## LINGI1123 : Calculabilité, logique et complexité

## Semaine 3 : Ch03 Calculabilité : résultats fondamentaux Sections 3.1-3.6

Situation - Problèmes

Yves Deville

2020-2021

Les situations – problèmes décrits ci-après doivent être lus avant de regarder les 4 premières vidéos du chapitre 3. Ce sont de questions à vous poser en visionnant ces vidéos. Les liens vers ces vidéos sont reprises sur le site Moodle du cours.

- CC\_Ch03 Vidéo 1: 3.1 Algorithme
- CC Ch03 Vidéo 2:3.2 Fonction calculable
- CC Ch03 Vidéo 3: 3.3-3.4 Thèse Church Turing
- CC Ch03 Vidéo 4: 3.5-3.6 Halt non calculable
- 1. A quoi sert la définition d'un ensemble récursivement énumérable vu que si l'input n'appartient pas à l'ensemble, on risque de ne jamais savoir (car le programme peut ne pas se terminer dans ce cas )
- 2. Comment pourriez-vous montrer qu'un ensemble fini est récursif ? Pourquoi cette preuve ne peut-elle pas aussi être appliquée à un ensemble infini ?
- 3. Avec cette définition de fonction calculable, quelles informations pratiques peut-on déduire qu'une fonction est calculable ? Et qu'une fonction est non calculable ?
- 4. Soit la fonction suivante
  - f(n) = 1 s'il existe *au moins* n occurrences successives du chiffres 5 dans la suite des décimales du nombre Pi
  - f(n) = 0 sinon

Cette fonction est-elle calculable?

- 5. Soit la fonction suivante
  - g(n) = 1 s'il existe *exactement* n occurrences successives du chiffres 5 dans la suite des décimales du nombre Pi
  - g(n) = 0 sinon

Cette fonction est-elle calculable?

- 6. La thèse de Church-Turing implique-t-elle que quels que soient les progrès technologiques, ce qui est non calculable aujourd'hui restera non calculable ? Est-ce réaliste ?
- 7. Etant donné une numérotation des programmes Java, est-il possible d'avoir P<sub>12</sub>=P<sub>47</sub> ?
- 8. Etant donné une numérotation des programmes Java, est-il possible d'avoir  $\varphi_{12} = \varphi_{47}$ ?
- 9. L'ensemble des programmes Java a-t-il la même taille que l'ensemble de fonctions pouvant être définies de manière finie ?
- 10. Dans la démonstration de halt(n,x) non calculable, pourquoi peut-on affirmer que diag\_mod(n) est calculable sous l'hypothèse que halt(n,x) est calculable ?

- 11. Pourquoi le complément de l'ensemble K n'est-il pas récursivement énumérable ?
- 12. Sachant que halt(n,x) est non calculable, qu'en est-il si on fixe certains des paramètres de cette fonction?
  - La fonction halt(12,37) est-elle calculable?
  - La fonction halt(n,37) est-elle calculable?
  - La fonction halt(12,x) est-elle calculable?
- 13.A quoi cela sert-il de savoir que la fonction halt(n,x) est non calculable? En quoi cela est-il une limite pratique pour l'informatique?

3. Si fet non colarble - 5 pas la prive d'essayer de construire entimespend mi

calculable -> 1 algorithme existe!

- · Puis-je continuire un abgorithme?
- . La complexité n'est-elle pas tropéleuée?

1. Rappel: font -s calculable

inxemble - reconsil

ellasmuns - mericunia

Si A néunsiv- émm. => A néunsif?

=> Si on exécute en // P1 (programme pour A) et P2 (pour A) l'un des 2 répondrer 1 => récursit

4,3,14159.... 3555

Cette tet est calulable can.

D Si T universal

=> print(1)

(2) It pas univers

Longueur de la t grande sé quence de 5 successifs:

- · Longuer 00 => print(1)
- · II M [if n < M print(1)

  cesc print(0)

5. ne Sontionne pas can on me soit pas si tt est unions.

7. Non, chaine word P12 + ch. on Pyt

8. P12 Set calculable par P12

5 ou c'est possible on P12 et P47 (set wheleble

per un programme)

per un programme

5 P12 et P47 répondent on in problème

9. Popon Joua Fet over specifical time (4.3M)
considerable obscript over chains times de
considerer. = commensable
toille M
= taille M 10,000 car en peut évoire le programme: Sion-mad(n)c = (m, m) +1 +1 then print(o) clse loop 11: On soit que. K pas récursit - K'réc Ernum

K pas réc Ernum sinar K sersit récursis 12. Fond halt (12,37) -> calculable can tet constante 11 hold (n,37) \_s non colculable 11 halt(12,3x) -> cela dépend de P,2

13. Permet de sansir que consider problèmes
définis ne sont pas colorboles (halt) = 5 pas
possible d'outamatiser es résolut de problèmes
=> l'informaticien devra être vestif pour trouver
une sent appraches.