Undécima lista de exercícios.
Função exponencial e função logarítmica.

1. Você pegou um empréstimo bancário de R$ 2500,00, a uma taxa de 5% ao mês.
   a) Escreva a função que fornece o quanto você deve em um determinado mês t, contado a partir da data do empréstimo, supondo que você não tenha condições de saldar nem mesmo parte da dívida.
   b) Determine a dívida acumulada após 12 meses do empréstimo.

2. Em uma placa de Petri, uma cientista criou uma cultura de bactérias que contava inicialmente com 600 bactérias. Observando a cultura, a cientista notou que o número de bactérias crescia 50% a cada hora.
   a) Escreva a função que fornece o número de bactérias em relação ao tempo t, em horas, decorrido desde a criação da cultura.
   b) Determine a população de bactérias após 3, 6 e 12 horas.

3. O crescimento populacional de algumas espécies depende das limitações impostas pelo meio ambiente. Enquanto há espaço e comida em abundância, a população cresce rapidamente. Quando a concorrência por espaço e comida aumenta, a população tende a crescer mais devagar, até se aproximar de um patamar. Nesse caso, o número de indivíduos da espécie é descrito pela curva logística, ou curva "S", definida por

$$P(t) = \frac{A}{b + ce^{-dt}},$$

   em que A, b, c e d são constantes reais. Para uma espécie de anfíbio introduzida nas cercanias de uma lagoa, observou-se que o tamanho da população era dado pela função abaixo, na qual t é o tempo, em meses, decorrido desde a introdução dos animais.

$$P(t) = \frac{1600}{1 + 15e^{-t/4}}.$$

   a) Determine a população inicial de anfíbios.
   b) Trace um gráfico da população para $t \in [0, 30]$.
   c) Determine de que valor a população se aproxima à medida em que o tempo avança.

4. O decaimento radioativo do estrôncio 90 (Sr-90) é descrito pela função $P(t) = P_0 \cdot 2^{-bt}$, onde t é um instante de tempo, medido em anos, b é uma constante real e P_0 é a concentração inicial de Sr-90, ou seja, a concentração no instante $t = 0$.
   a) Determine o valor da constante b sabendo que a meia-vida do Sr-90 é de 29 anos (ou seja, a concentração de Sr-90 cai pela metade em 29 anos).
   b) Foram detectados 570 becquerels de Sr-90 por kg de solo na região da usina de Fukushima, no Japão, em abril de 2011 (valor que corresponde a cerca de 130 vezes a concentração normal do solo daquela região). Determine qual será a concentração de Sr-90 daqui a 100 anos.

5. A concentração de CO_2 na atmosfera vem sendo medida desde 1958 pelo Observatório de Mauna Loa, no Havaí. Os dados coletados mostram que, nos últimos anos, essa concentração aumentou, em média, 0,5% por ano. É razoável supor que essa taxa anual de crescimento da concentração de CO_2 irá se manter constante nos próximos anos.
   a) Escreva uma função $C(t)$ que forneça a concentração de CO_2 na atmosfera em relação ao tempo t, dado em anos. Considere como instante inicial — ou seja, aquele em que $t = 0$ — o ano de 2004, no qual foi observada uma concentração de 377,4 ppm de CO_2 na atmosfera.
   b) Determine a concentração em 2010.
   c) Determine em que ano a concentração será o triplo daquela verificada em 2010.

6. Sem usar calculadora, determine o valor das funções abaixo nos pontos indicados.
   a) $f(x) = 3^x$; $f(0), f(-1), f(1), f(0{,}5), f(2)$

b) $f(x) = 3^{-x}$; $f(0), f(-1), f(1), f(0{,}5), f(2)$

c) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $f(0), f(-1), f(1), f(0{,}5), f(2)$

d) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 2^x$; $f(0), f(0{,}5), f(1),\ f(2),\ f(3)$

e) $f(x) = 2^{x-1}$; $f(0), f(0{,}5), f(1),\ f(2),\ f(3)$

f) $f(x) = 2^{x-3} + 1/2$; $f(0), f(-1),\ f(6)$

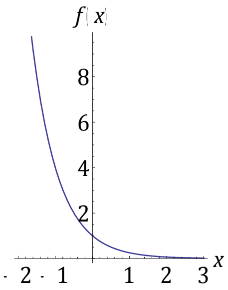
g) $f(x) = 5^{-x}$; $f(-2), f(-0{,}5), f(3)$

