

# **Trabajo y presentación final — Panel corto con función Cobb–Douglas**

**econometria II pes**

Autores: Pedro Monzón, Mario Castro, Kevin Molina

## **Introducción**

Este proyecto busca estudiar las diferencias en el crecimiento tecnológico  $A$  sobre el PIB real entre regiones, utilizando un panel de datos para el período 2015–2020. Los datos provienen de *Penn World Table 11.0*.

### **Problemas:**

- ¿Cuál es la elasticidad de producción respecto al empleo  $L$ , la del capital  $K$  y la productividad total de los factores  $A_{it}$  en una función tipo Cobb–Douglas para una muestra en panel corto?
- ¿Hay heterogeneidad en el avance tecnológico entre los países?
- ¿Cuál es el componente de tecnología para América? y ¿Cuáles son sus elásticidades?

### **Justificación:**

Conocer las elasticidades de la producción permite evaluar la eficiencia en el uso de los recursos de un país y estimar retornos a escala, relevantes para decisiones de política y de inversión en entornos macroeconómicos internacionales. El uso de datos tipo panel permite aplicar técnicas que controlan la heterogeneidad inobservada entre unidades.

### **Objetivo:**

Estimar y contrastar modelos (Pooled, FE, RE, Mundlak) y seleccionar la especificación adecuada para describir la producción de los países  $Q$  como función de  $L$  y  $K$ , incorporando controles de heterogeneidad y el respectivo diagnóstico.

## Modelo

Se utilizará una función de producción tipo Cobb–Douglas como modelo base:

$$Q_{it} = A_{it} K_{it}^{\alpha} L_{it}^{\beta} e^{\epsilon_{it}},$$

y al aplicar logaritmos se obtiene el modelo lineal:

$$\ln Q_{it} = A_t + \alpha \ln L_{it} + \beta \ln K_{it} + c_i + \epsilon_{it},$$

donde:

- $c_i$  representan los efectos inobservados específicos de cada unidad;
- los retornos a escala se obtienen como  $\alpha + \beta$ .

Para capturar los efectos por región y la evolución temporal del componente tecnológico, se propone el siguiente modelo extendido:

$$\ln Q_{it} = \beta_{1i} \ln L_{it} + \beta_{2i} \ln K_{it} + \gamma_i d_i + \delta_{it}(d_i t) + \alpha_t t + \epsilon_{it},$$

donde:

- $d_i$  son dummies para los continentes: América (categoría base), Europa, Asia, África y Oceanía;
- $t$  representa el periodo considerado.

## Metodología

Se realiza un análisis de regresión para datos panel utilizando información de *Penn World Table*. Las variables empleadas son:

- **PIB real** (“rgdpna”), a precios constantes (2021 USD),
- **Capital** (“rkna”), a precios constantes (2021 USD),
- **Empleo** (“emp”), número de personas empleadas,
- Dummies de continente y de tiempo, y sus interacciones.

## **Procedimiento:**

Se estimaron y evaluaron los siguientes modelos y pruebas:

- LM Breusch–Pagan (Pooled vs. no-Pooled),
- Hausman (FE vs. RE),
- Prueba de Mundlak (significancia de medias por individuo),
- Heterocedasticidad (White),
- Autocorrelación de Wooldridge AR(1).

## **Resultados**

### **Significancia**

Hipótesis:

$$H_0 : \beta_k = 0 \text{ vs } H_1 : \beta_k \neq 0 \quad \forall k = 1, \dots, K$$

variable	Coeficiente	Estadístico - t	p-valor
$\beta_1$	10.82457	199.8994	0.0000
$\beta_3$ LNRKNA	1.094484	3.717484	0.0002
$\beta_2$ LNEMP	0.939899	50.39413	0.0000

Interpretación:

- En el primer modelo con MCO todas las variables rechazan la hipótesis nula con lo cual se infiere significancia , además el signo de capital y trabajo son positivos el esperado por la teoría económica.
- El que se haya pasado esta prueba nos indica que nuestro modelo es sólido y tiene sentido económico ya que este no contradice la teoría., gracias a esto podemos realizar las siguientes pruebas empíricas.

