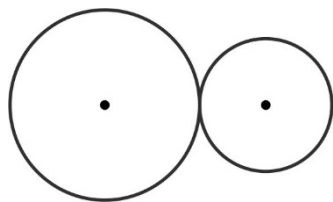


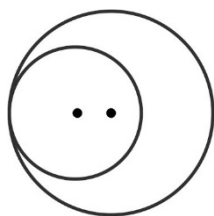
### Quarta lista de exercícios.

#### Circunferência e círculo. Teorema de Tales. Semelhança de triângulos.

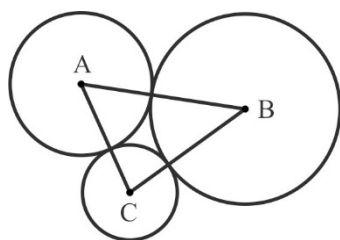
1. (Dolce/Pompeo) Um ponto P dista 7 cm do centro de uma circunferência de raio 16 cm. Determine a distância entre P e a circunferência.
2. (Dolce/Pompeo) Determine os raios das circunferências abaixo sabendo que a distância entre os centros é 28 cm e a diferença entre os raios é 8 cm.



3. (Dolce/Pompeo) Determine os raios das circunferências abaixo sabendo que a soma dos raios é 30 cm e a distância entre os centros é 6 cm.



4. (Dolce/Pompeo) Os centros das circunferências abaixo são os vértices do triângulo ABC. Sendo  $\overline{AB} = 7$  cm,  $\overline{AC} = 5$  cm e  $\overline{BC} = 6$  cm, determine os raios das circunferências.



5. (Dolce/Pompeo) Determine o número de retas que são tangentes comuns a duas circunferências

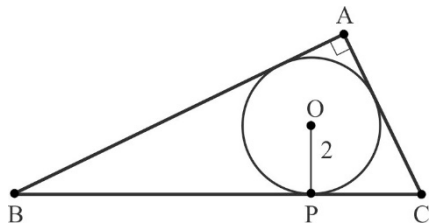
- a) secantes;
- b) tangentes exteriormente.
- c) exteriores.
- d) Concêntricas distintas.

6. (Dolce/Pompeo) Cada item abaixo fornece os raios  $r$  e  $R$  de duas circunferências, bem como a distância  $d$  entre seus centros. Determine, em cada caso, a posição relativa entre as circunferências.

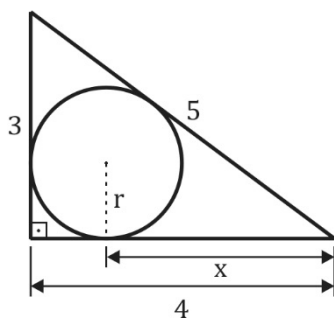
- a)  $r = 5$  cm;  $R = 10$  cm;  $d = 15$  cm.
- b)  $r = 6$  cm;  $R = 8$  cm;  $d = 10$  cm.

7. (Dolce/Pompeo) A distância entre os centros de duas circunferências tangentes externamente é de 33 cm. Determine seus raios sabendo que a razão entre eles é  $4/7$ .
8. Usando régua e compasso, desenhe uma reta secante a uma circunferência, sabendo que a reta está a uma distância de 3 cm do centro da circunferência de raio 4 cm.
9. Desenhe uma circunferência C e uma reta r que seja secante a C. Em seguida, trace a reta que passa pelo centro de C e é perpendicular a r.
10. Usando régua e compasso, desenhe uma reta tangente a uma circunferência de raio 4,5 cm.
11. Desenhe uma reta que passa por um ponto P. Em seguida, desenhe a circunferência de raio 4 cm que é tangente à reta no ponto P.
12. Determine a medida dos lados não paralelos de um trapézio isósceles circunscrito a um círculo, sabendo que suas bases medem 30 cm e 10 cm.

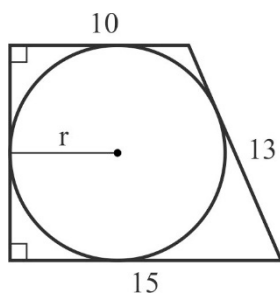
13. Em um triângulo retângulo com vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$ , inscrevemos uma circunferência de raio 2, como mostrado na figura. Sabe-se que a circunferência tangencia o lado  $\overline{BC}$  no ponto  $P$ , dividindo esse lado em dois trechos com comprimentos  $\overline{PB} = 10$  e  $\overline{PC} = 3$ . Determine  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$ .



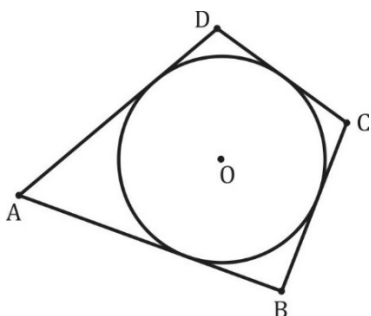
14. Determine o valor de  $x$  e o raio  $r$  da circunferência inscrita no triângulo abaixo. (Dica: monte um sistema linear com 3 equações.)



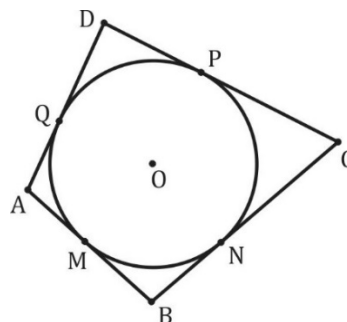
15. (Dolce/Pompeo) Calcule o valor do raio  $r$  do círculo inscrito no trapézio abaixo.



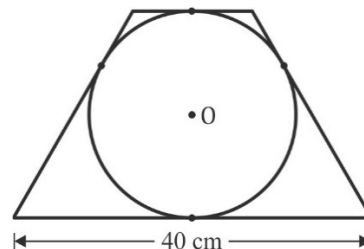
16. Determine o perímetro do quadrilátero da figura, sabendo que  $\overline{AB} = 40$  e  $\overline{CD} = 23$ .



