

Министерство образования и науки Российской Федерации
Рязанский государственный радиотехнический университет
Кафедра вычислительной и прикладной математики

Лабораторная работа №7
«Решение обыкновенных дифференциальных уравнений»

Выполнил студент гр. 744 Ванюков А.А.
Проверил доцент кафедры ВПМ
Проказникова Е.Н.

Рязань 2019

Цель работы: получить навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений, систем дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений второго порядка на ЭВМ при помощи численного аналитического метода Рунге-Кутты; построить графики решения уравнений данным методом для разного значения шага.

Задание на лабораторную работу.

Вариант 13. Задание 2.1: Решить на отрезке $[x_0, x_{\text{end}}]$ задачу Коши $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ методом Рунге-Кутта с постоянным шагом. Изобразить графики решений, вычисленных с шагами h , $2h$, $h/2$

| Вариант | $f(x, y, y')=0$ | Начальное условие | x_{end} |
|---------|---------------------|-------------------|------------------|
| 2 | $y \ln y + xy' = 0$ | $y(1)=e$ | 2.6 |

Задание 2.2: Решить задачу Коши $y'_1 = f_1(x, y_1, y_2)$, $y'_2 = f_2(x, y_1, y_2)$, $y_1(a) = y_{1,0}$, $y_2(a) = y_{2,0}$ на отрезке $[a, b]$ методом Рунге-Кутта с постоянным шагом $h=0,1$. Изобразить графики решений, вычисленных с шагом h , $2h$, $h/2$.

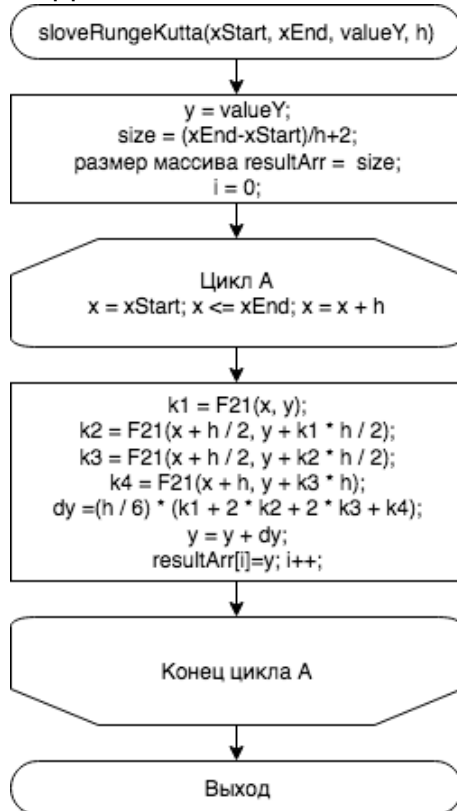
| Вариант | $f_1(x, y_1, y_2)$ | $f_2(x, y_1, y_2)$ | $y_1(a)$ | $y_2(a)$ | a | b |
|---------|-----------------------|--------------------|----------|----------|---|---|
| 2 | $\arctg(x^2 + y_2^2)$ | $\sin(x + y_1)$ | 0.5 | 1.5 | 0 | 2 |

Задание 2.3. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + a_1y' + a_2y = 0$. Решить задачу Коши $y'' + a_1y' + a_2y = 0$, $y(a) = y_0$, $y'(a) = y_1$. Изобразить его график.

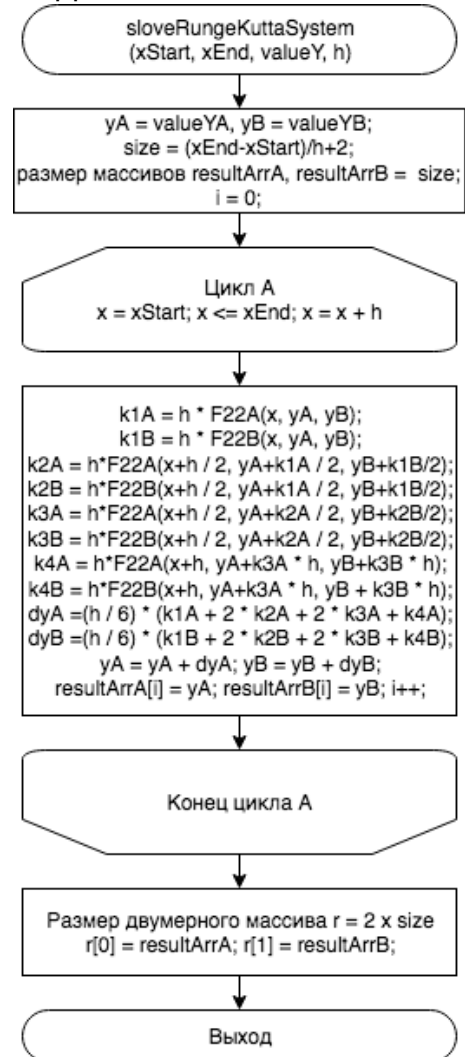
| Вариант | a1 | a2 | y(a) | y'(a) | a |
|---------|----|----|------|-------|---|
| 2 | -4 | 4 | 0 | 1 | 0 |

Разработка алгоритма решения

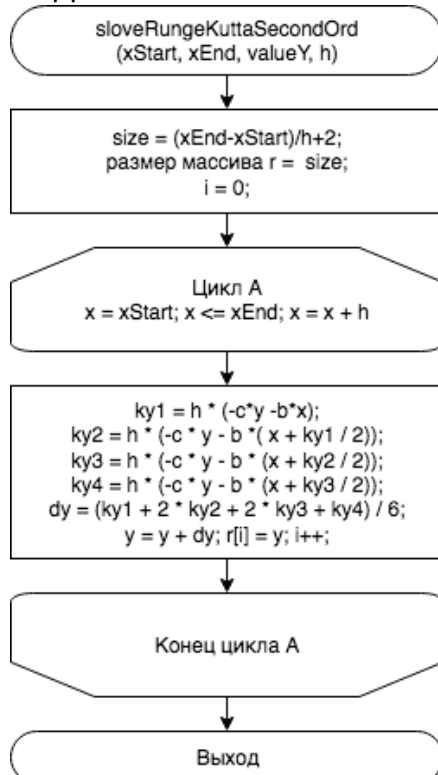
Задание 2.1



Задание 2.2



Задание 2.3



Разработка программы.