### **Breusch–Pagan**

Hipótesis:

$$H_0 : \sigma_\mu^2 = 0 \text{ vs } H_1 : \sigma_\mu^2 \neq 0$$

Resultados:

variable	Estadistico - $\chi^2$	p-valor
$\sigma^2$	2048.162	0.0000

Interpretación:

- p-valor es menor a 0.001 lo cual implica que se rechaza  $H_0$  a cualquier nivel de significancia. Se descarta que el modelo sea pooled ya que la prueba infiere que pueden existir efectos aleatorios significativos.
- Sabiendo que nuestro modelo no es pooled podemos realizar las pruebas para saber si es un panel con efectos fijos o con efectos aleatorios.

## **Haussman**

Hipótesis:

$$H_0 : Cov(x_{it}, \mu_i) = 0 \text{ vs } H_1 : Cov(x_{it}, \mu_i) \neq 0$$

Resultados:

test	Estadistico - $\chi^2$	p-valor
Cross section-random	27.806061	0.0000

Interpretación:

- Se rechaza  $H_0$  con la cual podemos inferir que RE son inconsistente por lo que para nuestro modelo usaremos FE.
- Sabiendo que nuestro modelo tiene efectos fijos podemos ir por 3 caminos eliminarlos, controlarlos o usar CRE. Como ingresaremos varias variables dummies que son constantes no podemos eliminarlos debido a que esta información es crucial para nuestro modelo. por lo que no iremos por CRE por lo que es necesario realizar la prueba Mundlak.

## **Heterocedasticidad y Autocorrelación:**

Se optó por realizar las estimaciones utilizando errores estándar robustos de White con corrección por sección cruzada (“White cross-section”), sacrificando así la eficiencia para contar con consistencia ante la presencia de heterocedasticidad y autocorrelación en los errores.

### **Mundlak:**

Se procedió a aplicar al modelo panel, la prueba de Mundlak en la que se incluye los promedios a lo largo del tiempo de las variables explicativas, capturando de esta manera la heterogeneidad individual, y evaluando la significancia de los coeficientes.

### **Resultados (Resumidos):**

Variable	Coefficient	Prob.
C	10.69236	0.00000
LNRKNA	0.65148	0.00564
LNEMP	0.32383	0.04781
ASIA	0.36006	0.08669
AFRICA	-1.01152	0.00000
EUROPE	0.73297	0.00034
OCEANIA	0.55077	0.20315
LNRKNAB	-0.68413	0.71492
LNEMPB	0.59013	0.00018
(T=5)*ASIA	0.04756	0.08170
(T=6)*EUROPE	0.12389	0.00960
(T=5)*OCEANIA	0.05715	0.07468
T=6	-0.14907	0.03204

El ajuste Mundlak funciona bajo la hipótesis  $H_0 : \gamma = 0$ , en la que los promedios de las regresoras no explican  $u_i$  lo que implica ausencia de correlación entre ambas.

Interpretación: En este caso se determinó que sí existe dicha correlación y se conserva como modelo final la misma especificación como modelo, puesto que permite controlar la heterogeneidad detectada.

Los resultados muestran que la elasticidad del capital es cercana a 0.65 y la del empleo a 0.32, lo que sugiere rendimientos casi constantes. En America, la elasticidad del empleo es mucho mayor (aprox. 0.91), mientras que la del capital no difiere del resto. El componente tecnológico evidencia una fuerte heterogeneidad: Europa y Asia presentan niveles y avances mas altos, mientras Africa mantiene rezagos importantes. Para America, la tecnología se concentra en el intercepto y el efecto temporal comun, lo que indica un progreso mas moderado frente a otras regiones.

## Referencias

- Wooldridge, J. M. (2015). Introductory Econometrics: A Modern Approach (6th ed.). Cengage Learning.
- Gujarati, D. N. (2011). Econometría (5.<sup>a</sup> ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Greene, W. H. (2018). Econometric Analysis (8th ed.). Pearson.
- Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2005). Microeconometrics: Methods and Applications. Cambridge University Press.