17. Determine o comprimento da aresta  $CD$  do quadrilátero abaixo, sabendo que  $\overline{AM} = 11$ ,  $\overline{BM} = 13$ ,  $\overline{BC} = 36$  e  $\overline{AD} = 26$ .



18. O trapézio isósceles abaixo tem perímetro de 116 cm. Determine os comprimentos dos lados.

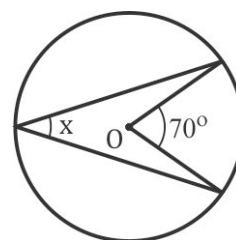


19. (Dolce/Pompeo) Seja ABCD um quadrilátero circuncritível a uma circunferência. Sabendo que  $\overline{AD} = 12$  cm,  $\overline{DC} = 9$  cm,  $\overline{BC} = x + 7$  cm e  $\overline{AB} = 2x + 1$  cm, determine o perímetro do quadrilátero.

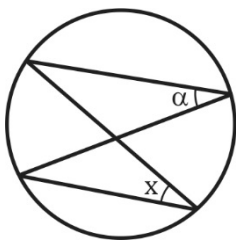
20. Usando régua e compasso, desenhe um triângulo com lados de medida 4 cm, 5 cm e 7 cm. Em seguida, trace as bissetrizes e determine o incentro. Finalmente, desenhe a circunferência inscrita no triângulo.

21. Determine a que distância dos vértices estão os pontos de tangência da circunferência com o triângulo do exercício anterior. (Dica: resolva um sistema linear com três equações e três incógnitas.)

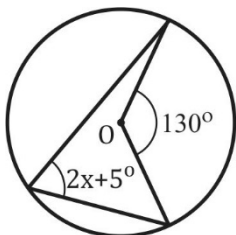
22. Determine o valor de  $x$  na figura abaixo.



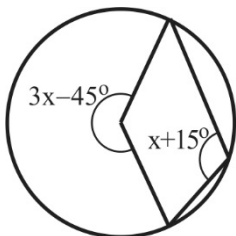
23. Determine o valor de  $x$  na figura abaixo, sabendo que  $\alpha = 30^\circ$ .



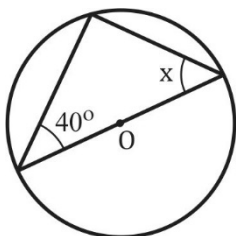
24. Determine o valor de  $x$ .



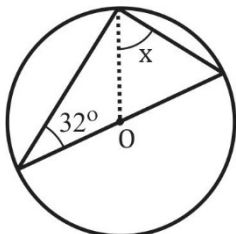
25. Determine o valor de  $x$ .



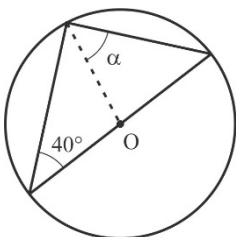
26. Determine o valor de  $x$ .



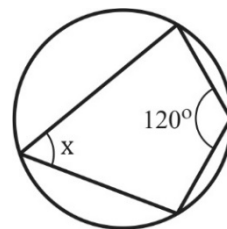
27. Determine o valor de  $x$ .



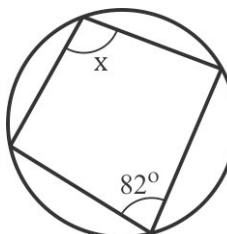
28. Determine o valor de  $\alpha$ .



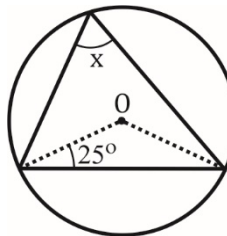
29. Determine o valor de  $x$ .



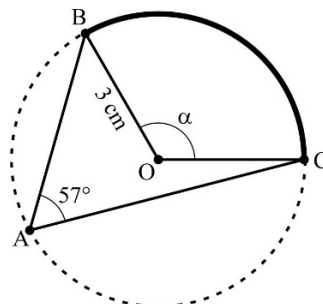
30. Determine o valor de  $x$ .



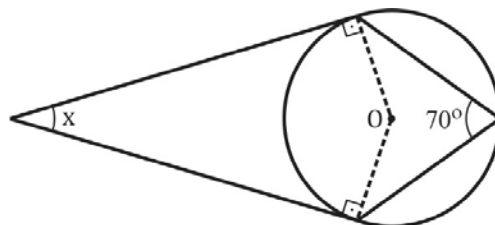
31. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



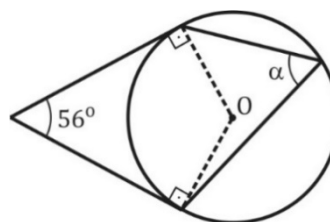
32. Determine  $\alpha$  e o comprimento do arco BC.



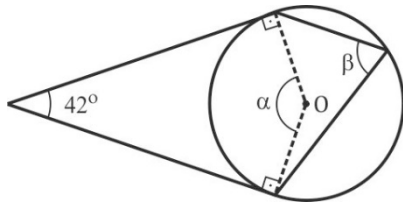
33. Determine o valor de  $x$ .



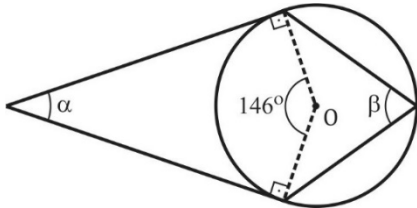
34. Determine a medida do ângulo  $\alpha$ .



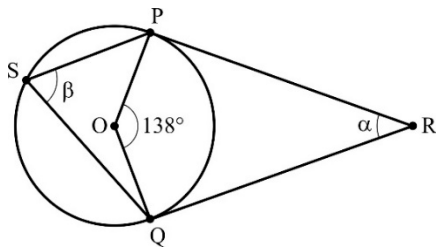
35. Sabendo que  $O$  é o centro da circunferência abaixo, determine os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .



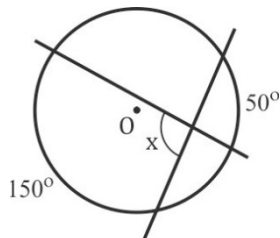
36. Sabendo que  $O$  é o centro da circunferência abaixo, determine os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .



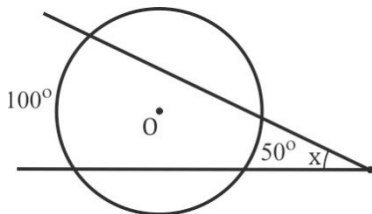
37. Sabendo que  $O$  é o centro da circunferência abaixo, determine os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .



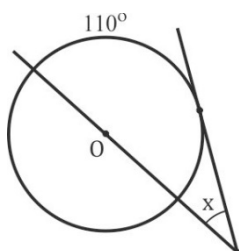
38. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



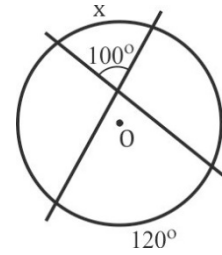
39. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



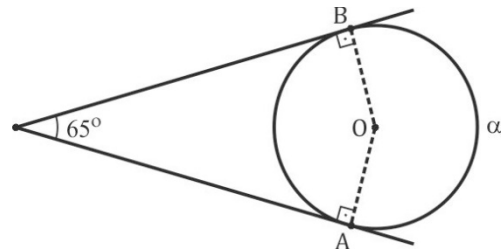
40. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



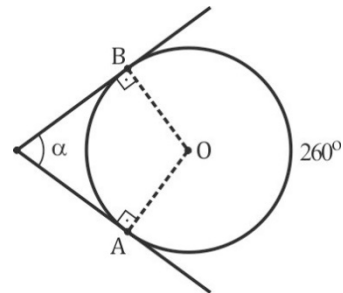
41. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



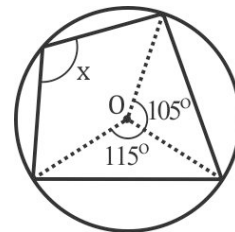
42. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $\alpha$ .



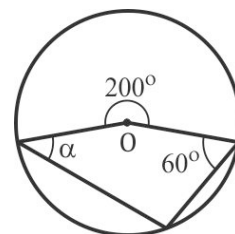
43. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $\alpha$ .



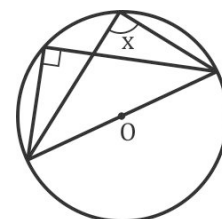
44. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



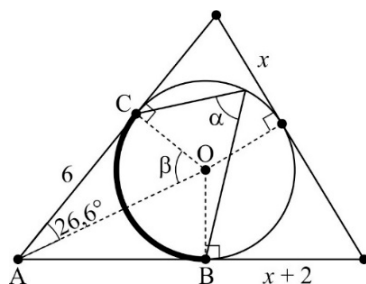
45. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $\alpha$ .



46. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



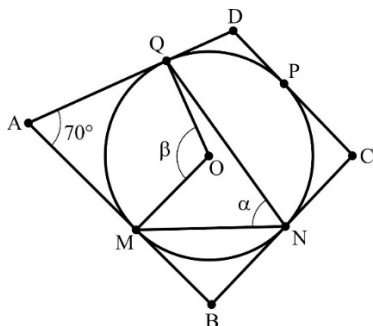
47. A figura abaixo mostra uma circunferência de centro  $O$  e raio igual a 3 cm, inscrita em um triângulo.



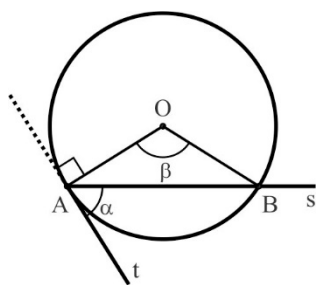
- Determine  $\alpha$  e  $\beta$ , bem como o comprimento do arco BC.
- Determine  $x$  sabendo que o triângulo tem perímetro igual a 32 cm.

48. A figura abaixo mostra um quadrilátero ABCD circunscrito a uma circunferência de centro  $O$ .

- Determine  $\alpha$  e  $\beta$ .
- Determine o comprimento do lado AD, sabendo que AM mede 4 cm, BM mede 3 cm, BC mede 5,6 cm e CD mede 4,7 cm.



49. Determine a medida do ângulo semi-inscrito  $\alpha$  em relação à medida do ângulo central  $\beta$ . Dica: relacione  $\alpha$  à medida dos ângulos internos do triângulo ABO.



50. Em 2011, a oferta de energia no Brasil foi dividida, segundo as fontes de energia, em:

- Biomassa da cana: 15,7%;
- Hidráulica e eletricidade: 14,7%;
- Lenha e carvão vegetal: 9,7%;
- Outras fontes renováveis: 4,1%;
- Petróleo e derivados: 38,6%;
- Gás natural: 10,1%;
- Carvão mineral: 5,6%;
- Urânio: 1,5%.

Fonte: Brasil. Balanço energético nacional 2012 – Ano base 2011. Rio de Janeiro, EPE, 2012.

- Se você fosse fazer um gráfico de setores (ou de pizza) para representar essa divisão da oferta, qual seria o ângulo central referente ao conjunto de fontes renováveis? E ao conjunto de fontes não renováveis?
- Faça um gráfico com diâmetro de 4 cm, contendo dois setores, um referente às fontes renováveis e outro às fontes não renováveis.

