

# Контрольная работа по решению уравнений и систем уравнений

Винницкая Дина Сергеевна

Группа: Б9122-02-03-01сцт

## ВОПРОС 2

10 баллов Сохранить

Дано нелинейное уравнение:

$$8x^5 + 16x^3 - x^2 - 10 = 0$$

Отделить корни. Предложить сходящийся метод простой итерации для уточнения корня. Оценить, хотя бы грубо, скорость сходимости. Построить итерационный процесс по методу Ньютона.

## Задание №2

1. Отделение корней Для нахождения приближенных значений корней проведем анализ функции:

$$f(x) = 8x^5 + 16x^3 - x^2 - 10$$

Исследуем функцию на промежутке, чтобы найти изменение знака:

$$-f(0) = -10 - f(1) = 8(1)^5 + 16(1)^3 - (1)^2 - 10 = 13$$

Следовательно, корень находится в промежутке  $[0, 1]$ . 2. Метод простой итерации Выразим  $x$  через  $x$ :

$$x = g(x) = \sqrt[5]{\frac{10 + x^2 - 16x^3}{8}}$$

3. Итерационный процесс Начальное приближение  $x_0 = 0.5$ :

$$x_{k+1} = \sqrt[5]{\frac{10 + x_k^2 - 16x_k^3}{8}}$$

4. Скорость сходимости Для грубой оценки скорости сходимости проверим производную  $g'(x)$ :

$$g'(x) = \frac{d}{dx} \left( \sqrt[5]{\frac{10 + x^2 - 16x^3}{8}} \right)$$

Если  $|g'(x)| < 1$  на отрезке, то метод сходится. 5. Метод Ньютона Формула метода Ньютона:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

где

$$f'(x) = 40x^4 + 48x^2 - 2x$$

Итерационный процесс по методу Ньютона:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{8x_k^5 + 16x_k^3 - x_k^2 - 10}{40x_k^4 + 48x_k^2 - 2x_k}$$