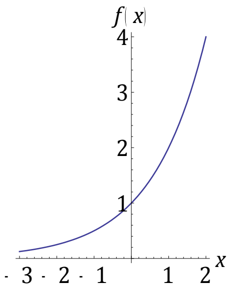
h) $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$; $f(0), f(-2), f(0{,}5), f(2)$

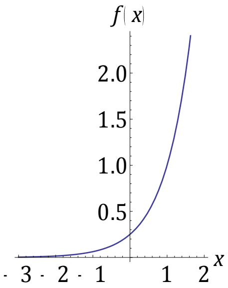
7. Você notou alguma semelhança nos valores encontrados nos itens (b) e (c) da questão anterior? Explique o que ocorre. Faça o mesmo com os itens (d) e (e) da questão.

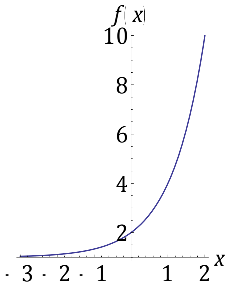
8. Em um mesmo plano cartesiano, esboce o gráfico das funções dos itens (a), (b) e (d) da questão 6.

9. Relacione o gráfico à função.

a) 

b) 

c) 

d) 

$(I)\ \ f_1(x) = 3^x + 1$, $(II)\ \ f_2(x) = 4^{x-1}$, $(III)\ \ f_3(x) = 4^{-x}$, $(IV)\ \ f_4(x) = 2^x$

10. Calcule

a) $\log_2(1)$.

b) $\log_{1/5}(1)$.

c) $\log_5(5)$.

d) $\log_{1/2}(1/2)$.

e) $\log_5(5^3)$.

f) $\log_4(4^{-1/3})$.

g) $\log_2(32)$.

h) $\log_3(81)$.

i) $\log_2(1/8)$.

j) $\log_2(0{,}25)$.

k) $\log_3(\sqrt{3})$.

l) $\log_3(\sqrt[4]{3})$.

m) $\log_3(\sqrt[5]{3^3})$.

n) $\log_4(2)$.

o) $\log_8(2)$.

p) $2^{\log_2(5)}$.

q) $10^{\log(7)}$.

r) $e^{\ln(8)}$.

s) $e^{\ln(1/3)}$.

11. Trace em um mesmo plano os gráficos de $f(x) = 2^x$ e $g(x) = \log_2(x)$.

12. O sistema de ar condicionado de um ônibus quebrou durante uma viagem. A função que descreve a temperatura (em graus Celsius) no interior do ônibus em função de t, o tempo transcorrido, em horas, desde a quebra do ar condicionado, é $T(t) = (T_0 - T_{ext}).10^{-t/4} + T_{ext}$, onde T_0 é a temperatura interna do ônibus enquanto a refrigeração funcionava, e T_{ext} é a temperatura externa (que supomos constante durante toda a viagem). Sabendo que $T_0 = 21°C$ e $T_{ext} = 30°C$,

a) calcule a temperatura no interior do ônibus transcorridas 4 horas desde a quebra do sistema de ar condicionado;

b) esboçe abaixo o gráfico de $T(t)$.

13. Resolva as equações.

a) $3^{-x} = \frac{1}{81}$

b) $e^{3x-1} = 100$.

c) $4^{3x+2} = 5^{x-1}$.

d) $\frac{100}{1+2^{3-x/2}} = 20$.

e) $\ln(3x-1) = 2$.

f) $\log_3(x+19) - 1 = 3 + \log_3(x-1)$.

g) $\log_2(4x) = \log_4(x) + 7$.

h) $3^{(3x+4)} = 27^{(2x-2)}$.

i) $\frac{50}{1+3\cdot(2^x)} = 2$.

j) $\log_{16}(x-2) + \log_{16}(x+1) = 1/2$.

k) $4^{2x-1} = 8^{3x+2}$.

l) $\log_{1/3}(2x^2 - 9x + 4) = -2$.

m) $5^{2x+3} = 50$.

n) $\log_3(x+2) - \log_{1/3}(x-6) = \log_3(2x-5)$.

o) $3^x = 2^x + 2^{x+1}$.

p) $2\log(x) = \log(2) + \log(x+4)$.

q) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 64$

r) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$

s) $5^{2x-7} = 125$.

t) $3^{x+1} = 2^{2x-3}$.

u) $\frac{20}{10+2^x} = 5$.
v) $\log(10x) - \log(4 - x) = 2$.
w) $\log_{25}(2x - 1) = 1/2$.
x) $\ln(x + 1) + \ln(x - 2) = 1$.