51. Em 2010, o Brasil possuía 190.755.799 habitantes assim distribuídos entre as regiões do país:

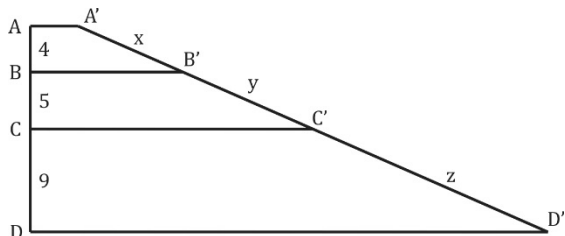
- Norte: 15.864.454 hab.
- Nordeste: 53.081.950 hab.
- Sudeste: 80.364.410 hab.
- Sul: 27.386.891 hab.
- Centro-Oeste: 14.058.094 hab.

Fonte: IBGE – Censo Demográfico 2010.

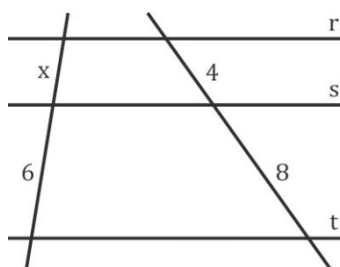
- Se você fosse fazer um gráfico de setores para representar a divisão percentual da população, qual seria o ângulo central referente a cada região?
- Faça um gráfico de setores, com 5 cm de diâmetro, que represente a participação de cada região na população brasileira.
- São Paulo tinha, à época, 41.262.199 habitantes. Qual seria o ângulo central

associado ao estado, caso ele fosse representado por um setor à parte?

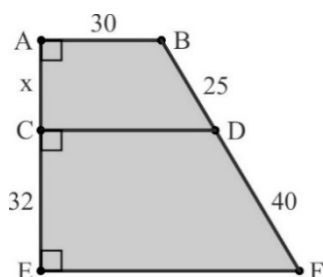
52. Sabendo que os segmentos  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$ ,  $\overline{CC'}$  e  $\overline{DD'}$  são paralelos e que  $x + y + z = 45$ , determine os valores de  $x$ ,  $y$  e  $z$ .



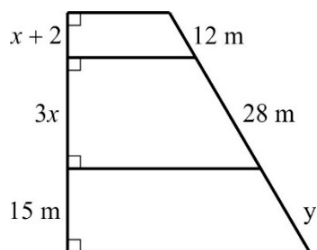
53. (Dolce/Pompeu) Determine o valor de  $x$ , sabendo que as retas  $r$ ,  $s$  e  $t$  são paralelas.



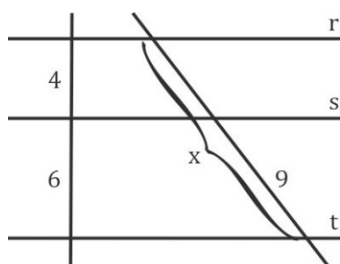
54. Determine o valor de  $x$  na figura abaixo.



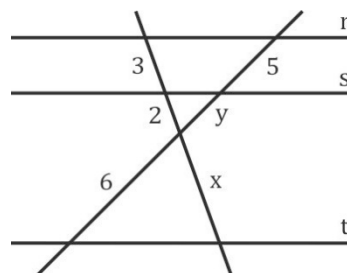
55. Determine os valores de  $x$  e  $y$ .



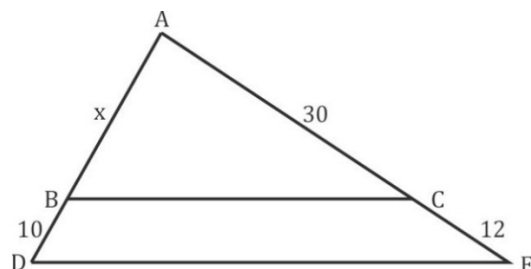
56. (Dolce/Pompeu) Determine o valor de  $x$ , sabendo que as retas  $r$ ,  $s$  e  $t$  são paralelas.



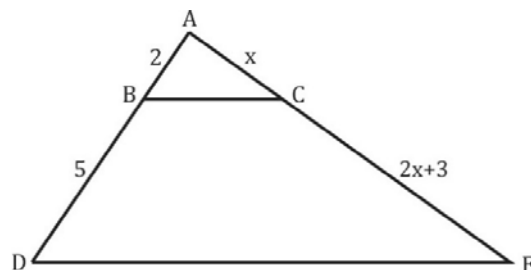
57. (Dolce/Pompeu) Determine os valores de  $x$  e  $y$ , sabendo que as retas  $r$ ,  $s$  e  $t$  são paralelas.



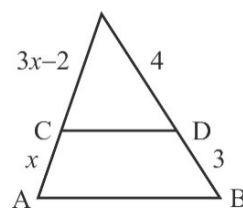
58. (Dolce/Pompeu) Na figura abaixo os segmentos  $\overline{BC}$  e  $\overline{DE}$  são paralelos. Determine o valor de  $x$ .



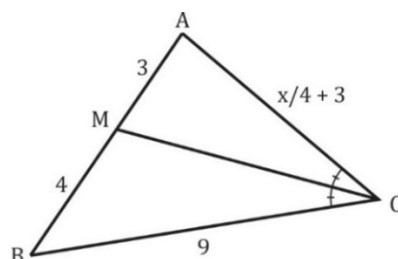
59. Na figura abaixo os segmentos  $\overline{BC}$  e  $\overline{DE}$  são paralelos. Determine o valor de  $x$ .



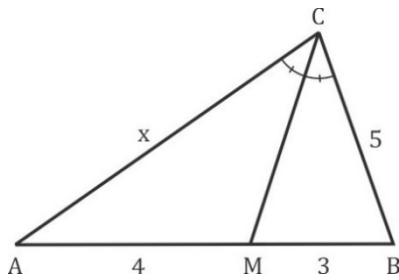
60. Na figura abaixo, os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  são paralelos. Determine o valor de  $x$ .