Разработка осуществлялась в среде Visual Studio C#

Функции для варианта:

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Drawing.Drawing2D;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace Task1
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();

            private Font drawFont;
            private Graphics graph;
            private Bitmap bmp;
            private Pen pen;
            private Brush drawBrush;

            public Graphics Graph { get => graph; set => graph = value; }
            public Bitmap Bmp { get => bmp; set => bmp = value; }
            public Pen Pen { get => pen; set => pen = value; }
            public Font DrawFont { get => drawFont; set => drawFont = value; }
        }
        public Brush DrawBrush { get => drawBrush; set => drawBrush =
value; }
        int a = -3;//интервал по X; a и b должно нацело делится на dx:
        int b = 3;
        double dx = 0.5;
        int fmin = -3;//интервал по Y; fmin и fmax должно нацело делится
на dy:
        int fmax = 3;
        double dy = 0.5;
```

```

private double f(double x, double y, int p)
{
    switch(p)
    {
        case 1:
            return y * Math.Log(y) / (-x);
        case 2:
            return Math.Atan(x * x + y * y);
        case 3:
            return Math.Sin(x + y);
        default:
            return 0;
    }
}

```

```

private double[,] CalculateRungeKutte(double x, double y, double xn,
double h, double kh, double[,] array, int p)
{
    double h1 = h * kh;
    double k1, k2, k3, k4;
    int i = 0;
    int j = 0;
    for (x = x; x <= xn-h1/2; x += h1)
    {
        k1 = h1 * f(x, y, p);
        k2 = h1 * f(x + h1 / 2, y + k1 / 2, p);
        k3 = h1 * f(x + h1 / 2, y + k2 / 2, p);
        k4 = h1 * f(x + h1, y + k3, p);
        y = y + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
        array[i, j] = x;
        j = 1;
        array[i, j] = y;
        if (dataGridView1.Columns.Count == 3)
            dataGridView1.Rows.Add(x, y, h1);
        else
            dataGridView1.Rows.Add(p-1, x, y, h1);
        i++;
        j = 0;
    }
    return array;
}

```

```

private void DrawFunc(/*double x, double y,*/ Color cl, double[,]  

array)  

{  

    Pen = new Pen(cl, 3);  

    double mx = (pictureBox1.Width - 0) / (b - a); //масштаб по X  

    double my = (pictureBox1.Height - 0) / (fmax - fmin); //масштаб  

по Y  

    for (int i = 1; i < array.GetLength(0); i++)  

    {  

        double x1 = pictureBox1.Width / 2 + array[i-1, 0] * mx;  

        double y1 = pictureBox1.Height / 2 - array[i-1, 1] * my;  

        double x2 = pictureBox1.Width / 2 + array[i, 0] * mx;  

        double y2 = pictureBox1.Height / 2 - array[i, 1] * my;  

        graph.DrawLine(pen, (float)x1, (float)y1, (float)x2, (float)y2);  

    }  

}  

private void DrawXY()  

{  

    int x0 = pictureBox1.Width / 2;  

    int y0 = pictureBox1.Height / 2;  

    Pen = new Pen(Color.Black, 4)  

    {  

        EndCap = LineCap.ArrowAnchor//добавление "наконечника"  

на ось  

    };  

    graph.DrawLine(Pen, 0, y0, pictureBox1.Width, y0);//ось x  

    graph.DrawLine(Pen, x0, pictureBox1.Height, x0, 0);//ось y;  

    DrawFont = new Font("Calibri", 18);  

    DrawBrush = new SolidBrush(Color.Black);  

    graph.DrawString("x", drawFont, DrawBrush, pictureBox1.Width -  

15, y0 - 30);//надпись x  

    graph.DrawString("y", drawFont, DrawBrush, x0 - 25,  

1);//надпись y  

    //int a = -3;//интервал по X; a и b должно нацело делиться на  

dx:  

    //int b = 3;  

    //double dx = 0.5;  

    //int fmin = -3;//интервал по Y; fmin и fmax должно нацело  

делится на dy:  

    //int fmax = 3;  

    //double dy = 0.5;  

    double mx = (pictureBox1.Width - 0) / (b - a); //масштаб по X

```

```

        double my = (pictureBox1.Height - 0) / (fmax - fmin); //масштаб
по Y
        drawFont = new Font("Calibri", 12);
        int n = Convert.ToInt32(((b - a) / dx) + 1); //засечки по оси OX:
        for (int i = 1; i <= n; i++)
        {
            double num = a + (i - 1) * dx; //Координата на оси OX
            int x = Convert.ToInt32(Math.Truncate(mx * (num -
a))); //Координата num в окне
            graph.DrawLine(pen, x, y0 - 5, x, y0 + 5); //рисует засечки на
оси OX
            if (Math.Abs(num) > 1E-15) //Исключаем 0 на оси OX
            {
                graph.DrawString(num.ToString(), drawFont, drawBrush, x -
8, y0 + 10);
            }
        }
        n = Convert.ToInt32(((fmax - fmin) / dy) + 1); //засечки по оси
OY:
        for (int i = 1; i <= n; i++)
        {
            double num = fmin + (i - 1) * dy; //Координата на оси OY
            int y = Convert.ToInt32(Math.Truncate(my * (num -
fmin))); //Координата num в окне
            graph.DrawLine(pen, x0 - 5, y, x0 + 5, y); //рисует засечки на
оси OY
            if (Math.Abs(num) > 1E-15) //Исключаем 0 на оси OY
            {
                graph.DrawString((-num).ToString(), drawFont, drawBrush,
x0 + 5, y - 7);
            }
        }
        graph.DrawString("0", drawFont, drawBrush, x0 + 5, y0 +
4); //нулевая точка
    }

    private void Form1_Load(object sender, EventArgs e)
    {
        Bmp = new Bitmap(pictureBox1.Width, pictureBox1.Height);
        Graph = Graphics.FromImage(Bmp);
        DrawXY();
        pictureBox1.Image = Bmp; //вывод изображения из bmp на
pictureBox

```

