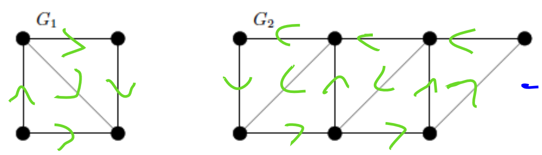
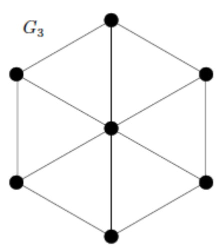
Séance 5

→ chemin qui passe par toutes les arêtes
(1 seule fois)

Exercice 1.
Quels graphes ci-dessous ont un chemin d'Euler? Expliquer et montrer un chemin.



→ Exactement 2 sommets de degré impair



→ 6 sommets de degré impair
⇒ pas possible

Exercice 2.

1. Déterminer la(les) valeur(s) de n pour la(les)quelle(s) le graphe complet K_n a un circuit d'Euler. Justifier.

2. Pour quelle(s) valeur(s) de n le graphe K_n contient-il un chemin d'Euler mais pas un circuit? Justifier.

Exercice 3. Etant donné qu'un graphe non dirigé possède un circuit d'Euler qui commence et termine dans le sommet v. Est-il possible de construire un circuit d'Euler qui commence et termine dans n'importe quel sommet du graphe? Justifier.

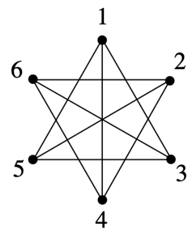
Exercice 4. Déterminer les valeurs de m et n tel que $K_{m,n}$ possède un circuit d'Euler. Justifier.

Exercice 5. Donner/Dessiner un graphe avec 6 sommets qui est biparti, faiblement connexe, qui n'est pas fortement connexe. Justifier.

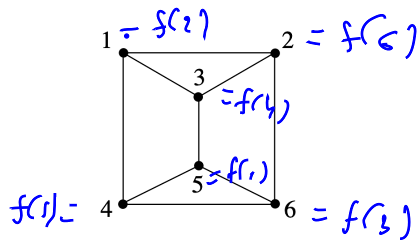
Exercice 6. Trouver un contre-exemple pour l'énoncé suivant:
Soit G un graphe simple, non-dirigé, à 8 sommets, chacun de degré 2, alors G contient un circuit d'Euler. Justifier votre choix.

Exercice 7

Les deux graphes ci-dessous sont-ils isomorphes ? Expliquez.



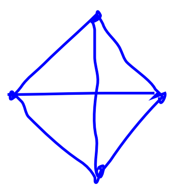
G



H

Ex 2

① K_n



Dans K_n, le degré de tout sommet est $n-1$

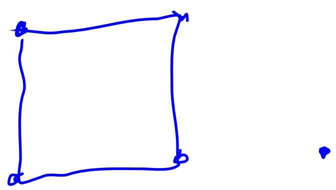
(lié aux $n-1$ autres sommets)

Donc K_n a un circuit d'Euler ssi n est impair parce qu'alors $n-1$ est pair

② Comme tous les sommets de K_n ont le même degré, pour avoir exactement 2 sommets de degré impair, il faut exactement 2 sommets (degré 1)

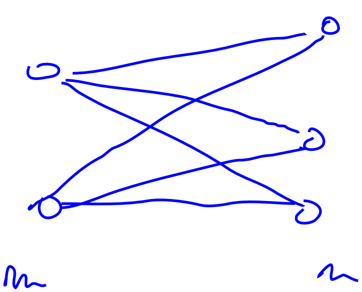
Ex 3

Non, car si le graphe possède 1 sommet isolé alors aucun circuit d'Euler ne peut partir de ce sommet



Ex 4

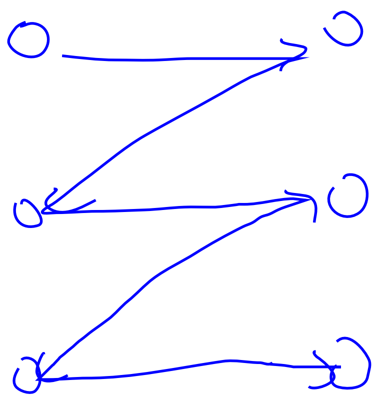
$K_{2,3}$



$K_{m,n}$ possède des sommets de degré m et de degré n

condit° : m et n pair

Ex 5



Ex 6