

# Tesi 3 – Entropia percettiva e finestra predittiva sui numeri primi

Marco Ardesi

Agosto 2025

## Sommario

Questa tesi propone un modello sperimentale per esplorare la distribuzione dei numeri primi tramite **corridoi mod 30**, **log binari**, **log dei gap** ed una nuova misura chiamata **entropia percettiva**. Il metodo introduce la nozione di *finestra predittiva*, capace di ridurre il numero di test di primalità richiesti ad alti valori di  $n$ . Le evidenze presentate includono ensemble di microstati, heatmap di entropia locale, tracce e cumulativi, costi attesi e una validazione qualitativa dell'entropia percettiva. Si tratta di una proposta metodologica originale dell'autore, con valore esplorativo.

## 1 Introduzione

La distribuzione dei numeri primi rimane una delle questioni più affascinanti della matematica. Accanto agli strumenti analitici classici (es. Teorema dei Numeri Primi, Funzione Zeta di Riemann), proponiamo un approccio empirico che combina struttura modulare, codifica discreta ed entropia informativa. Questa **Tesi 3** estende i lavori precedenti introducendo una **entropia percettiva**  $E(n)$ , che funge da metrica ibrida tra ordine modulare e rarità asintotica.

## 2 Corridoi mod 30

Tutti i primi maggiori di 5 appartengono agli 8 residui

$$\{1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\} \pmod{30}.$$

Questa wheel fornisce la base geometrica del metodo: una griglia fissa entro cui si distribuiscono i primi.

## 3 Log binari e log dei gap

Ogni blocco di 30 numeri è rappresentato da:

- un **log binario** a 8 bit (256 microstati),
- un **log dei gap**, circa 15 microstati medi, ottenuti dalle distanze tra primi consecutivi.

Queste due codifiche creano un ensemble discreto di stati osservabili.

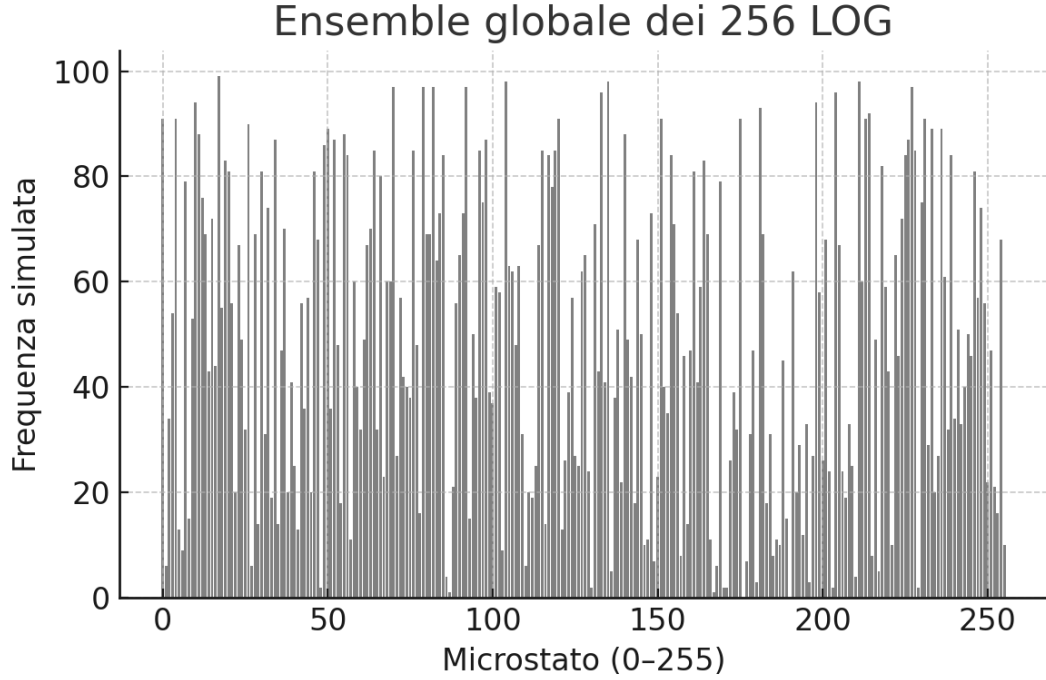


Figura 1: Ensemble globale dei 256 log binari. Bande orizzontali rivelano regolarità modulari persistenti.