14. Você acaba de contrair uma dívida no cheque especial, pagando uma taxa de 8% ao mês. Supondo que você não terá como saldar nem mesmo parcialmente essa dívida nos próximos meses, determine em quanto tempo ela dobrará de valor.

15. Os vegetais e a maioria dos animais vivos contêm uma concentração de carbono 14 semelhante àquela encontrada na atmosfera. Os vegetais os absorvem quando consomem dióxido de carbono durante a fotossíntese. Entre os animais, ele é distribuído através da cadeia alimentar. Quando um ser vivo morre, ele para de repor o carbono 14, de modo que as quantidades desse elemento começam a decair.

a) Se a meia-vida do carbono 14 é de 5730 anos, encontre a função que fornece a concentração desse elemento ao longo do tempo.
b) Determine a idade de uma múmia que tem 70% da concentração de carbono 14 encontrada nos seres vivos atualmente.

16. Usando as leis dos logaritmos, expanda as expressões abaixo.

a) $\log(4x)$.
b) $\log_2(16x^3)$.
c) $\log_3(yx^3)$.
d) $\log_2(\sqrt{xy})$.
e) $\log_2(8/x^2)$.
f) $\log_2\left(\frac{x}{w^5z^2}\right)$.
g) $\log_5\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.
h) $\log_3(x\sqrt{x})$.
i) $\log_3(\sqrt[3]{x^2w})$.
j) $\ln\left(\sqrt[3]{\frac{y}{w^4}}\right)$.
k) $\log_2(\sqrt{x(x+1)})$.

17. Usando as leis dos logaritmos, condense as expressões abaixo.

a) $\log(6) + \log(5)$.
b) $\log_2(\mathrm{x}) - \log_2(\mathrm{y})$.
c) $3\log_2(\mathrm{x}) + 2\log_2(5)$.
d) $\frac{\log_2(\mathrm{x}) - 3\log_2(\mathrm{z})}{2}$.
e) $-2\log_4(x)$.
f) $\frac{1}{3}\log_2(x)$.
g) $\frac{1}{2}\log_2(\mathrm{x}) + 2\log_2(\mathrm{y}) - \frac{1}{3}\log_2(\mathrm{z})$.
h) $\frac{4}{3}\log_2(\mathrm{x} - 1) - \frac{1}{3}\log_2(\mathrm{x} + 1)$.

18. Mostre, com um exemplo, que

a) $\log(a + b) \neq \log(a) + \log(b)$.
b) $\log(a - b) \neq \log(a) - \log(b)$.

19. Use uma calculadora científica e a regra de mudança de base para calcular

a) $\log_2(3)$.
b) $\log_5(2)$
c) $\log_8(24)$
d) $\log_6(1/12)$.

20. Para certo modelo de computadores produzidos por uma empresa, o percentual dos processadores que apresentam falhas após t anos de uso é dado pela função $P(t) = 100(1 - 2^{-0,1t})$. Em quanto tempo 75% dos processadores de um lote desse modelo de computadores terão apresentado falhas?

21. A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como $R(I) = 120 + 10\log_{10}(I)$, em que R é a medida do ruído, em decibéis, e I é a intensidade sonora, em W/m^2. O ruído dos motores de um avião a jato equivale a 160 dβ, enquanto o tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge 80 dβ, que é o limite a partir do qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano.

a) Determine as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.
b) calcule a razão entre essas intensidades, ou seja, calcule quantas vezes o ruído do avião é maior que o do tráfego.

22. Um aparelho que mede ruídos indica a intensidade do som em decibéis (dB). Para relacionar uma medida β, em decibéis, à intensidade I, dada em $\mathrm{W/m^2}$, usamos a função

$$\beta(I) = 10\log_{10}\left(\frac{I}{10^{-12}}\right).$$

a) Se um som de 90 dB já é suficiente para causar danos ao ouvido médio, um amplificador de som de uma banda de rock, ligado a $5 \cdot 10^{-1}$ W/m², será capaz de prejudicar a audição de um incauto fã?

b) A que intensidade I, em W/m², corresponde o som usual de uma conversa, que costuma atingir 40 dB?

