

Nama	: Ardi Kamal Karima
NIM	: 301230023
Kelas	: 5C/IF
Mata Kuliah	: Praktikum Pemodelan & Simulasi
Dosen Pengampu	: Mohammad Bayu Anggara, S.Kom., M.Kom.
Tugas	: Tugas 2 Teori Pemodelan & Simulasi - Perhitungan, Implementasi Aplikasi, dan Prototype Alat Peraga

## **A. Tugas Bagian Pertama: Perhitungan, Implementasi Aplikasi, dan Prototype Alat Peraga**

### **Pendahuluan**

Model antrian M/M/2 merupakan sistem antrian dengan dua pelayan, di mana kedatangan pelanggan bersifat acak (proses Poisson) dan waktu pelayanan bersifat eksponensial. Dalam notasi Kendall “M/M/2” huruf pertama (“M”) menunjukkan distribusi Poisson pada waktu kedatangan, huruf kedua (“M”) menunjukkan distribusi eksponensial pada waktu pelayanan, dan angka “2” menandakan dua server (pelayan). Model ini banyak diterapkan pada layanan publik, misalnya loket bank atau kantor pos. Dalam laporan ini kita akan menghitung parameter M/M/2 secara manual berdasarkan kasus kantor pos (dua loket, waktu antar kedatangan pelanggan = 4 menit, waktu pelayanan tiap pelayan = 3 menit), kemudian membuat aplikasi web simulasi dengan Flask, serta merancang prototipe alat peraga fisik yang menggambarkan proses antrian tersebut.

### **Metode Perhitungan Manual**

Untuk sistem M/M/2, laju kedatangan rata-rata  $\lambda$  dan laju pelayanan rata-rata  $\mu$  dihitung sebagai kebalikan waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan. Berdasarkan data kasus, diperoleh: Laju kedatangan ( $\lambda$ ) =  $1 / (\text{waktu antar kedatangan}) = 1 / 4 \text{ menit} = 0,25$  pelanggan/menit. Pelayanan per pelayan ( $\mu$ ) =  $1 / (\text{waktu pelayanan}) = 1 / 3 \text{ menit} \approx 0,333$  pelanggan/menit. Pemanfaatan server (faktor utilisasi)  $\rho$  untuk dua pelayan dihitung dengan rumus  $\rho = \lambda / (2\mu)$  (karena terdapat dua server). Dengan nilai di atas,  $\rho = 0,25 / (2 \cdot 0,333) \approx 0,375$  (37,5%). Syarat kestabilan antrian M/M/2 adalah  $\rho < 1$ , yang terpenuhi di sini. Selanjutnya, berdasarkan rumus M/M/2, didapatkan waktu rata-rata dalam sistem (termasuk tunggu + pelayanan) dan waktu tunggu di antrian: Waktu rata-rata dalam sistem ( $W$ ) dengan rumus  $W = 1/(\mu - \lambda/2)$ . Substitusi nilai  $\mu = 0,333$  dan  $\lambda = 0,25$  menghasilkan  $W \approx 1/(0,333 - 0,125) \approx 4,81$  menit. Waktu rata-rata tunggu di antrian ( $W_q$ ) dengan rumus  $W_q = \lambda^2 / (2\mu(\mu - \lambda/2))$ . Menghitung dengan  $\lambda = 0,25$ ,  $\mu = 0,333$  diperoleh  $W_q \approx 0,45$  menit.

## B. Tugas Bagian Kedua: Implementasi Aplikasi Web Sistem Antrian Pelayan Ganda (M/M/2) dengan Flask Python

### Pendahuluan

Aplikasi Sistem Antrian M/M/2 ini dibuat menggunakan bahasa pemrograman Python dengan framework Streamlit sebagai antarmuka web. Pengguna memasukkan parameter berupa waktu rata-rata antar kedatangan pelanggan dan waktu rata-rata pelayanan per pelayan dalam satuan menit. Dari input tersebut, aplikasi menghitung laju kedatangan ( $\lambda$ ) sebagai kebalikan dari waktu antar kedatangan dan laju pelayanan ( $\mu$ ) sebagai kebalikan dari waktu pelayanan. Selanjutnya dihitung tingkat pemanfaatan sistem ( $\rho$ ) untuk memastikan sistem berada dalam kondisi stabil, yaitu ketika nilai  $\rho$  kurang dari 1. Jika sistem tidak stabil, aplikasi akan memberikan peringatan kepada pengguna.

Perhitungan waktu rata-rata pelanggan dalam sistem ( $W$ ) dan waktu rata-rata menunggu dalam antrian ( $W_q$ ) dilakukan menggunakan rumus teori antrian untuk model M/M/2. Hasil perhitungan ditampilkan secara jelas dalam bentuk nilai numerik serta dilengkapi dengan penjelasan rumus matematika yang digunakan, sehingga pengguna dapat memahami proses perhitungannya. Karena aplikasi menggunakan rumus teori secara langsung tanpa simulasi acak, maka hasil yang ditampilkan akan sama dengan perhitungan manual. Aplikasi ini dapat digunakan sebagai alat bantu pembelajaran untuk memahami karakteristik dan kinerja sistem antrian dengan dua pelayan.

