

QUIZZ

- ① VRAI/FAUX Il existe une formule satisfaisable dont la négation est satisfaisable.

VRAI : par exemple la formule x

- ② VRAI/FAUX Il existe deux formules ϕ et ψ telles que $\phi \rightarrow \psi$ est valide et ψ est insatisfaisable.

$\phi \rightarrow \psi \equiv \neg\phi \vee \psi$ VRAI : il suffit de prendre une formule $\neg\phi$ valide, par ex $\phi = \perp$ $\phi = p \wedge \neg p$

- ③ Indiquer les formules satisfaisables
- A. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ B. $p \rightarrow \neg p$ C. $(p \vee q \vee r) \wedge \neg p \wedge \neg q \wedge (\neg r \vee p)$
- D. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

- ④ Indiquer les formules valides ci-dessous.

3

A. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

satisfaisable par l'interprétation

$$V \text{ telle que } V(p) = V(q) = 1$$

$$(\text{mais également } V(p) = V(q) = 0)$$

B. $p \rightarrow \neg p$ est satisfaisable par $V(p) = 0$

$$p \rightarrow \neg p \equiv \neg p \vee \neg p \equiv \neg p$$

C. $(p \vee q \vee r) \wedge \neg p \wedge (\neg r \vee p)$ est satisfaisable

$$\text{par } V(p) = V(r) = 0 \quad V(q) = 1$$

par contre $(p \vee q \vee r) \wedge \neg p \wedge \neg q \wedge (\neg r \vee p)$ n'est pas satisfaisable

$$D. (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$$

$$\underbrace{1 \rightarrow 1}_{1} \rightarrow \underbrace{0 \rightarrow 0}_{1}$$

$$\underbrace{1 \rightarrow 1}_{1}$$

$$\phi_1 \rightarrow \phi_2 \equiv \neg \phi_1 \vee \phi_2$$

$V(p) = V(q) = 1$ satisfait la formule.

④ VALIDITÉ

A. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ \checkmark

B. $p \rightarrow \neg p$ \times

C. $(p \vee q \vee r) \wedge \neg p \wedge (\neg r \vee p)$ \times

D. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ \checkmark

p	q	$q \rightarrow p$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

\rightarrow elle n'est pas valide car $V(p) = 1$ ne satisfait pas la formule.

toute interprétation V telle que $V(p) = 1$ ne satisfait pas la formule.

$$\begin{aligned} &\equiv (\neg p \vee q) \rightarrow (\neg \neg q \vee \neg p) \\ &\equiv \neg(\neg p \vee q) \vee (\neg \neg q \vee \neg p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\equiv \neg \neg p \wedge \neg q \vee \neg \neg q \vee \neg p \\ &\equiv \underline{p} \wedge \underline{\neg q} \vee \underline{q} \vee \underline{\neg p} \end{aligned}$$