23. As populações de duas cidades, A e B, são dadas em milhares de habitantes por $A(t) = \log_8(1+t)^6$ e $B(t) = \log_2(4t+4)$, em que a variável t representa o tempo em anos. Após certo instante t, a população de uma dessas cidades é sempre maior que a da outra. Determine o valor mínimo desse instante t e especifique a cidade cuja população é maior a partir desse instante.

24. Escreva cada expressão abaixo como o logaritmo de um único termo.
    a) $\frac{1}{2}\log_5(x-1) + \log_5(x+1)$
    b) $3\log_4(2x+3) - \log_2(x+2)$
    c) $2\left[\log(x+3) - \log\left(\frac{x}{2}\right)\right] - \frac{3}{2}\log(x)$

25. Dada a função $f(x) = \log\left(\frac{2x+4}{3x}\right)$, determine os valores de x para os quais $f(x)$ é um número real menor que 1.

26. Esboce os gráficos de $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{x-2}$, $h(x) = e^{-x}$.

27. Esboce os gráficos de $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = \ln(x-2)$, $h(x) = \ln(1/x)$.

28. A população brasileira era de cerca de 170 milhões de habitantes em 2000 e atingiu os 190 milhões de habitantes em 2010.
    a) Considerando que $t = 0$ no ano 2000, determine a função exponencial $P(t) = ae^{bt}$ que fornece o número aproximado de habitantes do país, em relação ao ano.
    b) Usando seu modelo matemático, estime a população brasileira em 2020.

29. A função $L(x) = ae^{bx}$ fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a x metros de uma lâmpada.
    a) Calcule os valores numéricos das constantes a e b, sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.
    b) Considerando que um objeto recebe 15 luxes, calcule a distância entre a lâmpada e esse objeto.

30. O pH de uma substância indica se ela é ácida (pH < 7), neutra (pH $= 7$), ou básica (pH > 7). O pH está associado à concentração de íons de hidrogênio ($[H^+]$), dada em mol/l, através da fórmula $pH = -\log[H^+]$.
    a) Determine a concentração de íons de hidrogênio do leite de magnésia, cujo pH é 10,5.
    b) Determinou-se que o suco de um determinado limão tinha pH 2,2 e o suco de uma certa laranja tinha pH 3,5. Qual dos dois tinha a maior concentração de íons de hidrogênio?

31. Suponha que o preço de um automóvel tenha uma desvalorização média de 19% ao ano sobre o preço do ano anterior. Suponha que F representa o preço inicial (preço de fábrica) e $p(t)$ o preço após t anos.
    a) Determine a expressão de $p(t)$.
    b) Determine o tempo mínimo necessário, em número inteiro de anos, após a saída da fábrica, para que um automóvel venha a valer menos que 5% do valor inicial. Se for preciso, use $\log(2) \cong 0{,}301$ e $\log(3) \cong 0{,}477$.

32. Em um determinado momento, foram introduzidos 100 peixes em um lago. Um estudo ecológico-matemático determinou que a população dessa espécie de peixes nesse lago é dada pela fórmula abaixo.

$$P(t) = \frac{1000}{1 + Ae^{-kt}}$$

em que t é o tempo decorrido, em meses, desde que os primeiros peixes foram postos no lago.
    a) Determine a função $P(t)$, sabendo que, passados 3 meses da introdução dos peixes, a população atingiu 250 cabeças.
    b) Determine em quantos meses a população atingirá 900 peixes.

33. O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por $T(t) = T_A + a3^{bt}$, onde $T(t)$ é a temperatura do corpo, em graus Celsius, no instante t, dado em minutos, T_A é a temperatura ambiente, suposta constante, e a e b são constantes. O referido corpo foi colocado em um

congelador com temperatura de −18ºC. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0ºC após 90 minutos e chegou a −16ºC após 270 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes a e b.
b) Determine o valor de t para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $\left(\frac{2}{3}\right)°C$ superior à temperatura ambiente.