### Hasil Output Program

← → ↻ Search with Google or enter address

Share ☆ ↗ ⌵

# Aplikasi Sistem Antrian M/M/2

Teori Pemodelan dan Simulasi

Universitas Bale Bandung (UNIBBA)

▼ Identitas Pembuat Program

Nama: Ardi Kamal Karima  
NIM: 31230023  
Kelas: SC  
Program Studi: S1 Teknik Informatika  
Fakultas: Teknologi Informasi  
Universitas: Universitas Bale Bandung (UNIBBA)

Manage app

## 📌 Deskripsi Model Antrian

Model **M/M/2** adalah sistem antrian dengan karakteristik:

- Kedatangan pelanggan mengikuti distribusi **Poisson**
- Waktu pelayanan mengikuti distribusi **Eksponensial**
- Terdapat **2 pelayan (server)**
- Disiplin antrian: **First Come First Served (FCFS)**

Model ini cocok digunakan untuk sistem pelayanan seperti loket bank, kasir, atau layanan administrasi dengan dua petugas.

## 📄 Input Parameter Sistem

Masukkan nilai waktu rata-rata dalam satuan **menit**.

🕒 Waktu Antar Kedatangan (menit)

4.00

⊖ ⊕

⚙️ Waktu Pelayanan per Pelayan (menit)

4.00

⊖ ⊕

🔍 Hitung Sistem Antrian

✅ Perhitungan berhasil dilakukan

## 📊 Hasil Perhitungan

Laju Kedatangan ( $\lambda$ )	Utilisasi Sistem ( $\rho$ )
0.2500 pelanggan/m...	0.5000
Laju Pelayanan ( $\mu$ )	Jumlah Pelayan
0.2500 pelanggan/m...	2 Server

## 🕒 Waktu Rata-rata

Waktu dalam Sistem ( $W$ )	Waktu dalam Antrian ( $W_q$ )
8.0000 menit	1.0000 menit

Share ☆ ✎ 🔍 ⋮

## 📅 Langkah-Langkah Perhitungan

Rumus yang digunakan dalam model antrian M/M/2:

$$\lambda = \frac{1}{\text{waktu antar kedatangan}}$$

$$\mu = \frac{1}{\text{waktu pelayanan}}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{2\mu}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda/2}$$

$$W_q = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda/2)}$$

Karena aplikasi menggunakan rumus teori antrian secara langsung, maka hasil perhitungan akan sama dengan perhitungan manual. Perbedaan hanya akan muncul jika menggunakan simulasi berbasis bilangan acak.

< Manage app

### C. Tugas Bagian Ketiga: Membuat Prototype Alat Peraga Proses Antrian M/M/2

#### Alat Peraga Proses Antrian M/M/2

1. **Pelanggan Datang:** Gunakan potongan kertas bergambar orang sebagai pelanggan. Tempel label waktu kedatangan (misalnya  $t=0$ ,  $t=4$  menit) di dekat setiap pelanggan. Letakkan potongan pelanggan tersebut pada titik awal jalur antrian sesuai waktu kedatangannya.
2. **Pelanggan Menunggu:** Jika kedua pelayan sedang sibuk, gambarkan beberapa potongan pelanggan berbaris di area antrian. Susun potongan kertas atau benda kecil tersebut dalam barisan di belakang tempat pelayanan. Tambahkan catatan kecil “Menunggu – kedua pelayan sibuk” pada area antrian untuk menunjukkan bahwa pelanggan ini sedang antre menunggu giliran.
3. **Pelanggan Dilayani:** Ilustrasikan dua pelayan (server) dengan menggunakan objek seperti botol plastik bekas atau mainan kecil sebagai representasi. Pindahkan pelanggan dari antrian ke depan tiap pelayan yang tersedia. Tempel label waktu pelayanan (misalnya “3 menit”) di setiap pelanggan yang sedang dilayani. Tunjukkan bahwa kedua pelayan melayani pelanggan secara bergantian atau bersamaan sesuai antrian.
4. **Pelanggan Selesai (Keluar):** Setelah pelanggan selesai dilayani, tandai pelanggan tersebut keluar dari sistem. Letakkan pelanggan di titik keluar dan tempelkan label waktu selesai layanan (misalnya “selesai  $t=7$  menit”) pada titik tersebut untuk menandakan pelanggan telah menyelesaikan layanan.
5. **Catatan Proses:** Pada setiap tahap di atas, berikan keterangan singkat dengan post-it atau kertas kecil. Misalnya, keterangan waktu kedatangan di depan pelanggan pertama, alasan “menunggu karena server sibuk” pada antrian, durasi pelayanan pada pelanggan yang sedang dilayani, dan waktu selesai layanan di titik keluar. Penjelasan ini membantu menjelaskan apa yang terjadi di setiap langkah antrian.
6. **Bahan yang Digunakan:** Gunakan bahan sederhana sehari-hari untuk membuat alat peraga. Contohnya, potongan kertas atau karton (bekas kotak misalnya) untuk gambar pelanggan, dua objek kecil (botol plastik bekas atau mainan mini) sebagai pelayan, serta post-it/kertas tempel dan spidol untuk menulis waktu dan keterangan. Gunting dan lem digunakan untuk menyusun dan menempelkan komponen alat peraga.