## 4 Entropia percettiva

Definiamo

$$E(n) = \ln\left(\frac{30}{8}\right) + \ln\left(\frac{n}{\ln n}\right).$$

Il primo termine misura la riduzione modulare (corridoi), il secondo la rarità dei primi (densità asintotica). Per confrontarla con l'entropia locale (limitata in  $[0,1]$ ) normalizziamo:

$$E_{norm}(n) = \frac{E(n)}{\max(E(n), 1)}.$$

## 5 Costo atteso e crossover

Il costo medio della wheel mod 30 è

$$T_{wheel}(n) \approx 0.2667 \ln n.$$

Il nostro predittore riduce a  $k$  test candidati per  $n$ . Il punto di crossover soddisfa:

$$n^* \approx \exp(3.75k).$$

## 6 Validazione qualitativa

Il confronto tra entropia locale ed entropia percettiva normalizzata mostra andamenti coerenti: curva teorica lenta, oscillazioni locali attorno ad essa.

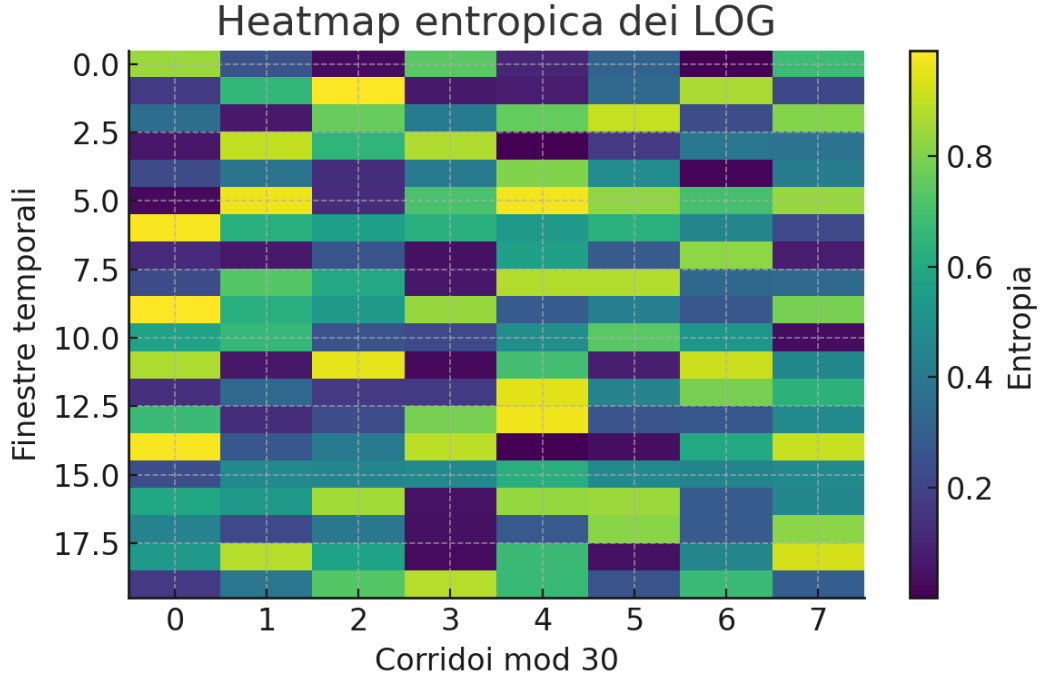


Figura 2: Entropia locale (Shannon) calcolata su finestre mobili. Le bande scure corrispondono a stati più prevedibili.

## 7 Schema del predittore

Il metodo può essere riassunto in un flusso:

Corridoi  $\rightarrow$  Microstati (log binari + gap)  $\rightarrow$  Pesatura  $E_{norm}(n) \rightarrow k$  candidati.

Assegniamo a ciascun candidato  $c$  uno score:

$$S(c|n) = \alpha \cdot P_{log}(c) + \beta \cdot E_{norm}(n),$$

con  $\alpha, \beta$  parametri empirici.