## Apéndice

**Tabla de modelo munlak completo**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.69236	0.26627	40.15668	5.26e-78
LNRKNA	0.65148	0.23166	2.81224	0.00564
LNEMP	0.32383	0.16217	1.99685	0.04781
ASIA	0.36006	0.20868	1.72541	0.08669
AFRICA	-1.01152	0.22308	-4.53425	1.24e-05
EUROPE	0.73297	0.19949	3.67428	0.00034
OCEANIA	0.55077	0.43073	1.27869	0.20315
LNRKNAB	-0.68413	1.86915	-0.36601	0.71492
LNEMPB	0.59013	0.15332	3.84903	0.00018
(T=2)*ASIA	0.01617	0.01004	1.61029	0.10962
(T=3)*ASIA	0.02462	0.01638	1.50291	0.13515
(T=4)*ASIA	0.03539	0.02105	1.68062	0.09510
(T=5)*ASIA	0.04756	0.02712	1.75374	0.08170
(T=6)*ASIA	0.06669	0.04464	1.49393	0.13748
(T=2)*EUROPE	0.02091	0.01112	1.88012	0.06220
(T=3)*EUROPE	0.03938	0.01928	2.04261	0.04299
(T=4)*EUROPE	0.05931	0.02680	2.21330	0.02852
(T=5)*EUROPE	0.08173	0.03609	2.26473	0.02509
(T=6)*EUROPE	0.12389	0.04717	2.62639	0.00960
(T=2)*AFRICA	0.01339	0.00973	1.37614	0.17101
(T=3)*AFRICA	0.02373	0.01541	1.53959	0.12595
(T=4)*AFRICA	0.03528	0.01997	1.76677	0.07948
(T=5)*AFRICA	0.05253	0.02630	1.99761	0.04772
(T=6)*AFRICA	0.09606	0.03772	2.54667	0.01197
(T=2)*OCEANIA	0.02157	0.00921	2.34295	0.02056
(T=3)*OCEANIA	0.03955	0.01735	2.27977	0.02415

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
(T=4)*OCEANIA	0.05372	0.02369	2.26732	0.02492
(T=5)*OCEANIA	0.05715	0.03182	1.79602	0.07468
(T=6)*OCEANIA	0.08465	0.06568	1.28888	0.19960
T=2	-0.01725	0.01391	-1.23994	0.21710
T=3	-0.02341	0.02608	-0.89760	0.37096
T=4	-0.03393	0.03787	-0.89603	0.37180
T=5	-0.05480	0.05239	-1.04608	0.29735
T=6	-0.14907	0.06882	-2.16592	0.03204

## Modelo Final

Después del análisis se determinó optar el modelo de Mundlak con matriz de covarianzas robustas tipo white. Esto permite tener un modelo que relaja el supuesto de homocedasticidad y de autocorrelación, permitiendo consistencia en los parámetros, con ayuda del control de la heterogeneidad:

$$\begin{aligned}
y_{it} = & \beta_0 + \beta_1 k_{it} + \beta_2 l_{it} \\
& + \beta_3 \text{ASIA}_i + \beta_4 \text{AFRICA}_i + \beta_5 \text{EUROPE}_i + \beta_6 \text{OCEANIA}_i \\
& + \theta_1 \bar{k}_i + \theta_2 \bar{l}_i \\
& + \sum_{s=2}^6 \gamma_s^{\text{ASIA}} (\text{ASIA}_i \cdot D_{st}) + \sum_{s=2}^6 \gamma_s^{\text{EUROPE}} (\text{EUROPE}_i \cdot D_{st}) \\
& + \sum_{s=2}^6 \gamma_s^{\text{AFRICA}} (\text{AFRICA}_i \cdot D_{st}) + \sum_{s=2}^6 \gamma_s^{\text{OCEANIA}} (\text{OCEANIA}_i \cdot D_{st}) \\
& + \sum_{s=2}^6 \lambda_s D_{st} + u_{it}.
\end{aligned}$$