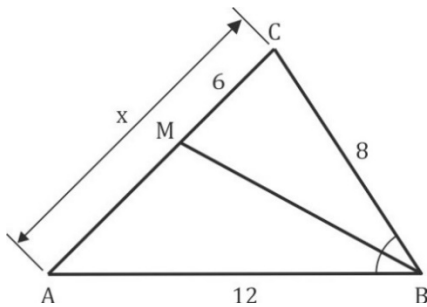
61. Na figura abaixo,  $\overline{CM}$  é a bissetriz relativa ao ângulo  $\hat{C}$ . Determine o valor de  $x$ .



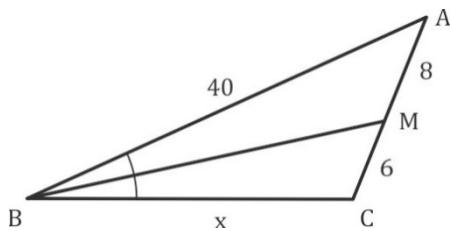
62. (Dolce/Pompeo) Se  $\overline{CM}$  é bissetriz de  $\hat{C}$ , determine  $x$ .



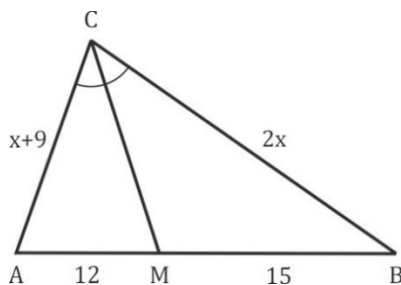
63. (Dolce/Pompeo) Sabendo que  $\overline{BM}$  é bissetriz de  $\hat{B}$ , determine  $x$ .



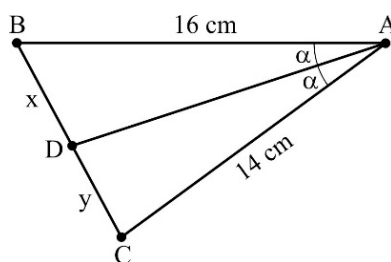
64. (Dolce/Pompeo) Sabendo que  $\overline{BM}$  é bissetriz de  $\hat{B}$ , determine  $x$ .



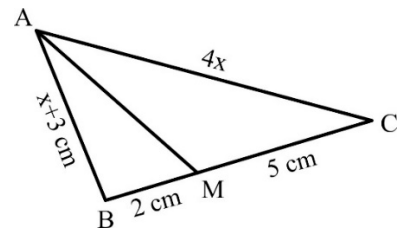
65. (Dolce/Pompeo) Sabendo que  $\overline{CM}$  é bissetriz de  $\hat{C}$ , determine  $x$ .



66. O triângulo ABC da figura a seguir tem perímetro igual a 42 cm. Determine  $x$  e  $y$ .



67. Na figura abaixo, o segmento AM é a bissetriz relativa ao ângulo  $\hat{A}$ . Determine  $x$ .

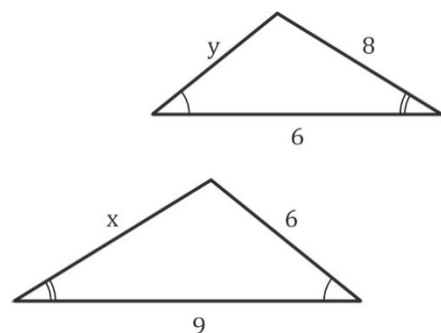


68. (Dolce/Pompeo) O perímetro de um triângulo ABC é 100 m, A bissetriz interna do ângulo  $\hat{A}$  divide o lado oposto  $\overline{BC}$  em dois segmentos de 16 m e 24 m. Determine os lados desse triângulo.

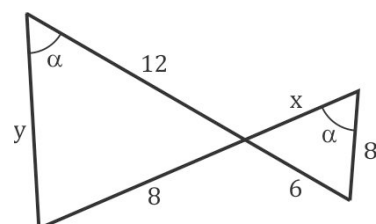
69. Os triângulos ABC e DEF são semelhantes. O lado  $\overline{AB}$  do primeiro mede 12 cm, enquanto  $\overline{DE}$ , o lado correspondente a  $\overline{AB}$  no segundo, mede 18 cm. Sabendo que o perímetro do primeiro triângulo é igual a 48 cm, determine o perímetro do segundo triângulo.

70. Os lados do triângulo ABC medem 10 cm, 15 cm e 20 cm. Determine os lados de um triângulo semelhante a ABC, com perímetro igual a 36 cm.

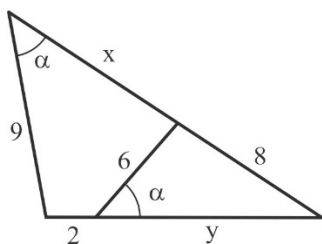
71. (Dolce/Pompeo) Sabendo que, na figura abaixo, ângulos com marcas iguais são congruentes, determine  $x$  e  $y$ .



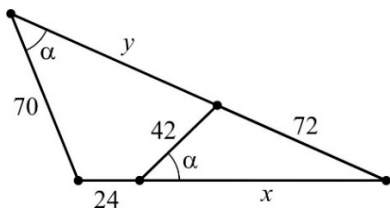
72. (Dolce/Pompeo) Determine  $x$  e  $y$  na figura abaixo.



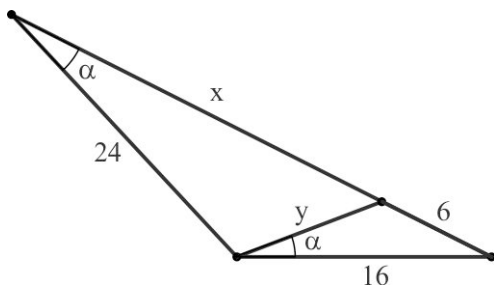
73. Dado o triângulo abaixo, determine os valores de  $x$  e  $y$ .



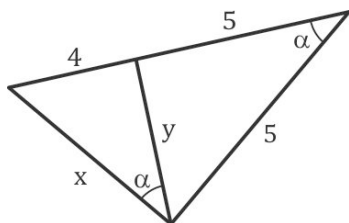
74. Determine os valores de  $x$  e  $y$  na figura.