```
}
```

```
private void comboBox1_SelectedIndexChanged(object sender,  
EventArgs e)
```

```
{
```

```
    Bmp = new Bitmap(pictureBox1.Width, pictureBox1.Height);
```

```
    Graph = Graphics.FromImage(Bmp);
```

```
    DrawXY();
```

```
    switch (comboBox1.SelectedIndex)
```

```
    {
```

```
        case 0:
```

```
            label2.Visible = true;
```

```
            label3.Visible = true;
```

```
            label4.Visible = true;
```

```
            label5.Visible = false;
```

```
            label6.Visible = false;
```

```
            label7.Visible = false;
```

```
            dataGridview1.Rows.Clear();
```

```
            label1.Text = "y'=y*ln(y)/(-x)";
```

```
            if (dataGridview1.Columns.Count >= 4)
```

```
                dataGridview1.Columns.RemoveAt(0);
```

```
            double x = 1;
```

```
            double y = Math.E;
```

```
            double xn = 2.6;
```

```
            double h = 0.1;
```

```
            double kh = 1;
```

```
            int strings = (int) (Math.Abs(xn - x)/(kh*h));
```

```
            double[,] array = new double[strings, 2];
```

```
            CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 1);
```

```
            DrawFunc(Color.Blue, array);
```

```
            label2.Text = "h=0.1";
```

```
            label2.ForeColor = Color.Blue;
```

```
            //отрисовалась линия с шагом h
```

```
            kh = 2;
```

```
            strings = (int)(Math.Abs(xn - x) / (kh * h));
```

```
            array = new double[strings, 2];
```

```
            CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 1);
```

```
            DrawFunc(Color.Red, array);
```

```
            label3.Text = "h=0.2";
```

```
            label3.ForeColor = Color.Red;
```

```
            //отрисовалась линия с шагом 2h
```

```
            kh = 0.5;
```

```
            strings = (int)(Math.Abs(xn - x) / (kh * h));
```



```

array = new double[strings, 2];
CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 1);
DrawFunc(Color.LightGreen, array);
label4.Text = "h=0.05";
label4.ForeColor = Color.LightGreen;
//отрисовалась линия с шагом 0.5h
break;
case 1:
    label2.Visible = true;
    label3.Visible = true;
    label4.Visible = true;
    label5.Visible = true;
    label6.Visible = true;
    label7.Visible = true;
    dataGridView1.Rows.Clear();
    if (dataGridView1.Columns.Count == 3)
    {
        DataGridViewColumn colFunc = new
DataGridviewTextBoxColumn();
        colFunc.HeaderText = "Функция";
        dataGridView1.Columns.Insert(0, colFunc);
    }
    label1.Text = "1)  $y_1' = \arctg(x^2 + y_2^2)$ ; 2)  $y_2' = \ln(x + y_1)$ ";
    x = 0;
    y = 1.5;
    xn = 2;
    h = 0.1;
    kh = 1;
    strings = (int)(Math.Abs(xn - x) / (kh * h));
    array = new double[strings, 2];
    CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 2);
    DrawFunc(Color.Blue, array);
    label2.Text = "1)h=0.1";
    label2.ForeColor = Color.Blue;
    //отрисовалась линия первого графика с шагом h
    y = 0.5;
    array = new double[strings, 2];
    CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 3);
    DrawFunc(Color.Orange, array);
    label5.Text = "2)h=0.1";
    label5.ForeColor = Color.Orange;
    //отрисовалась линия второго графика с шагом h
    kh = 2;

```

```

y = 1.5;
strings = (int)(Math.Abs(xn - x) / (kh * h));
array = new double[strings, 2];
CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 2);
DrawFunc(Color.Red, array);
label3.Text = "1)h=0.2";
label3.ForeColor = Color.Red;
//отрисовалась линия первого графика с шагом 2h
y = 0.5;
array = new double[strings, 2];
CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 3);
DrawFunc(Color.DarkSlateBlue, array);
label6.Text = "2)h=0.2";
label6.ForeColor = Color.DarkSlateBlue;
//отрисовалась линия второго графика с шагом 2h
kh = 0.5;
y = 1.5;
strings = (int)(Math.Abs(xn - x) / (kh * h));
array = new double[strings, 2];
CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 2);
DrawFunc(Color.LightGreen, array);
label4.Text = "2)h=0.05";
label4.ForeColor = Color.LightGreen; ;
//отрисовалась линия первого графика с шагом 0.5h
y = 0.5;
array = new double[strings, 2];
CalculateRungeKutte(x, y, xn, h, kh, array, 3);
DrawFunc(Color.HotPink, array);
label7.Text = "2)h=0.05";
label7.ForeColor = Color.HotPink;
//отрисовалась линия второго графика с шагом 2h
break;
case 2:
    label2.Visible = false;
    label3.Visible = false;
    label4.Visible = false;
    label5.Visible = false;
    label6.Visible = false;
    label7.Visible = false;
    dataGridView1.Rows.Clear();
    label1.Text = "y"+a1*'y'+a2*y=0";
    if (dataGridView1.Columns.Count >= 4)
        dataGridView1.Columns.RemoveAt(0);

```