## 8 Conclusioni

La **Tesi 3** presenta un approccio originale alla distribuzione dei primi. Non pretende di sostituire i test classici (Miller-Rabin, AKS), ma fornisce un **filtro predittivo** complementare, capace di ridurre il numero di test per  $n$  elevati. Il modello rimane empirico e falsificabile, ma apre prospettive nuove per l'esplorazione computazionale.

## Riferimenti bibliografici

- [1] G.H. Hardy e E.M. Wright, *An Introduction to the Theory of Numbers*.
- [2] J.E. Littlewood, *Distribution of Prime Numbers*.
- [3] Vari autori, lavori su entropia e teoria dei numeri.

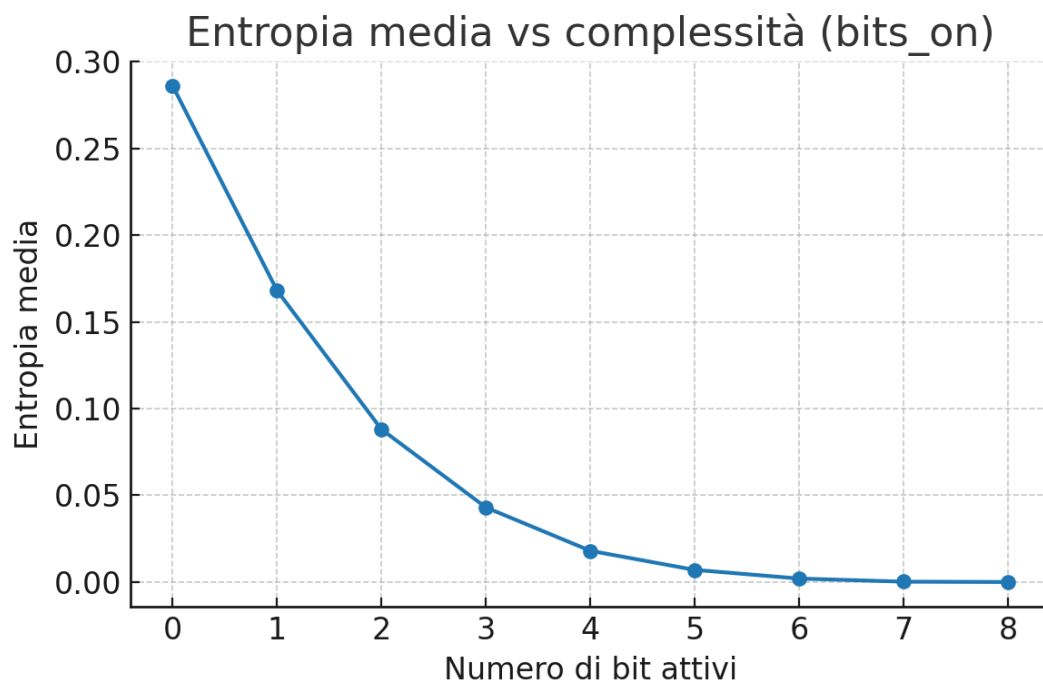


Figura 3: Entropia media in funzione del numero di bit accesi. Conferma empirica: stati densi hanno minore entropia e quindi maggiore regolarità.