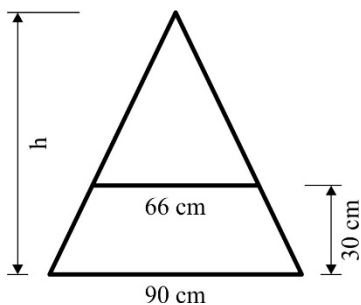
75. Determine os valores de  $x$  e  $y$  na figura.



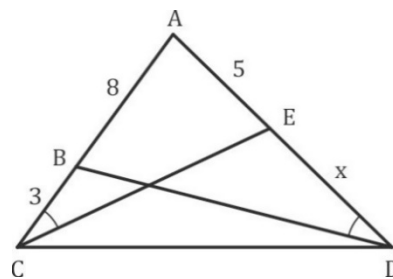
76. (Dolce/Pompeo) Determine  $x$  e  $y$  na figura.



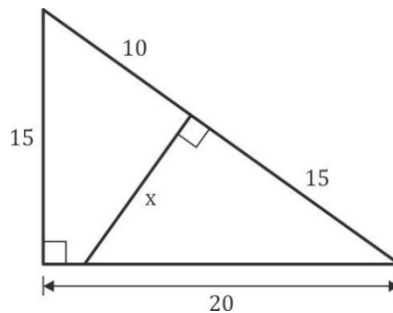
77. Uma estante tem formato triangular, como mostra a figura. Observando o tamanho das prateleiras, calcule  $h$ , a altura da estante.



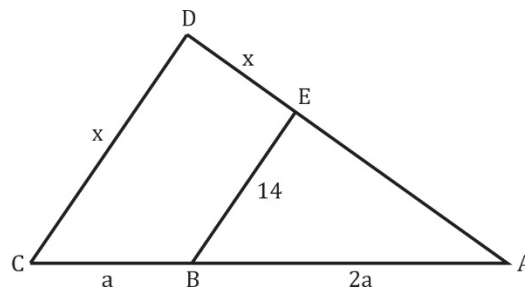
78. (Dolce/Pompeo) Calcule o valor de  $x$  na figura abaixo, sabendo que  $\widehat{ACE} \equiv \widehat{ADB}$ .



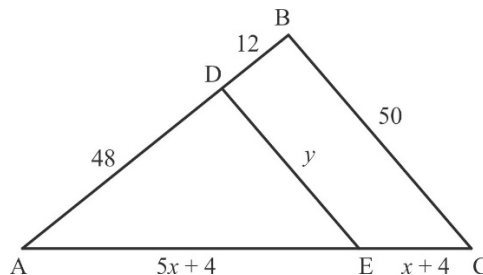
79. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



80. (Dolce/Pompeo) Na figura abaixo,  $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ . Determine o valor de  $x$ .



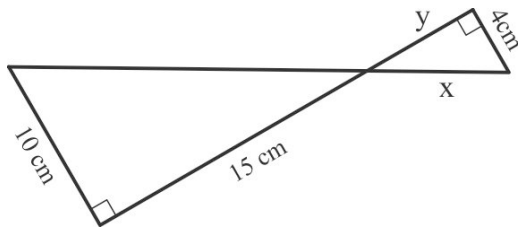
81. Na figura abaixo, os segmentos  $BC$  e  $DE$  são paralelos. Determine os valores de  $x$  e  $y$ .



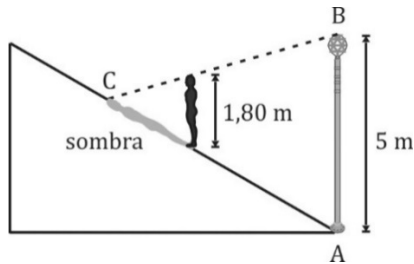
82. Em uma determinada hora do dia, minha sombra mede 60 cm e a sombra de uma árvore mede 2 m. Se tenho 1,8 m e o terreno no qual as sombras foram medidas é horizontal, determine a altura da árvore.

83. Determine os valores de  $x$  e  $y$  na figura abaixo.



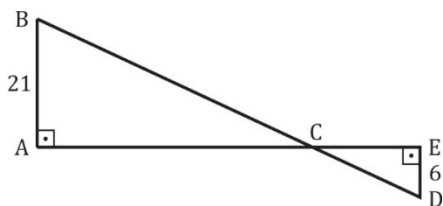


84. Um homem, de 1,80m de altura, sobe uma ladeira, conforme mostra a figura. No ponto A está um poste vertical de 5 metros de altura, com uma lâmpada no ponto B.

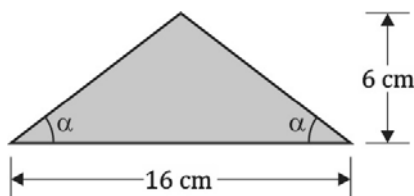


Calcule o comprimento da sombra do homem depois que ele subiu 4 m ladeira acima.

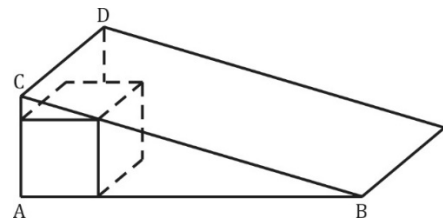
85. Na figura abaixo,  $\overline{AE}$  mede 60. Determine o comprimento dos segmentos  $\overline{AC}$  e  $\overline{CE}$ .



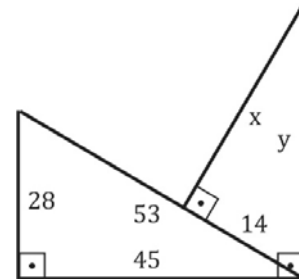
86. Um artesão precisa recortar um retângulo de couro com 10 cm x 2,5 cm, e dispõe de um retalho como o que é mostrado na figura abaixo. Verifique se o retalho pode ser usado para a obtenção da tira de couro.