34. Uma bateria perde permanentemente sua capacidade ao longo dos anos. Essa perda varia de acordo com a temperatura de operação e armazenamento da bateria. A função que fornece o percentual de perda anual de capacidade de uma bateria, de acordo com a temperatura de armazenamento, T (em °C), tem a forma

$$P(T) = a \cdot 10^{bT}$$

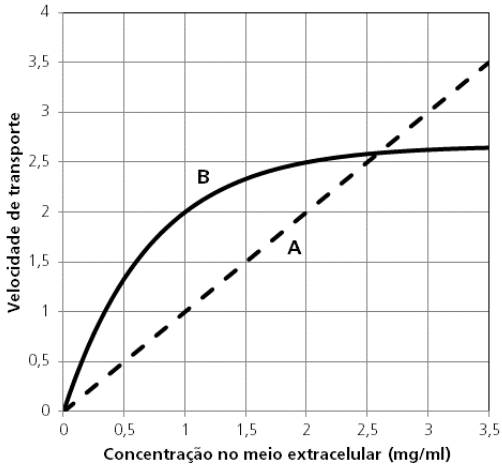
em que a e b são constantes reais positivas. A tabela abaixo fornece, para duas temperaturas específicas, o percentual de perda de uma determinada bateria de íons de Lítio.

Temperatura (°C)	Perda anual de capacidade (%)
0	1,6
55	20,0

Com base na expressão de $P(T)$ e nos dados da tabela,

a) esboce a curva que representa a função $P(T)$, exibindo o percentual exato para $T = 0$ e $T = 55$;
b) determine as constantes a e b para a bateria em questão.

35. Hemácias de um animal foram colocadas em meio de cultura em vários frascos contendo diferentes concentrações das substâncias A e B, marcadas com isótopo de hidrogênio. Dessa forma os pesquisadores puderam acompanhar a entrada dessas substâncias nas hemácias, como mostrado no gráfico abaixo



Seja x a concentração de substância B no meio extracelular e y a velocidade de transporte. Observando-se o formato da curva B e os valores de x e y em determinados pontos, podemos concluir que a função que melhor relaciona essas duas grandezas é

a) $y = \frac{4+\log_2(x)}{2}$.
b) $y = 1 - \log_2(x + 1)$.
c) $y = \frac{8}{3}(1 - 2^{-2x})$.
d) $y = 3^x - 1$.

36. Um bule com café fervendo (a 100°C) foi retirado do fogo e posto em um ambiente cuja temperatura é $T_A = 25°C$. Sabe-se que a função que fornece a temperatura do café em relação ao tempo transcorrido desde a retirada do bule do fogo (ou seja, desde o instante $t = 0$) é

$$T(t) = T_A + a \cdot e^{bt}.$$

a) Sabendo que, passados 15 minutos da retirada do bule do fogo, a temperatura do café foi reduzida a 55°C, determine o valor das constantes a e b.
b) Determine a temperatura depois de passados 30 min da retirada do bule do fogo.

37. O decaimento radioativo do Iodo 131 (um isótopo tóxico) é descrito pela função $P(t) = P_0 \cdot 2^{-bt}$, em que t é o tempo transcorrido (em dias), b é uma constante real e P_0 é a concentração inicial de Iodo 131.

a) Determine o valor da constante b sabendo que a meia-vida do Iodo 131 é de 8 dias (ou seja, que a concentração desse isótopo cai pela metade em 8 dias).
b) Uma amostra do capim de uma fazenda japonesa tem, hoje, 16 vezes mais iodo 131

que o máximo permitido, ou seja, $P_0 = 16P_{lim}$. Trace um gráfico mostrando o decaimento do Iodo 131 nos próximos 20 dias.

c) Se vacas leiteiras ingerirem capim contendo muito Iodo 131, seu leite será impróprio para o consumo. Determine em quantos dias, a partir de hoje, o capim poderá ser utilizado na alimentação das vacas, ou seja, determine t tal que $P(t) = P_{lim}$.

38. O tempo t (em minutos) que um pequeno avião demora para subir até uma altitude de h pés é dado pela função

$$t(h) = 50\log_{10}\left(\frac{18000}{18000-h}\right)$$

Responda às perguntas abaixo usando as aproximações $\log_{10}(3) \cong 0{,}477$ e $\log_{10}(2) \cong 0{,}301$.

a) Determine o tempo gasto pelo avião para subir a uma altitude de 6000 pés.

b) Determine a altitude do avião depois de passados 50 minutos de sua decolagem.

39. Suponha que o número de indivíduos de uma determinada população seja dado pela função $P(t) = a2^{-bt}$, em que a variável t é dada em anos e a e b são constantes.

a) Encontre as constantes a e b de modo que a população inicial ($t = 0$) seja igual a 1024 indivíduos e a população após 10 anos seja um quarto da população inicial.

b) Qual o tempo mínimo para que a população se reduza a 1/8 da população inicial?

c) Esboce o gráfico da função $P(t)$ para $t \in [0, 20]$.