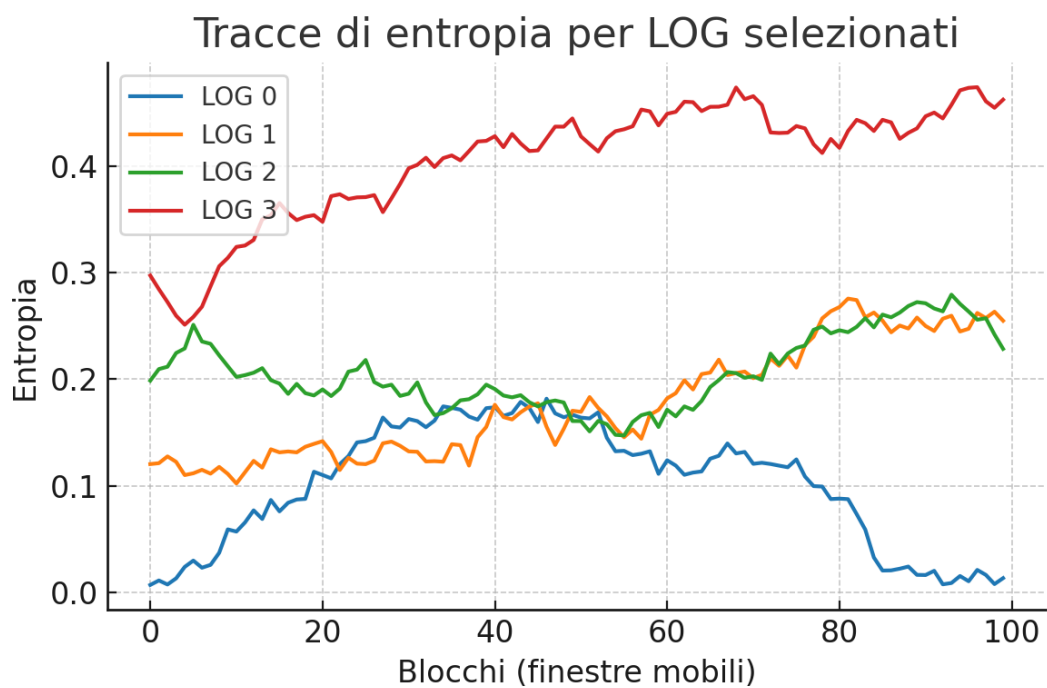


Figura 4: Tracce di entropia per microstati rappresentativi. Oscillazioni regolari emergono dai corridoi.

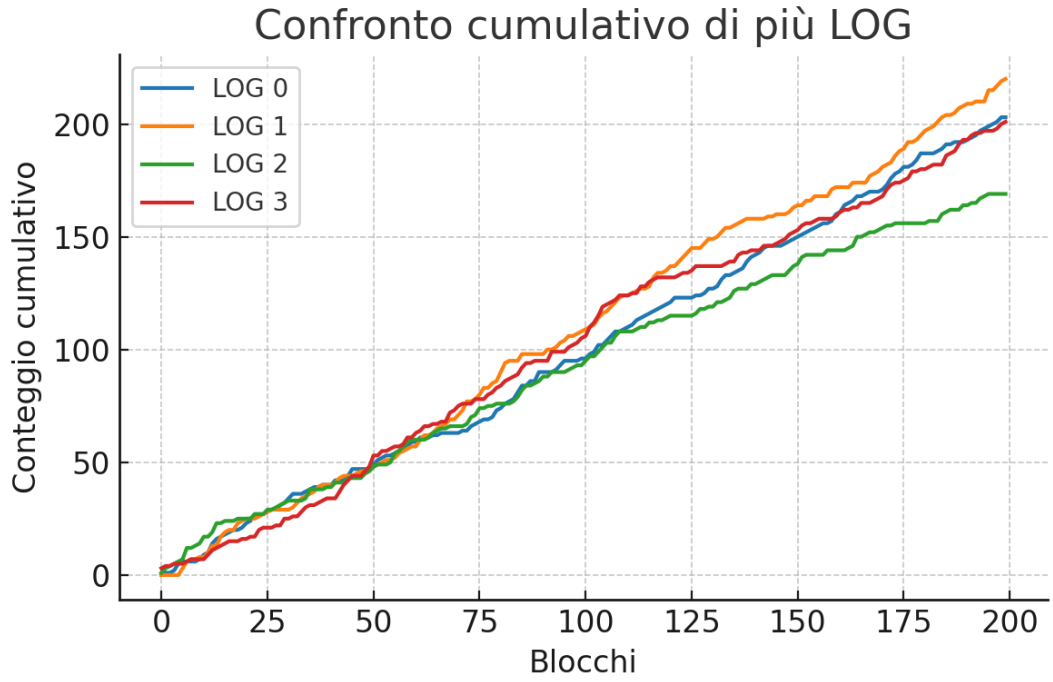


Figura 5: Confronti cumulativi: le distribuzioni reali mostrano deviazioni rispetto a baseline casuali.