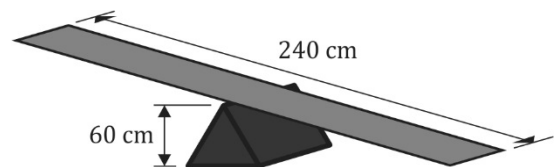
87. Uma caixa d'água cúbica, de volume máximo, deve ser colocada entre o telhado e a laje de uma casa, conforme mostra a figura. Sabendo que  $\overline{AB} = 6$  m,  $\overline{AC} = 1,5$  m e  $\overline{CD} = 4$  m, determine o comprimento de uma aresta da caixa.



88. Determine os valores de x e y.

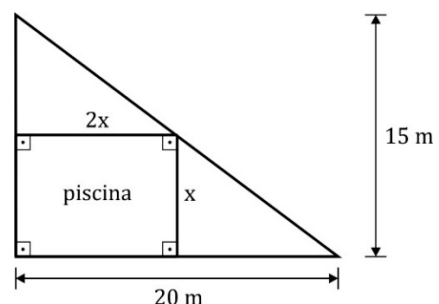


89. Considere uma gangorra composta por uma tábua de 240 cm de comprimento, equilibrada, em seu ponto central, sobre uma estrutura na forma de um prisma cuja base é um triângulo equilátero de altura igual a 60 cm, como mostra a figura. Suponha que a gangorra esteja instalada sobre um piso perfeitamente horizontal.

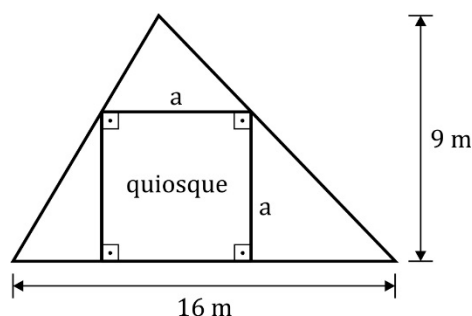


Desprezando a espessura da tábua e supondo que a extremidade direita da gangorra está a 20 cm do chão, determine a altura da extremidade esquerda.

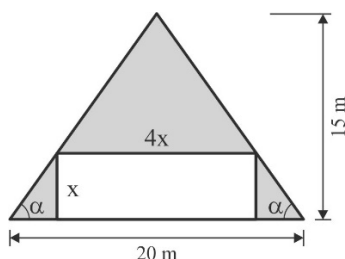
90. Você deseja construir uma piscina retangular em um terreno triangular, como mostra a figura abaixo. Determine as dimensões máximas da piscina, sabendo que um de seus lados deve medir o dobro do outro.



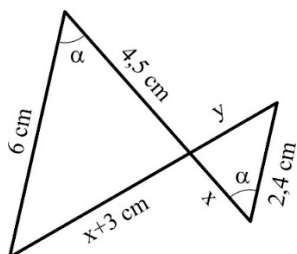
91. Um quiosque quadrado será construído em um terreno triangular, como mostra a figura abaixo. Determine a dimensão máxima do lado  $a$  do quiosque.



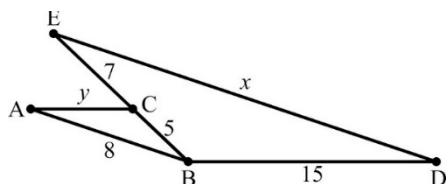
92. Uma enorme tenda tem uma entrada retangular com altura  $x$  e comprimento  $4x$ , como mostra a figura abaixo. Determine o valor de  $x$ .



93. A figura abaixo mostra o logotipo de uma empresa. Determine  $x$  e  $y$ .

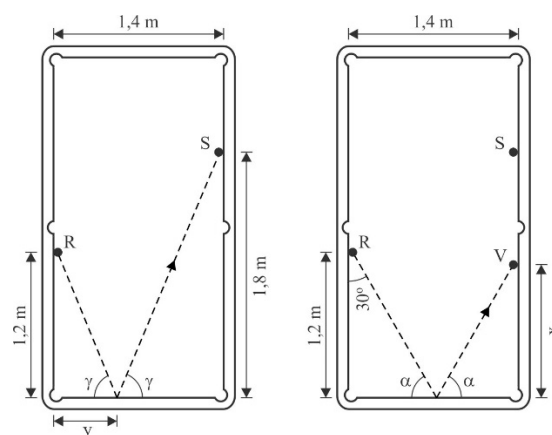


94. Na figura abaixo, os segmentos  $AB$  e  $ED$  são paralelos, o mesmo ocorrendo com  $AC$  e  $BD$ . Sabendo que as medidas estão em metros, determine  $x$  e  $y$ .



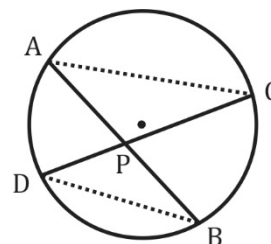
95. Um jogador de sinuca quer acertar uma bola situada na posição  $S$  de uma mesa retangular, dando uma tacada em uma bola

localizada no ponto  $R$ , como mostrado na figura à esquerda.

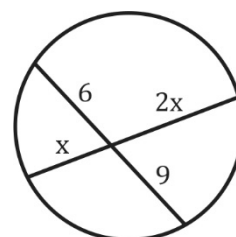


- a) Determine  $y$  para que a bola siga a trajetória da figura à esquerda.
- b) Infelizmente, o jogador deu uma tacada que levou a bola ao ponto  $V$ , como mostrado à direita. Determine a distância  $x$  entre  $V$  e o canto da mesa.

