$

12.d. $\begin{cases} -x, & \text{se } x \geq 0; \\ x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$

12.e. $\begin{cases} 1/x, & \text{se } x > 0; \\ -1/x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$

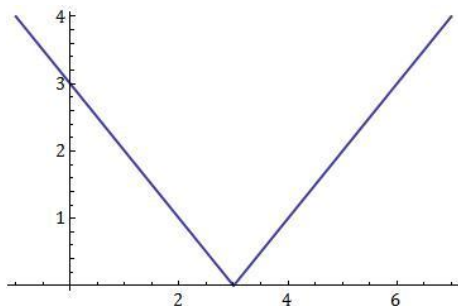
12.f. $\begin{cases} 4 - 2x, & \text{se } x < 1; \\ 2, & \text{se } 1 \leq x < 3; \\ 2x - 4, & \text{se } x \geq 3. \end{cases}$

13.a. $x = -4$ ou $x = 4$; b. Não há solução.

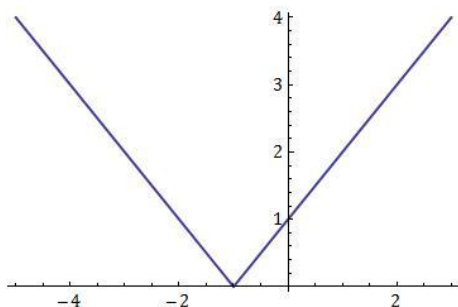
13.c. $x = 4$; d. $x = 4$; e. $x = -4$ ou $x = 4$;

13.f. $x = -4$ ou $x = 4$;

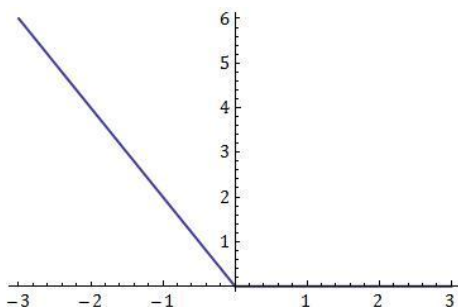
14.a



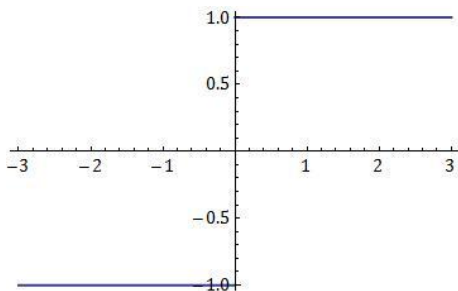
14.b.



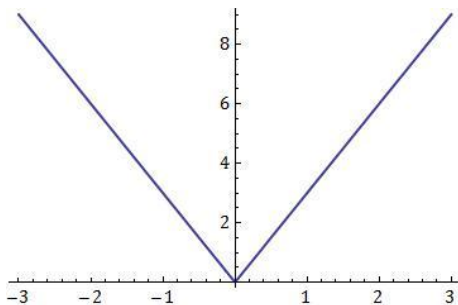
14.c.



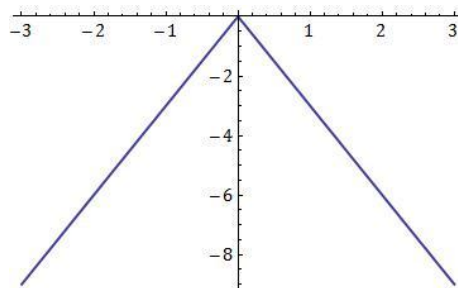
14.d.



14.e.



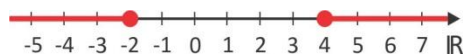
14.f.

15.a. $|x - 2| = 3$; b. $|x + 3| = 4$; $|a - t| = 5$.16. $x = 3$ e $x = 15$.17.a. $x = -1$ e $x = 7$; b. $x = -\frac{3}{2}$ e $x = \frac{5}{2}$.17.c. $x = 3,9$ e $x = 4,1$; d. $x = -5/3$ e $x = 7/3$.17.e. Não há solução; f. $x = -45$ e $x = 51$.

18.a.



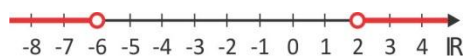
18.b.



18.c.



18.d.

19.a. $|x - 5| > 3$; b. $|x - 32| \leq 2$;19.c. $|x - 50| \leq 2$; d. $|x - 5| \leq 0,01$;19.e. $|x - 68| \leq 3,4$.20.a. $-1 \leq x \leq 7$; b. $-\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2}$;20.c. $2 \leq x \leq 8$; 20.d. $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$;20.e. $x \leq -4$ ou $x \geq 8$; f. $x < -\frac{4}{3}$ ou $x > 2$;20.g. $-6 \leq x \leq -1$ ou $3 \leq x \leq 8$.