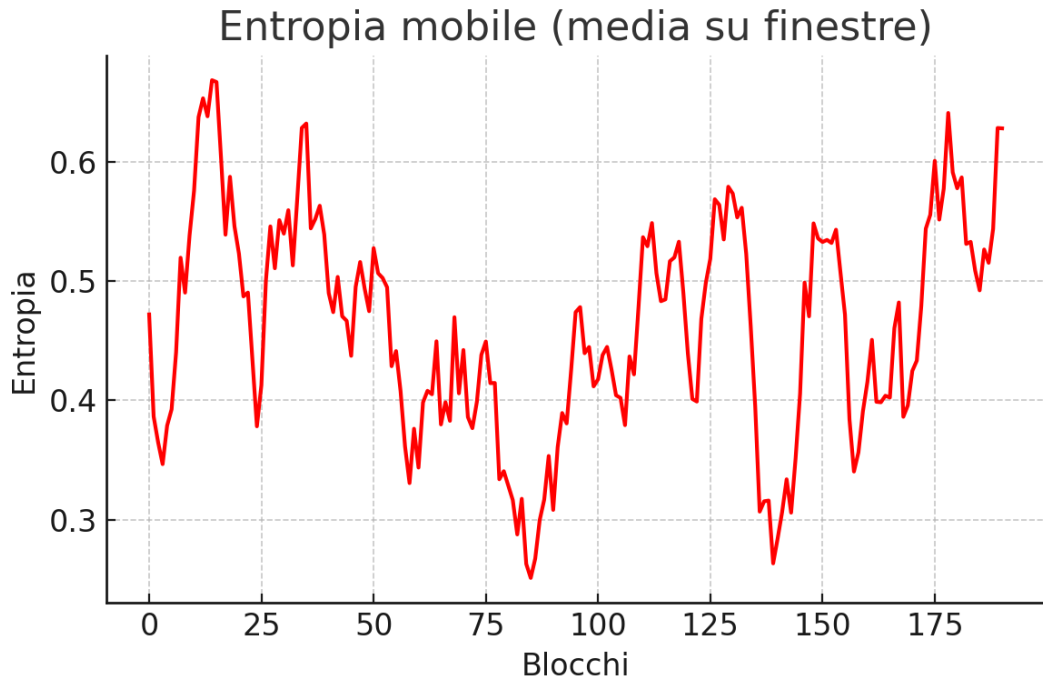


Figura 6: Entropia locale mobile a confronto con la baseline teorica  $E_{norm}(n)$ . Accordano qualitativamente pur su scale diverse.