```

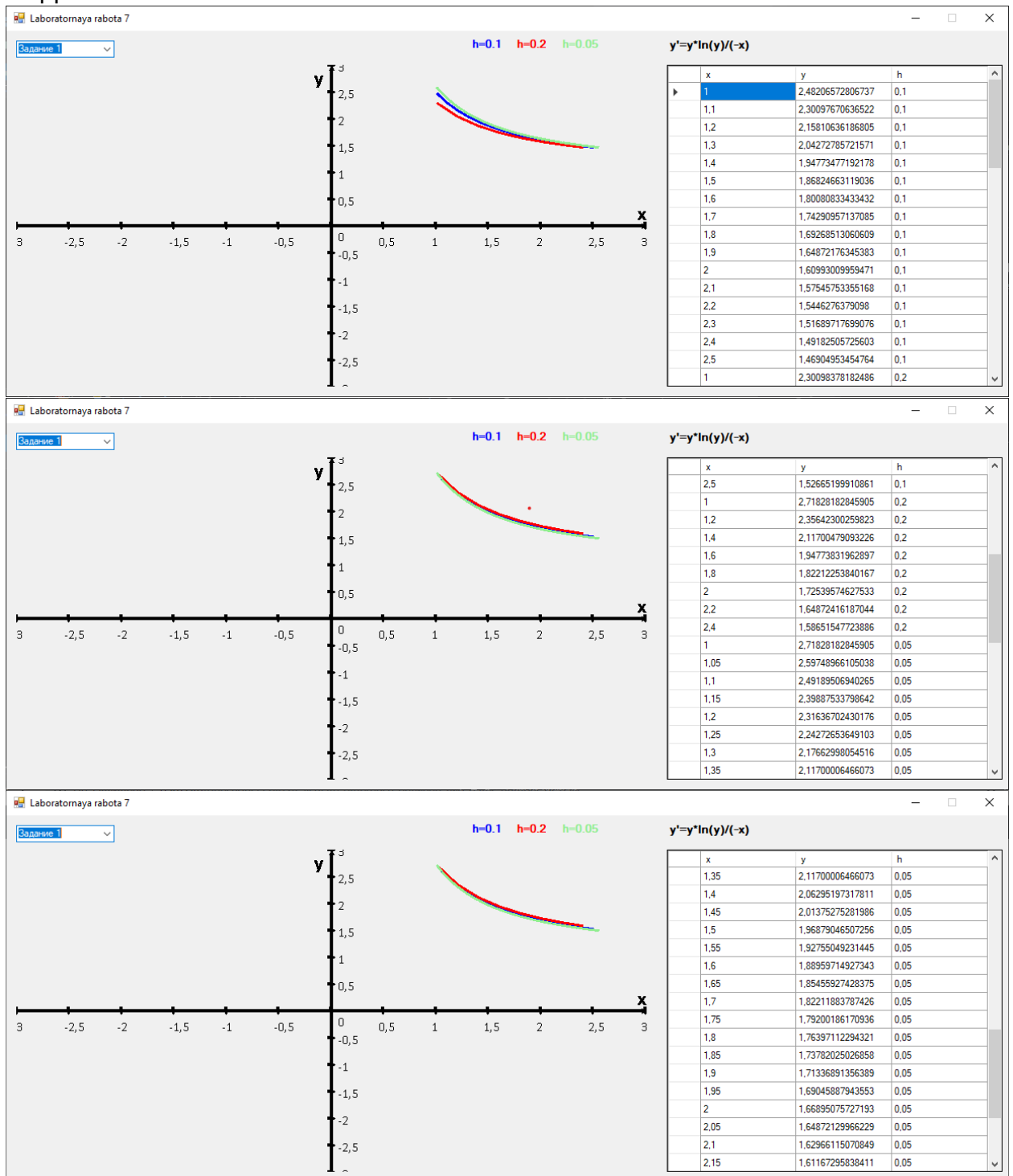
double a = 0, b = -4, c = 4;
double x1 = -3, xEnd = 3;
double ya = 0, ya1 = 1, ky1, ky2, ky3, ky4, dy;
x = x1;
y = ya1;
h = 0.05;
strings = (int)(Math.Abs(xEnd - x) / h);
array = new double[strings+1, 2];
int j = 0;
for (int i = 0; x < xEnd; i++)
{
    ky1 = h * (-c * y - b * x);
    ky2 = h * (-c * y - b * (x + ky1 / 2));
    ky3 = h * (-c * y - b * (x + ky2 / 2));
    ky4 = h * (-c * y - b * (x + ky3 / 2));
    dy = (ky1 + 2 * ky2 + 2 * ky3 + ky4) / 6;
    y += dy;
    array[i, 0] = x;
    array[i, 1] = y;
    if (dataGridView1.Columns.Count == 3)
        dataGridView1.Rows.Add(x, y, h);
    x += h;
}
DrawFunc(Color.Blue, array);
break;
}
pictureBox1.Image = Bmp;//вывод изображения из bmp на
pictureBox
}
}
}