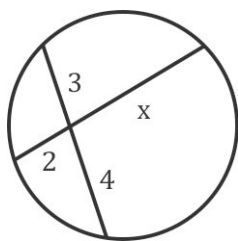
96. Prove que, se duas cordas  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  de uma circunferência se interceptam em um ponto  $P$ , então  $\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{CP} \cdot \overline{PD}$ . (Dica: use seus conhecimentos sobre ângulos inscritos em uma circunferência para inferir a semelhança dos triângulos mostrados na figura abaixo).



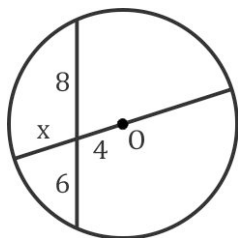
97. Usando o resultado do exercício anterior, determine o valor de  $x$  na figura abaixo.



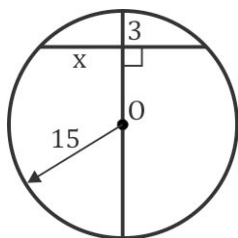
98. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



99. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



100. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$ .



### Respostas.

1. 9 cm
2. 10 cm e 18 cm
3. 18 cm e 12 cm
4. 4 cm, 3 cm e 2 cm.
5. a. 2   b. 3.   c. 4.   d. 0.
6. a. Tangentes externamente  
b. Secantes.
7. 12 cm e 21 cm.
- 8.
- 9.
- 10.
- 11.
12. 20 cm.
13.  $\overline{AB} = 12$  e  $\overline{AC} = 5$
14.  $x = 3$ ,  $r = 1$ .
15. 6
16. 126
17. 38
18. 40 cm, 29 cm, 18 cm e 29 cm
19. 56 cm
- 20.
21. 1 cm, 3 cm e 4 cm.
22.  $x = 35^\circ$ .
23.  $x = 30^\circ$ .
24.  $x = 30^\circ$ .
25.  $x = 75^\circ$ .
26.  $x = 50^\circ$ .
27.  $x = 58^\circ$ .
28.  $\alpha = 50^\circ$
29.  $x = 60^\circ$ .
30.  $x = 98^\circ$ .

31.  $x = 65^\circ$ .
32.  $\alpha = 114^\circ, x = 1,9\pi$  cm.
33.  $x = 40^\circ$ .
34.  $\alpha = 62^\circ$ .
35.  $\alpha = 138^\circ, \beta = 69^\circ$
36.  $\alpha = 34^\circ, \beta = 73^\circ$
37.  $\alpha = 42^\circ, \beta = 69^\circ$
38.  $x = 100^\circ$ .
39.  $x = 25^\circ$ .
40.  $x = 20^\circ$ .
41.  $x = 80^\circ$ .
42.  $\alpha = 245^\circ$ .
43.  $\alpha = 80^\circ$ .
44.  $x = 110^\circ$ .
45.  $\alpha = 40^\circ$ .
46.  $x = 90^\circ$ .
47. a.  $\alpha = 63,4^\circ, \beta = 126,8^\circ, BC = 6,693$  cm  
b.  $x = 4$  cm
48. a.  $\alpha = 55^\circ, \beta = 110^\circ$   
b. 6,1 cm
49.  $\alpha = \beta/2$ .
50. a. Renováveis:  $159^\circ$ . Não renováveis:  $201^\circ$ .
51. a. N:  $29,9^\circ$ ; NE:  $100,2^\circ$ ; SE:  $151,7^\circ$ ; S:  $51,7^\circ$ ; CO:  $26,5^\circ$ .  
c.  $77,9^\circ$ .
52.  $x = 10, y = 12,5$  e  $z = 22,5$ .
53.  $x = 3$
54.  $x = 20$
55.  $x = 7$  m,  $y = 20$  m
56.  $x = 15$
57.  $x = \frac{18}{5}, y = \frac{10}{3}$
58.  $x = 25$
59.  $x = 6$ .

60.  $x = 6/5$ .
61.  $x = 15$ .
62.  $x = \frac{20}{3}$
63.  $x = 15$
64.  $x = 30$
65.  $x = 15$
66.  $x = 6,4$  cm,  $y = 5,6$  cm
67.  $x = 5$  cm
68. 24 m, 36 m, 40 m
69. 72 cm.
70. 8 cm, 12 cm e 16 cm.
71.  $x = 12; y = 4$
72.  $x = 9; y = \frac{32}{3}$
73.  $x = 7; y = 10$
74.  $x = 96, y = 88$
75.  $x = \frac{220}{6}; y = 9$
76.  $x = 6; y = \frac{10}{3}$
77.  $h = 112,5$  cm.
78.  $x = \frac{63}{5}$
79.  $x = \frac{45}{4}$
80.  $x = 21$ .
81.  $x = 12, y = 40$
82. 4 m.
83.  $x = 2\sqrt{13}$  cm,  $y = 6$  cm
84. 2,25 m.
85.  $140/3$  e  $40/3$ .
86. O retalho não pode ser usado.
87. 1,2 m.
88.  $x = 22,5$  e  $y = 26,5$ .
89. 1 m.
90.  $6 \text{ m} \times 12 \text{ m}$ .
91. 5,76 m.
92.  $x = 3,75$  m.

93.  $x = 1,8 \text{ cm}, y = 1,92 \text{ cm}.$

94.  $x = 19,2 \text{ m}, y = 6,25 \text{ m}.$

95.  $y = 0,56 \text{ m}, x = 1,225 \text{ m}.$

96. Os ângulos  $D\hat{B}A$  e  $D\hat{C}A$  são congruentes, pois estão associados ao arco  $AD$ . Além disso, os ângulos  $D\hat{P}B$  e  $A\hat{P}C$  também são congruentes, pois são opostos pelo vértice. Assim, os triângulos  $APC$  e  $DPB$  são semelhantes, de modo que  $\frac{\overline{AP}}{\overline{DP}} = \frac{\overline{CP}}{\overline{BP}}$ . Logo,  $\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{CP} \cdot \overline{PD}$ .

97.  $x = 3\sqrt{3}.$

98.  $x = 6$

99.  $x = 4$

100.  $x = 9$