Respostas.

1.a. $D(t) = 2500(1{,}05)^t$.

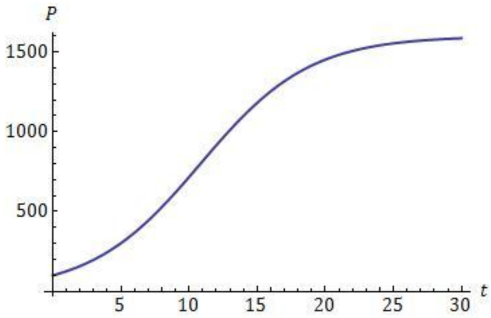
1.b. R$ 4489,64.

2.a. $P(t) = 600 \cdot 1{,}5^t$.

2.b. Cerca de 2025, 6834 e 77848 bactérias.

3.a. 100 anfíbios.

3.b.



3.c. 1600 anfíbios.

4.a. $b = 1/29$.

4.b. 52.22 becquerels.

5.a. $C(t) = 377{,}4(1{,}005)^t$.

5.b. $C(6) \cong 388{,}9$ ppm.

5.c. $t = 226{,}3$, ou seja, em 2230.

6.a. $f(0) = 1,\ f(-1) = 1/3,\ f(1) = 3,\ f(0{,}5) = \sqrt{3},\ f(2) = 9$.

6.b. $f(0) = 1,\ f(-1) = 3,\ f(1) = 1/3,\ f(0{,}5) = 1/\sqrt{3},\ f(2) = 1/9$.

6.c. $f(0) = 1,\ f(-1) = 3,\ f(1) = 1/3,\ f(0{,}5) = 1/\sqrt{3},\ f(2) = 1/9$.

6.d. $f(0) = 1/2,\ f(0{,}5) = \sqrt{2}/2,\ f(1) = 1,\ f(2) = 2,\ f(3) = 4$.

6.e. $f(0) = 1/2,\ f(0{,}5) = \sqrt{2}/2,\ f(1) = 1,\ f(2) = 2,\ f(3) = 4$.

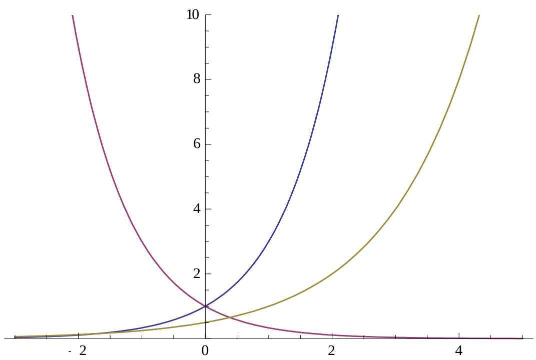
6.f. $f(0) = 5/8,\ f(-1) = 9/16,\ f(6) = 17/2$.

6.g. $f(-2) = 25,\ f(-0{,}5) = \sqrt{5},\ f(3) = 1/125$.

6.h. $f(0) = 1,\ f(-2) = 1/16, f(0{,}5) = 2,\ f(2) = 16$.

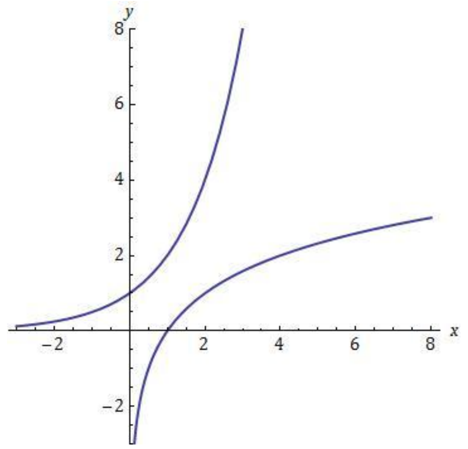
7. As respostas dos itens (5b) e (5c) são iguais, assim como as respostas dos itens (5d) e (5e), uma vez que $3^{-x} = 1/3^x = (1/3)^x$, e que $(1/2).2^x = 2^{-1}.2^x = 2^{x-1}$.

8.