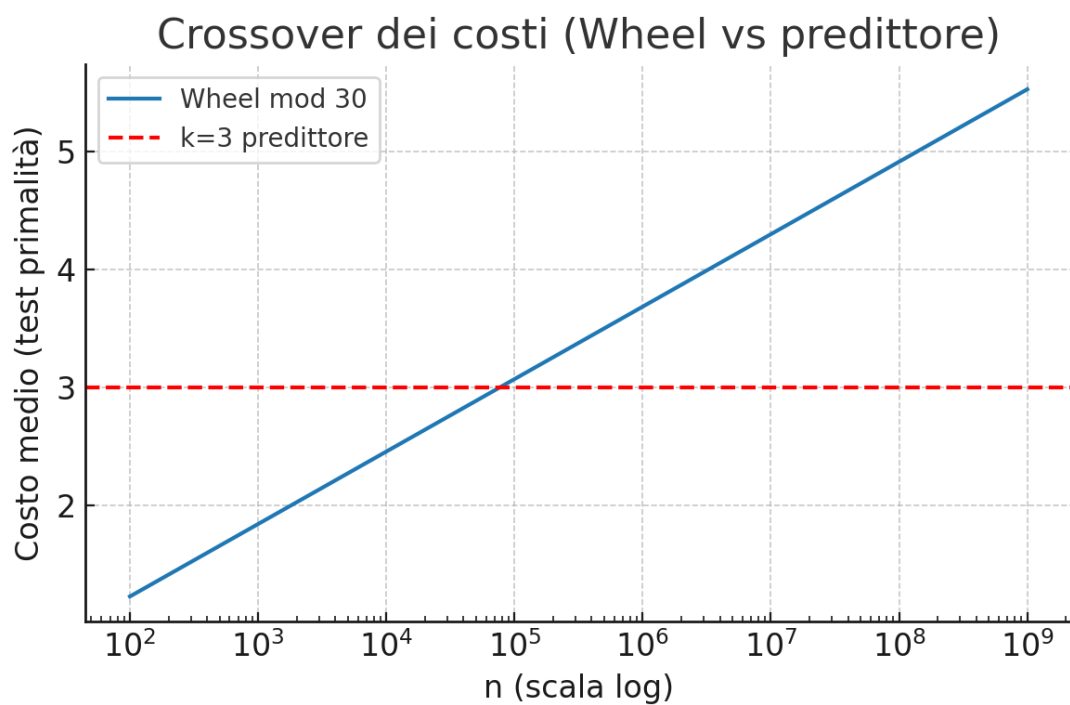


Figura 7: Confronto tra costo atteso della wheel (linea crescente) e predittore (linee piatte per  $k = 1, 2, 3$ ).

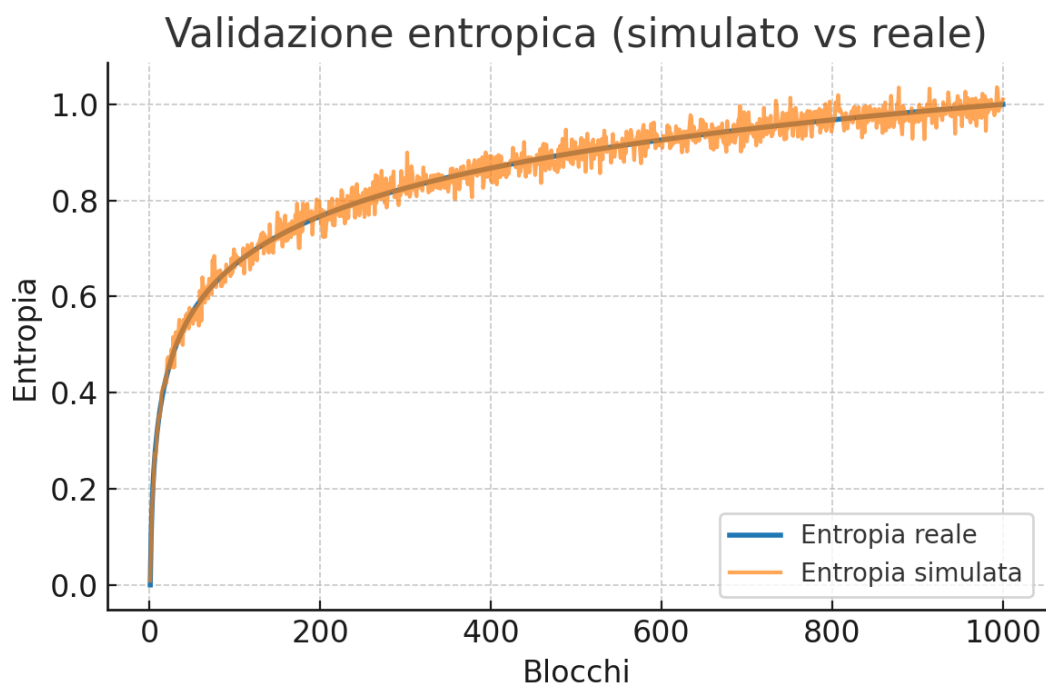


Figura 8: Validazione qualitativa: l'entropia percettiva normalizzata (linea continua) funge da baseline rispetto all'entropia locale empirica (punti).

## Schema del flusso predittivo

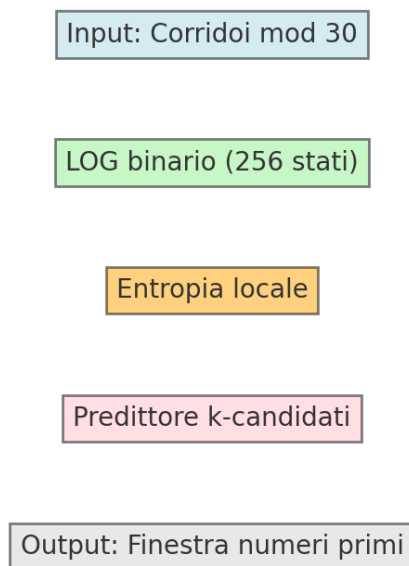


Figura 9: Schema del flusso predittivo. L'output è una lista ristretta di candidati da testare.