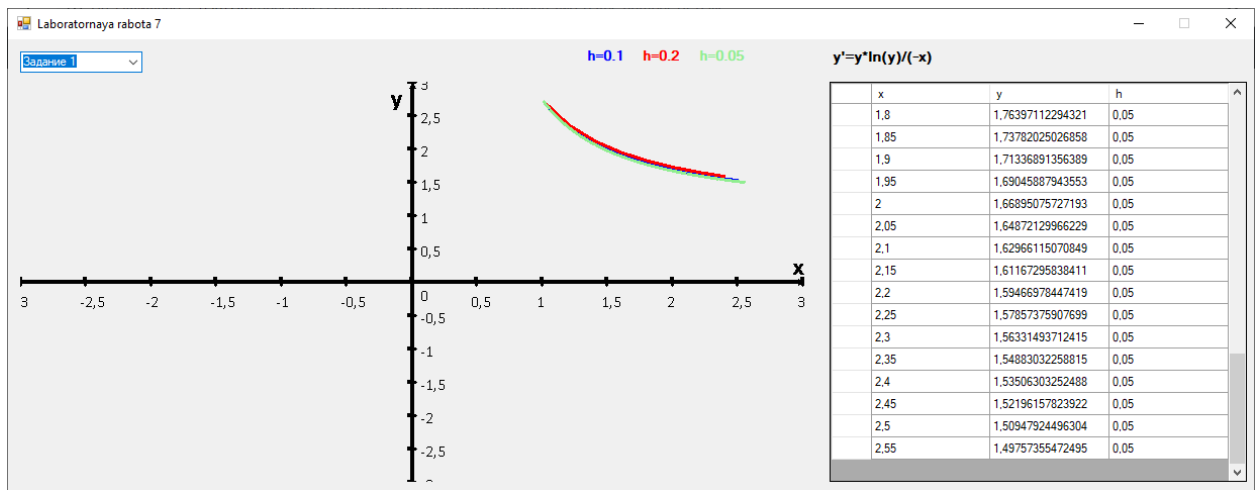
```

Результат выполнения

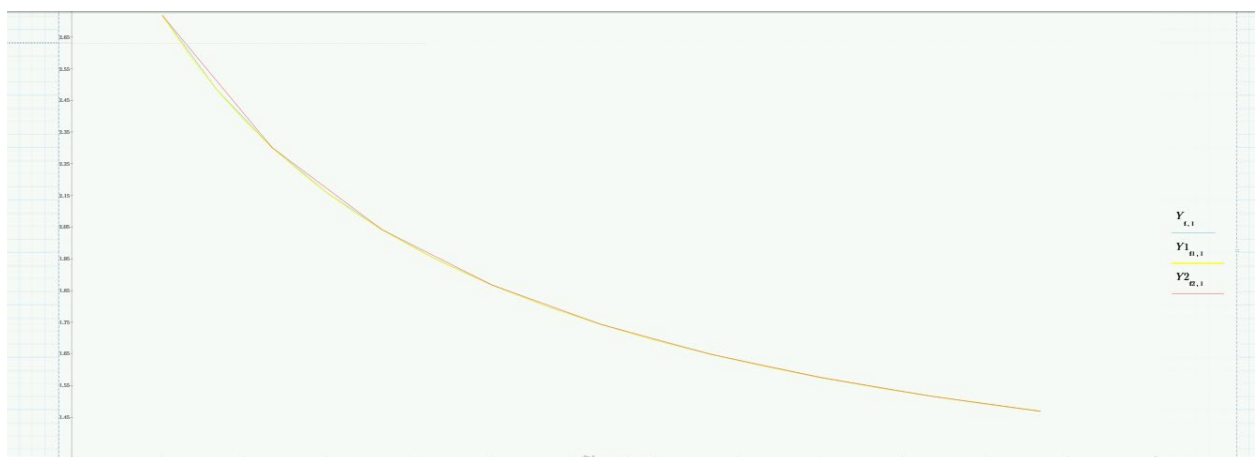
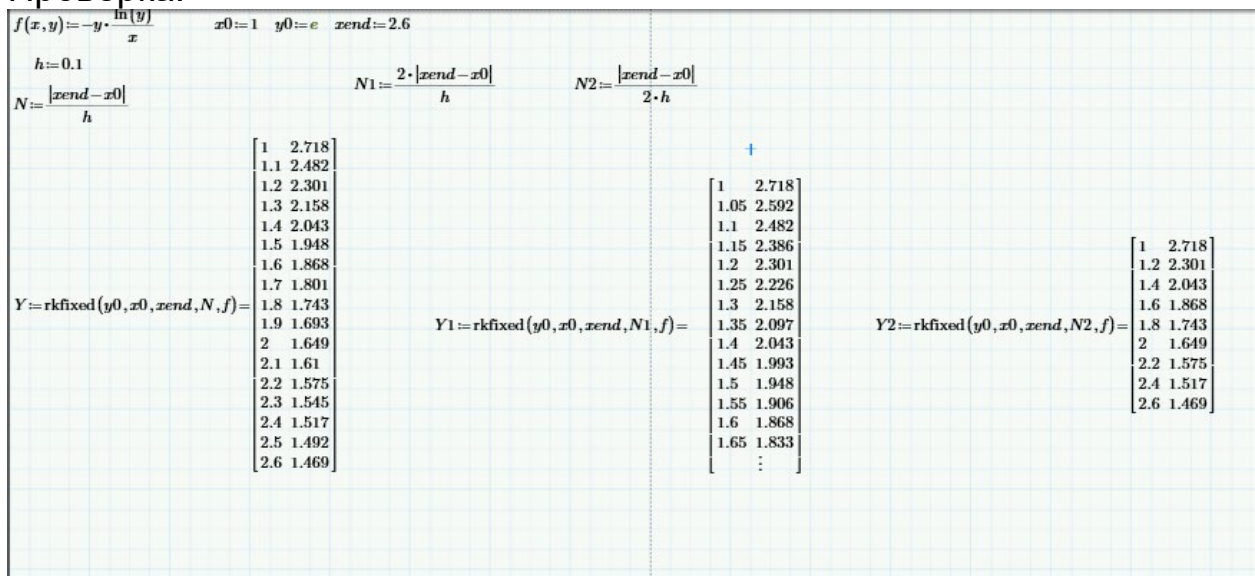