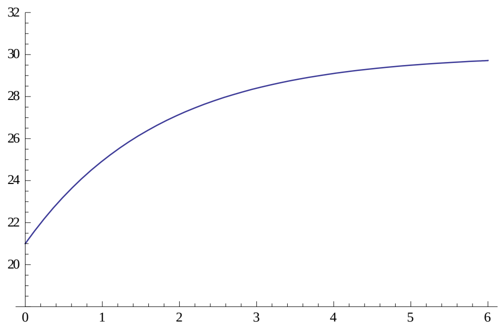


9. a. f_3. b. f_4. c. f_2. d. f_1.

10.a. 0.
10.b. 0.
10.c. 1.
10.d. 1.
10.e. 3.
10.f. $-1/3$.
10.g. 5.
10.h. 4.
10.i. -3.
10.j. -2.
10.k. $1/2$.
10.l. $1/4$.
10.m. $3/5$.
10.n. $1/2$.
10.o. $1/3$.
10.p. 5.
10.q. 7.
10.r. 8.
10.s. $1/3$.
11.

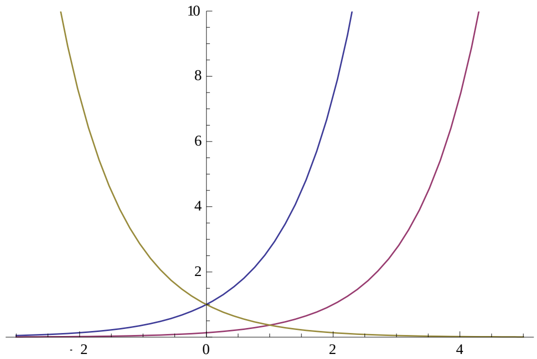


12.a. 29,1 ºC.
12.b. $T(t) = 30 - 9 \cdot 10^{-t/4}$

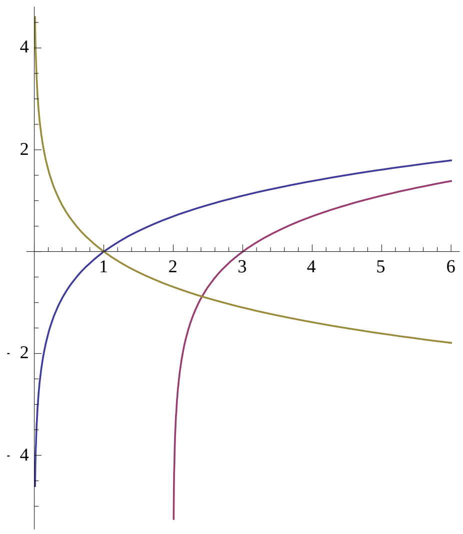


13.a. $x = 4$.
13.b. $x = (1 + \ln(100))/3 \cong 1{,}8684$.
13.c. $x \cong 1{,}71882$.
13.d. $x = 2$.
13.e. $x = (1 + e^2)/3 \cong 2{,}79635$.
13.f. $x = 5/4$.
13.g. $x = 1024$.
13.h. $x = 10/3$.
13.i. $x = 3$.
13.j. $x = 3$.
13.k. $x = -8/5$.
13.l. $x = 5$ ou $x = -1/2$.
13.m. $x = -1 + \frac{1}{2}\log_5(10)$.
13.n. $x = 7$.
13.o. $x = -\frac{\log_2(3)}{1-\log_2(3)}$.
13.p. $x = 4$ ou $x = -2$.
13.q. $x = -7$.
13.r. $x = -3$.
13.s. $x = 5$.
13.t. $x = \frac{-1-3\log_3 2}{1-2\log_3 2}$.
13.u. Não há solução.
13.v. $x = 40/11$.
13.w. $x = 3$.
13.x. $x = \frac{1+\sqrt{9+4e}}{2}$.
14. Em cerca de 9 meses.
15.a. $C(t) = C_0 \cdot 2^{-t/5730}$.
15.b. Cerca de 2948 anos.
16.a. $\log(4) + \log(x)$.
16.b. $4 + 3\log_2(x)$.
16.c. $\log_3(y) + 3\log_3(x)$.
16.d. $\frac{\log_2(x) + \log_2(y)}{2}$.
16.e. $3 - 2\log_2(x)$.
16.f. $\log_2(x) - 5\log_2(\mathrm{w}) - 3\log_2(z)$.
16.g. $\log_5(x+2) - \frac{\log_5(\mathrm{x}^2+1)}{2}$.
16.h. $\frac{3}{2}\log_3(x)$.
16.i. $\frac{2}{3}\log_3(x) + \frac{1}{3}\log_3(w)$.
16.j. $\frac{1}{3}\ln(\mathrm{y}) - \frac{4}{3}\ln(w)$.
16.k. $\frac{1}{2}\log_2(x) + \frac{1}{2}\log_2(x+1)$.
17.a. $\log(30)$.
17.b. $\log_2(\mathrm{x/y})$
17.c. $\log_2(25\mathrm{x}^3)$.
17.d. $\log_2 \sqrt{\frac{x}{z^3}}$.
17.e. $\log_4\left(\frac{1}{x^2}\right)$.
17.f. $\log_2 \sqrt[3]{x}$.
17.g. $\log_2\left(\frac{y^2\sqrt{x}}{\sqrt[3]{z}}\right)$.
17.h. $\log_2\left(\sqrt[3]{\frac{(x-1)^4}{x+1}}\right)$.
18.a. Basta usar $a = 1$ e $b = 1$.
18.b. Basta usar $a = 2$ e $b = 1$.
19.a. $\log_2(3) \approx 1{,}584963$.
19.b. $\log_5(2) \approx 0{,}4306766$.

