# Работа №1
# по дисциплине "Методы оптимизации"

Винницкая Дина Сергеевна

Группа: Б9122-02.03.01сцт

## Решение задачи линейного программирования симплекс-методом

### Условие задачи

$$Z = x_1 + x_2 + 3x_3$$

при ограничениях:

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1,$$
$$x_2 - x_3 \geq 0,$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

1. Для первого ограничения $2x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$ добавляем неотрицательную переменную $s_1 \geq 0$, чтобы получить равенство:

$$2x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 1.$$

2. Для второго ограничения $x_2 - x_3 \geq 0$ вводим переменную $s_2 \geq 0$, чтобы получить равенство:

$$x_2 - x_3 - s_2 = 0.$$

Теперь ограничения имеют вид:

$$2x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 1,$$
$$x_2 - x_3 - s_2 = 0.$$

**Функция цели.** Функция цели переписывается как:

$$Z = x_1 + x_2 + 3x_3 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2.$$

Начальная симплекс-таблица:

| Базис | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | Свободный член |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $s_1$ | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $s_2$ | 0 | 1 | $-1$ | 0 | 1 | 0 |
| $Z$ | $-1$ | $-1$ | $-3$ | 0 | 0 | 0 |

В строке $Z$ есть отрицательные элементы $(-1, -1, -3)$. Решение не оптимально. Продолжаем итерации. Выбираем переменную с наибольшим отрицательным коэффициентом в строке $Z$: это $x_3$, так как $-3$ минимально.

$$\text{Для } s_1 : \frac{1}{1} = 1, \quad \text{для } s_2 : \text{коэффициент отрицательный, строка не учитывается.}$$

Разрешающая строка — $s_1$.
Разрешающий элемент: пересечение строки $s_1$ и столбца $x_3$, то есть 1.
Делаем разрешающий элемент равным 1 и обнуляем остальные элементы столбца $x_3$.
Новая симплекс-таблица:

| Базис | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | Свободный член |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_3$ | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| $s_2$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $Z$ | $-1$ | $-1$ | 0 | 1 | 0 | 3 |

В строке $Z$ нет отрицательных элементов $(-1, -1, 0)$. Решение оптимально.
Базисные переменные:

$$x_3 = 1, \; s_2 = 1.$$

Остальные переменные равны 0.
Функция цели:

$$Z = x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 + 0 + 3 \cdot 1 = 3.$$

## Ответ

Оптимальное значение:

$$Z_{\max} = 3.$$

Оптимальное решение:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1.$$