

Semaine 9 : Ch05 Logique

Situations - Problèmes

Yves Deville

2020-2021

Les situations – problèmes décrits ci-après doivent être lus avant de regarder les vidéos 1 à 5 du chapitre 5. Ce sont de questions à vous poser en visionnant ces vidéos. Les liens vers ces vidéos sont reprises sur le site Moodle du cours.

- Vidéo 1 : Logique des propositions (6'02)
- Vidéo 2 : Sémantique (8'43)
- Vidéo 3 : SAT et conséquence logique (7'49)
- Vidéo 4 : Modélisation (6'00)
- Vidéo 5 : Raisonnement (14'53)

Situations problèmes

1. Pourquoi une formule avec n variables a-t-elle 2^n interprétations possibles ?
2. Quelles différences y a-t-il entre une interprétation et un modèle d'une formule propositionnelle ?
3. Pourquoi la formule $false \Rightarrow q$ est-elle une tautologie ? Pourquoi la formule $p \Rightarrow true$ est-elle ~~non satisfaisable (contradiction)~~ ? *une tautologie*
4. Qu'est-ce que l'ensemble SAT ? Pourquoi est-il si célèbre ?
5. Soient p et q sont deux formules propositionnelles. Est-il possible d'avoir en même temps
 - $p \models q$ et $p \models \neg q$?
 - $p \not\models q$ et $p \not\models \neg q$?
 - $p \models q$ et $p \not\models q$?
 - $p \models q$ et $\neg p \models q$?
6. A quoi servent les formules sous forme CNF (Conjunctive Normal Form) ?
7. Déterminer si les formules suivantes sont satisfaisables ou non ?
 - $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee C)$
 - $(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg C \wedge D)$

Quelles méthodes peuvent-elles être appliquées ?

Le site <http://logictools.org/prop.html> peut vous aider à répondre. Mais attention, vous devez aussi être capable d'obtenir les résultats par vous-même

$$1. (A \cup B) \Rightarrow C$$

- Interpréter c'est donner une valeur à chacune des variables

$\Rightarrow 2^3$ valeurs possibles

$$\hookrightarrow$$

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
:	:	:

$\Rightarrow 2^n$

2. Un modèle est une interprétation qui rend vraie

3. Tautologie = formule vraie pour toutes les interprétations

p	q	$(\Rightarrow) q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

\Rightarrow pour $p = \text{false} \rightarrow$ tautologie

• Comment faire pour déterminer si $p \models q$? (conséquence logique)

$p \Rightarrow q$ est tautologie
vraie ds toutes interprétations

2 approches:

① Model checking \rightarrow tester toutes les interprétations

si résultat = 1 \forall les variables \rightarrow conséquence logique

② Résolut°

$p \models q$ ssi $p \wedge \neg q$ non satisfaisable

$(p \wedge \neg q) \notin SAT$

↳ CNF

résolut° - 1 si faux : non satisfaisable

4. SAT = ensemble des formules propositionnelles satisfaisables récursif.

Célibre car:

① SAT permet de décider si $p \models q$ (ssi $p \wedge \neg q \notin SAT$)

② SAT est le premier ensemble à avoir été démontré NP-complet

↳ Il n'existe pas d'algorithme polynomial qui décide SAT

• S'il existe un algo poly. pour SAT alors il existe un algo poly pour bcp de problèmes "intéressants"

③ Celui qui découvre un algo poly pour SAT gagne le prix de 1 000 000 \$

5. • $p \models q$ et $p \models \neg q$? oui

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \Rightarrow \neg q \end{array} \Bigg| \text{tautologie} \begin{array}{l} \text{oui} \\ \text{pas} \end{array} \quad (A \wedge \neg A) \models A \neq \neg A$$

• $p \models q$ et $p \models \neg q$? oui \rightarrow

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ p \Rightarrow \neg q \end{array} \quad A \wedge \neg A \neq A \neq \neg A$$

• $p \models q$ et $p \not\models q$? NON

car il faudrait avoir

$$p \Rightarrow q \text{ tautologie}$$

$$p \Rightarrow q \text{ n'est pas tautologie}$$

• $p \models q$ et $\neg p \models q$? oui

$$\text{si } q \text{ tjs vraie} \quad \begin{array}{l} p \Rightarrow q \\ \neg p \Rightarrow q \end{array}$$

6. Ça sert pour la résolution

$$p \models q \quad p \rightarrow p' \text{ CNF}$$

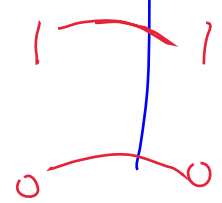
$$q \rightarrow q' \text{ CNF}$$

$$p' \vee q' \rightarrow \text{résultat}$$

• Justifier que règle résolution correcte

$$\{c_1, c_2\} \text{ équivalent à } \{c_1, c_2, c_3\}$$

$$\begin{array}{rcl} p \vee q & c_1 \\ \neg p \vee r & c_2 \\ \hline q \vee r & c_3 \end{array}$$

p	q	\neg	$p \vee q$	$\neg p \vee \neg$	$c_1 \wedge c_2$	$q \vee \neg$
						

\Rightarrow tables vérité équivalentes

- Pourquoi arrête-t-on la résolution si l'on obtient une clause violée ?

voir vidéo

Pourquoi la résolution se termine-t-elle tjrs sur un ensemble de clauses ?

- Dériver une nouvelle clause
- nb fini de clauses distinctes pour n variables

7. Formule 1: non satisfaisable

Formule 2: satisfaisable