

LINGI1123 : Calculabilité, logique et complexité

Ch 02 Concepts

Situation - Problèmes

Yves Deville


2020-2021

Situation 1

Soit N l'ensemble des entiers naturels $\{0, 1, 2, \dots\}$, et Q l'ensemble des rationnels (de la forme a/b avec a et b entiers, $b \neq 0$).

Les ensembles N et Q ont-ils la même taille ?

Réponses :

- ☐ A : N a plus d'éléments
- ☐ B : Q a plus d'éléments que N parce que N est strictement inclus dans Q
- ☐ C : Q a plus d'éléments que N parce qu'entre deux entiers, il y a une infinité de rationnels
- ☒ D : N et Q ont la même taille 
- ☐ E : Il est impossible de comparer la taille de deux ensembles infinis

Situation 2

Essayons de comparer l'univers des programmes informatiques (par exemple l'ensemble UPRGM de tous les programmes Java) et l'univers des problèmes (par exemple l'ensemble UPROB de toutes les fonctions de N vers N).

Lesquelles des affirmations suivantes sont-elles correctes ?

Réponses :

- ☐ A : UPRGM et UPROB sont tous les deux infinis ; ils ont donc tous les deux la même taille
- ☐ B : UPRGM n'est pas énumérable car chaque programme peut être représenté par un réel différent
- ☐ C : UPROB est énumérable car une toute fonction peut être représentée par un entier
- ☒ D : UPRGM est énumérable car un programme est une chaîne finie de caractères
- ☒ E : UPROB n'est pas énumérable car il n'existe pas une bijection entre UPROB et l'ensemble des entiers
- ☐ F : Etant donné que UPRGM et UPROB ont tous deux la même taille, un problème non calculable sera une fonction pour laquelle nous ne pouvons déterminer quel est le programme qui calcule cette fonction
- ☒ G : Etant donné que UPRGM et UPROB n'ont pas la même taille, il n'y a pas assez de programmes pour calculer tous les problèmes.
- ☒ H : La plupart des problèmes de UPROB ne peuvent être calculés par un programme de UPRGM

