

# Clase 02

## Esquemas de recursión

### Tipos de datos inductivos

#### Esquemas de recursión sobre listas

##### Recursión estructural

Sea  $g :: [a] \rightarrow b$  definida por dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} g [] &= \text{<caso base>} \\ g (x : xs) &= \text{<caso recursivo>} \end{aligned}$$

$g$  está dada por recursión estructural si:

1. El caso base devuelve un valor z “fijo” (no depende de  $g$ ).
2. El caso recursivo no puede usar las variables  $g$  ni  $xs$ , salvo en la expresión  $(g \ xs)$ .

$$\begin{aligned} g [] &= z \\ g (x : xs) &= \dots x \dots (g xs) \dots \end{aligned}$$

Toda recursión estructural es una instancia de `foldr`.

##### Recursión primitiva

Sea  $g :: [a] \rightarrow b$  definida por dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} g [] &= \text{<caso base>} \\ g (x : xs) &= \text{<caso recursivo>} \end{aligned}$$

$g$  está dada por recursión primitiva si:

1. El caso base devuelve un valor z “fijo” (no depende de  $g$ ).
2. El caso recursivo no puede usar las variables  $g$ , salvo en la expresión  $(g \ xs)$ . (sí la variable  $xs$ )

$$\begin{aligned} g [] &= z \\ g (x : xs) &= \dots x \dots xs \dots (g xs) \dots \end{aligned}$$

Observación:

- Todas las definiciones dadas por recursión estructural también están dadas por recursión primitiva.
- Hay definiciones dadas por recursión primitiva que no están dadas por recursión estructural.

Toda recursión primitiva es una instancia de `recr`

##### Recursión iterativa

Sea  $g :: b \rightarrow [a] \rightarrow b$  definida por dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} g [] &= \text{<caso base>} \\ g (x : xs) &= \text{<caso recursivo>} \end{aligned}$$

$g$  está dada por recursión iterativa si:

1. El caso base devuelve el acumulador  $ac$ .
2. El caso recursivo invoca inmediatamente a  $(g \ ac' \ xs)$ , donde  $ac'$  es el acumulador actualizado en función de su valor anterior y el valor de  $x$ .

Toda recursión iterativa es una instancia de `foldl`.

## Tipos de datos algebraicos

En general un tipo de dato algebraico tiene la siguiente forma:

```
data T = CBase1      <parámetros>
        ...
        | CBasen      <parámetros>
        | CRecursivo1 <parámetros>
        ...
        | CRecursivon <parámetros>
```

- Los constructores base no reciben parámetros de tipo **T**.
- Los constructores recursivos reciben al menos un parámetro de tipo **T**.
- Los valores de tipo **T** son los que se pueden construir aplicando constructores base y recursivos un número finito de veces y sólo esos.

## Esquemas de recursión sobre otras estructuras

La recursión estructural se generaliza a tipos algebraicos en general. Supongamos que **T** es un tipo algebraico. Dada una función **g** :: **T** -> **Y** definida por ecuaciones:

```
g(CBase_1 <parámetros>) = <caso base_1>
...
g(CBase_n <parámetros>) = <caso base_1>
g(CRecursivo_1 <parámetros>) = <caso recursivo_1> \
...
g(CRecursivo_n \<parámetros\>) = \<caso recursivo_n\> \
```

**g** está dada por recursión estructural si:

1. Cada caso base se escribe combinando los parámetros.
2. Cada caso recursivo se escribe combinando:
  - Los parámetros del constructor que no son de tipo **T**.
  - El llamado recursivo sobre cada parámetro de tipo **T**.

Pero:

- Sin usar los parámetros del constructor que son de tipo **T**.
- Sin hacer a otros llamados recursivos.