В результате рабочих прогонов программы имеем следующие результаты:

Задание 2.1:

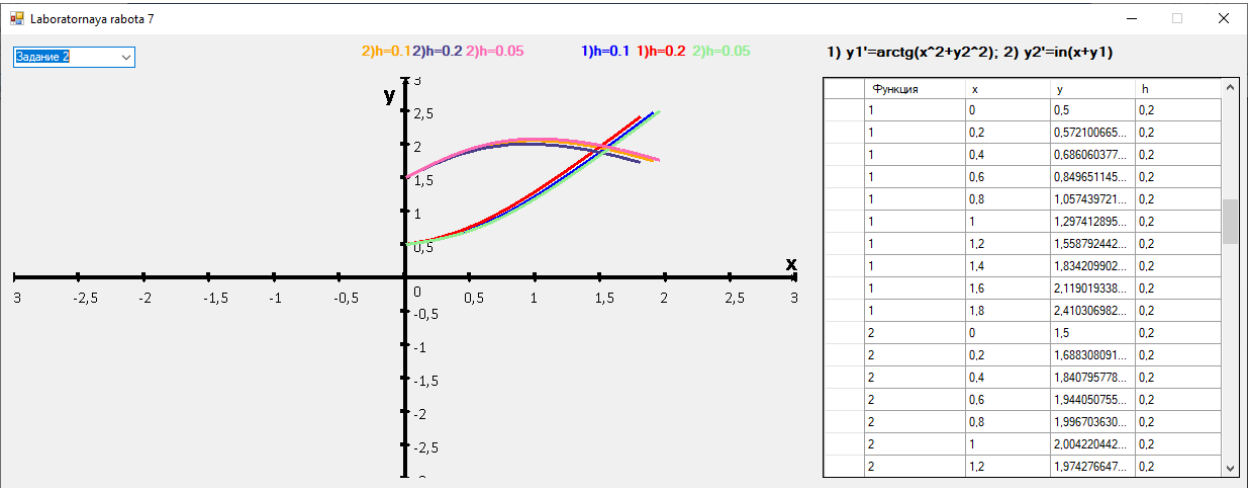
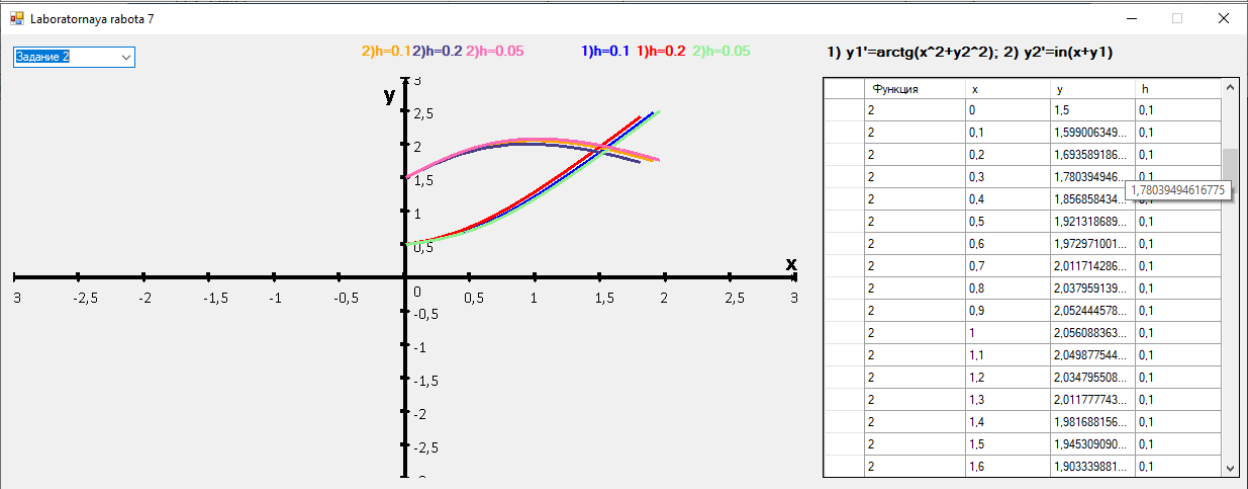