#### D. Hasil dan Diskusi

- **Hasil Perhitungan Manual:** Dari perhitungan di atas diperoleh  $\lambda=0,25$  pel/menit,  $\mu \approx 0,333$  pel/menit,  $\rho=0,375$ ,  $W \approx 4,81$  menit, dan  $W_q \approx 0,45$  menit. Nilai  $\rho < 1$  menunjukkan sistem stabil, sehingga rumus M/M/2 berlaku. Ini menggambarkan bahwa rata-rata pelanggan menghabiskan waktu  $\sim 4,8$  menit dalam sistem (termasuk tunggu + pelayanan), dengan sekitar 0,45 menit dari waktu tersebut adalah waktu menunggu di antrian.
- **Hasil Simulasi/Aplikasi:** Aplikasi Flask memberikan hasil yang sama ( $\pm$ peubah pembulatan):  $\lambda$  dan  $\mu$  dihitung langsung dari input, dan rumus M/M/2 menghasilkan nilai  $\rho$ ,  $W$ ,  $W_q$  setara dengan perhitungan manual. Jika dilakukan simulasi Monte Carlo sederhana (misalnya mensimulasikan banyak kedatangan Poisson dan pelayanan eksponensial), rata-rata waktu tunggu mendekati hasil  $W_q$  teoritis. Hal ini menegaskan konsistensi model teoritis M/M/2.
- **Dokumentasi Alat Peraga:** Alat peraga yang dibuat dipotret dalam beberapa tahap. Foto-foto (tidak ditampilkan di sini) menunjukkan pelanggan yang datang dengan waktu tertera, antrian yang terbentuk saat kedua loket sibuk, proses pelayanan oleh dua pelayan, dan pelanggan yang keluar selesai. Setiap langkah dilengkapi label penjelasan sesuai petunjuk tugas. Hal ini mempermudah pemahaman visual tentang bagaimana model M/M/2 berjalan di dunia nyata.

Secara keseluruhan, perbandingan hasil manual dan simulasi menunjukkan kesesuaian yang baik (karena keduanya berasal dari model matematis yang sama). Jika terdapat perbedaan kecil, biasanya disebabkan pembulatan angka. Aplikasi web mempermudah perhitungan berulang untuk parameter berbeda, sedangkan alat peraga fisik meningkatkan pemahaman konsep antrian di kelas.

## E. Kesimpulan

Tugas ini memperdalam pemahaman tentang model antrian M/M/2, mulai dari konsep dasar Poisson dan eksponensial dalam antrian hingga implementasi praktis. Dari perhitungan manual diperoleh nilai  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $W$ ,  $W_q$  sesuai dengan ekspektasi teori. Aplikasi Flask memudahkan visualisasi hasil dan validasi perhitungan, serta dapat dikembangkan untuk simulasi lebih lanjut. Prototipe fisik membantu mengilustrasikan proses antrian secara nyata. Secara keseluruhan, melalui tugas ini dipelajari cara menghitung parameter antrian, merancang aplikasi pendukung, dan menyajikan konsep teori antrian dalam bentuk praktis.

## Lampiran

*Kode Program: Lampiran berisi skrip Python/Flask yang menghitung  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ ,  $W$ ,  $W_q$ , serta validasi input. (Sumber kode dapat di akses di GitHub.)*

*Grafik Simulasi: Jika melakukan simulasi tambahan (misalnya plot panjang antrian vs. waktu), grafik hasil simulasi dilampirkan.*

*Dokumentasi Alat Peraga: Foto alat peraga (setiap tahap proses) dan link video demonstrasi prototipe (YouTube).*

*Sumber: Model M/M/c (M/M/2) dalam teori antrian dengan dua pelayan ; rumus perhitungan antrian; dokumentasi prototipe antrian. Flask sebagai microframework Python untuk aplikasi web.*

## Link Program

### Github:

[https://github.com/Ardikamal/mm2\\_queue\\_app.git](https://github.com/Ardikamal/mm2_queue_app.git)

### Deploy Hasil Program:

<https://mm2queueapp-ardikamalkarima.streamlit.app/>