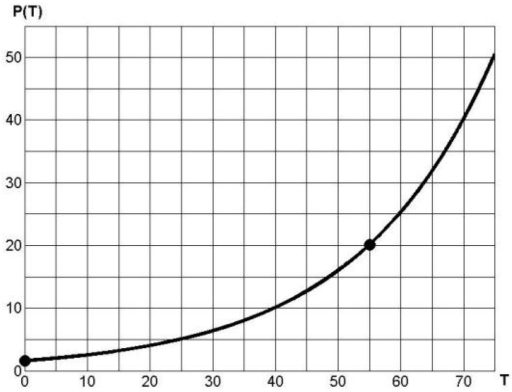
19.c. $\log_8(24) \approx 1{,}528321$.
19.d. $\log_6(1/12) \approx -1{,}386853$.
20. Em 20 anos.
21.a. Avião: $I = 10^4 W/m^2$, tráfego: $I = 10^{-4} W/m^2$.
21.b. O ruído do avião tem intensidade igual a 10^8 vezes a intensidade do ruído do tráfego.
22.a. Sim, o som da banda atinge cerca de 117 dB.
22.b. $I = 10^{-8} W/m^2$
23. A partir de 3 anos tem-se $A(t) \geq B(t)$.
24.a. $\log_5\left[(x+1)\sqrt{x-1}\right]$.
24.b. $\log_2\left[\frac{\sqrt{(2x+3)^3}}{x+2}\right]$.
24.c. $\log_{10}\left[\frac{4(x+3)^2}{\sqrt{x^7}}\right]$.
25. $x < -2$ ou $x > 1/7$.
26.



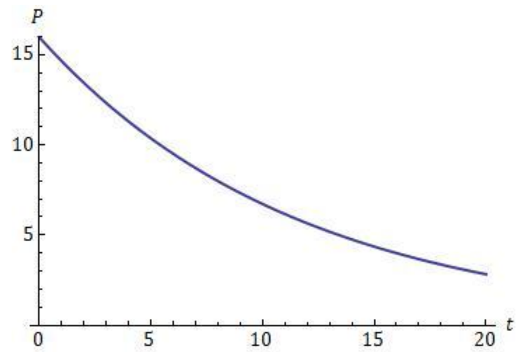
27.



28.a. $P(t) = 170.000.000\, e^{0{,}0111t}$.
28.b. Aproximadamente 207.640.000 habitantes.
29.a. $a = 120,\ b = -\ln(2)$.
29.b. 3 m.
30.a. $[H^+] = 3{,}162 \times 10^{-11}$ mol/l.
30.b. O suco de limão.
31.a. $p(t) = F(0{,}81)^t$.
31.b. 15 anos.
32.a. $P(t) = \frac{1000}{1+9e^{-t.\ln(3)/3}}$.
32.b. 12 meses.
33.a. $a = 54$ e $b = -1/90$.
33.b. 360 minutos.
34.a.



34.b. $a = 1{,}6$ e $b = 1/50$.
35. Letra c.
36.a. $a = 75$ e $b = -0{,}061$.
36.b. Cerca de 37°C.
37.a. $b = 1/8$.
37.b.



37.c. Em 32 dias.
38.a. Cerca de 8,8 minutos.
38.b. 16200 pés.
39.a. $a = 1024$ e $b = 1/5$.
39.b. 15 anos.
39.c.