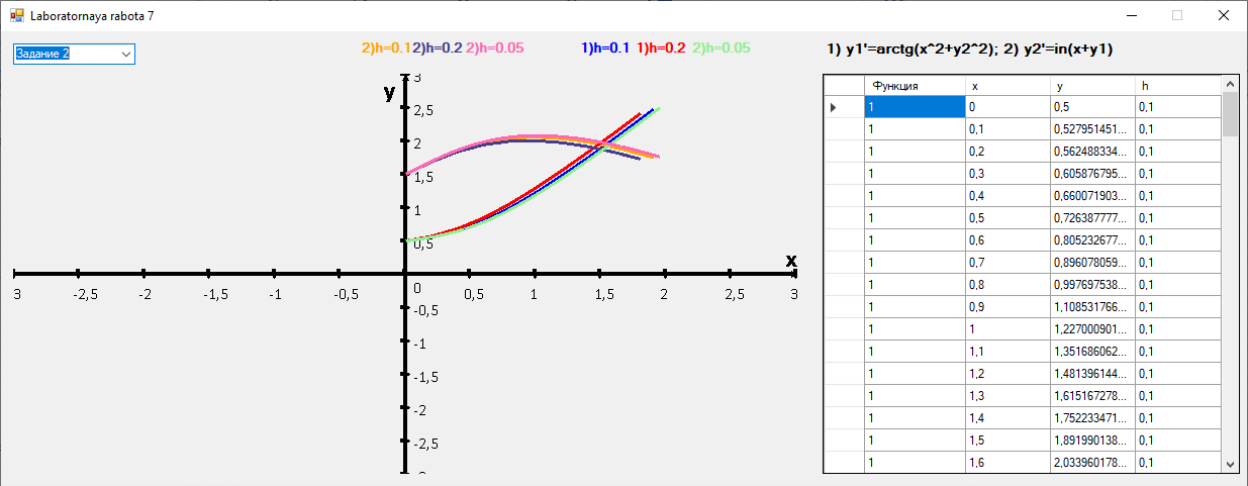


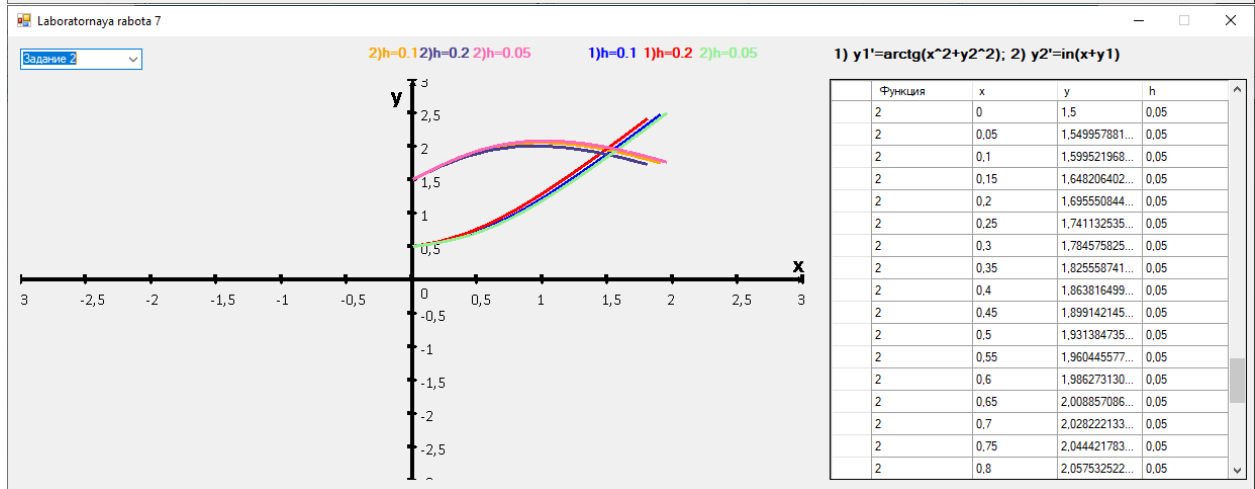
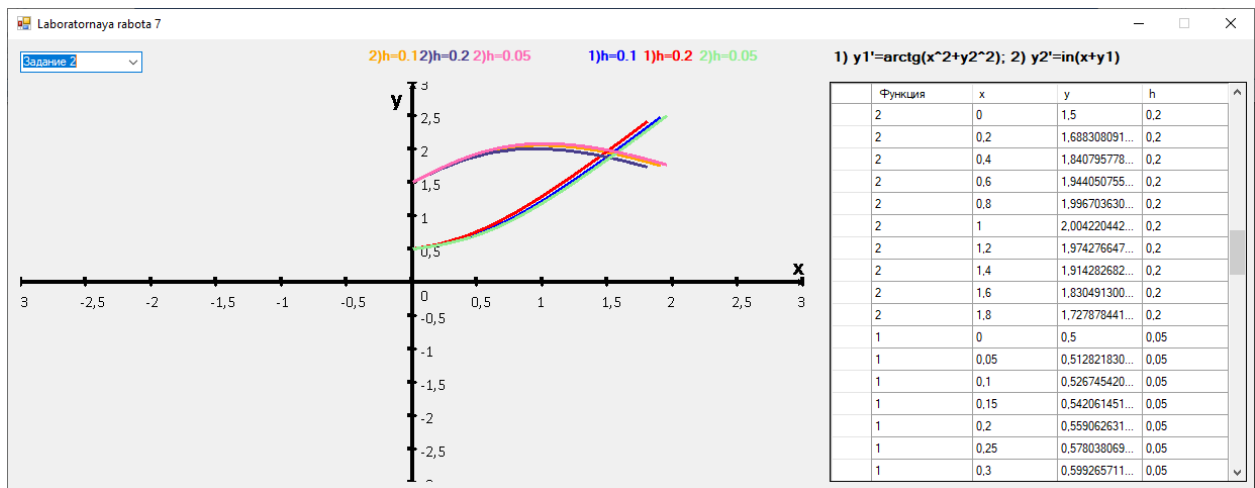


Проверка:

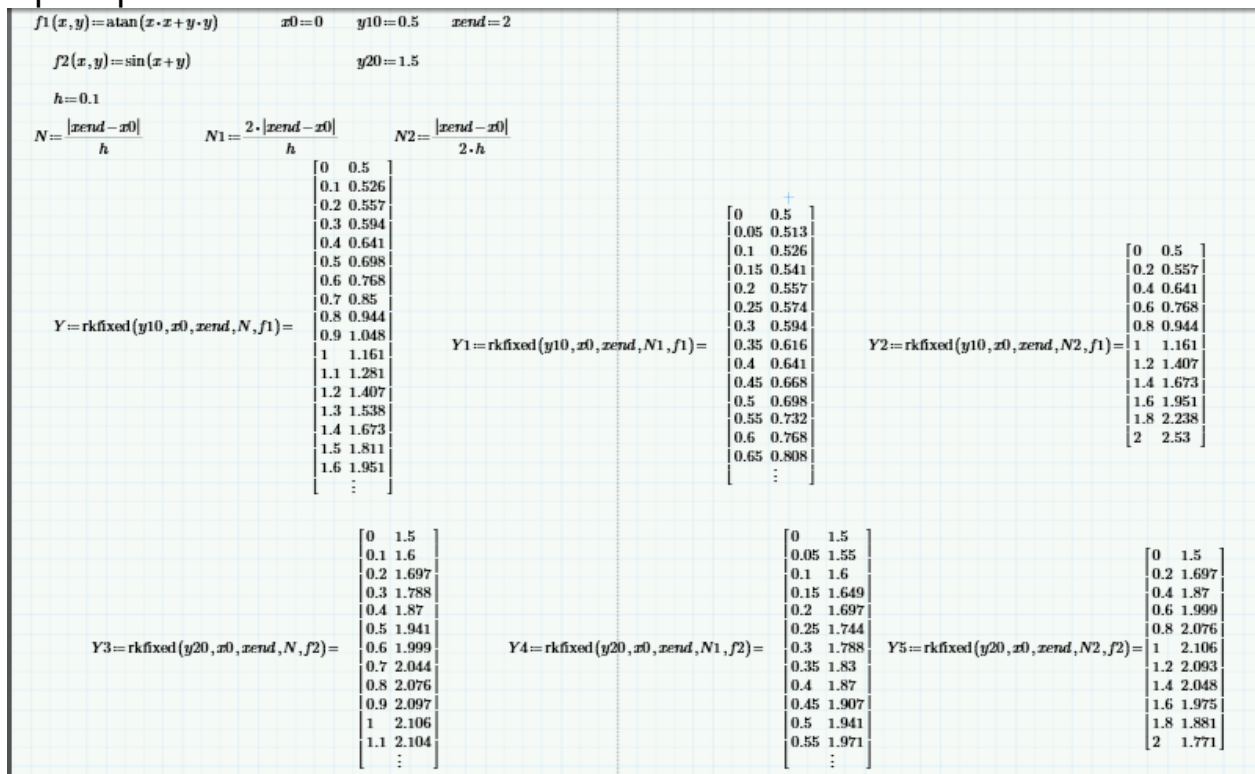


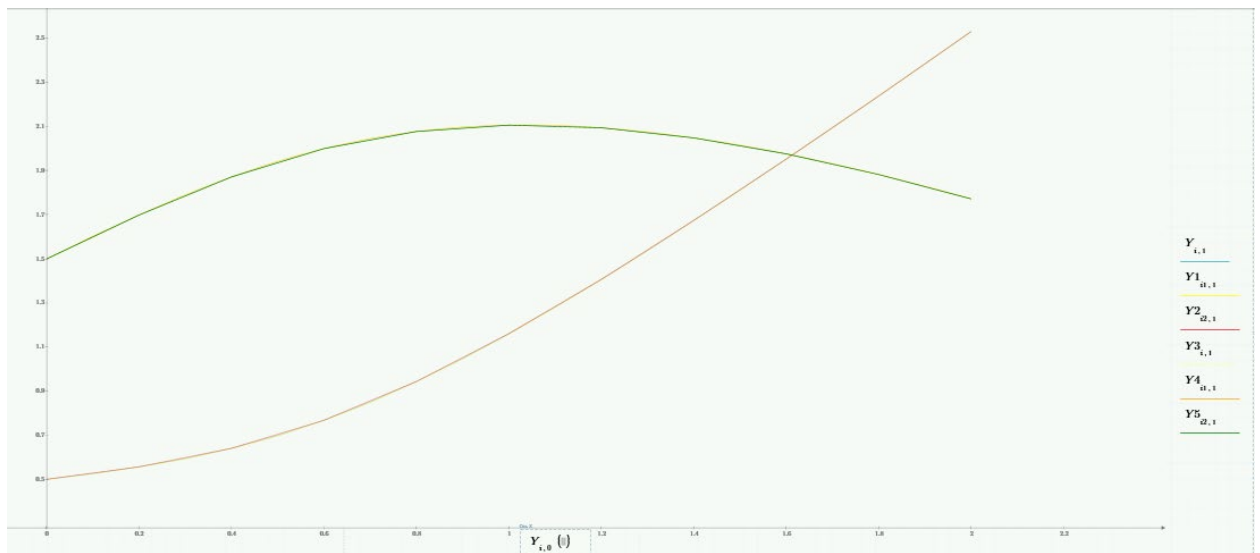
Задание 2.2:



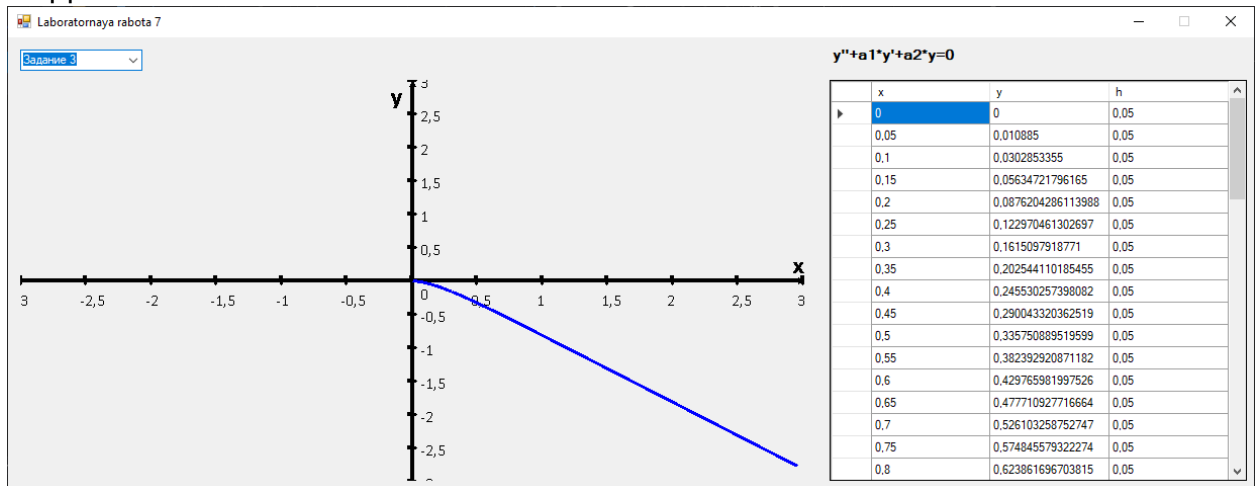


Проверка:





Задание 2.3:



Проверка:

