MC-202 — Unidade 10 Ordenação

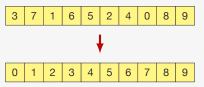
Rafael C. S. Schouery rafael@ic.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas

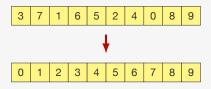
2° semestre/2017

Queremos ordenar um vetor

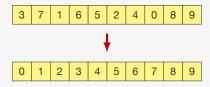
Queremos ordenar um vetor



Queremos ordenar um vetor



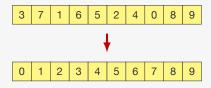
Queremos ordenar um vetor



Nos códigos vamos ordenar vetores de int

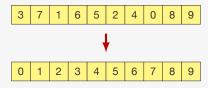
• Mas é fácil alterar para comparar double ou string

Queremos ordenar um vetor



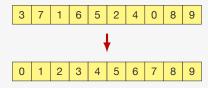
- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos

Queremos ordenar um vetor



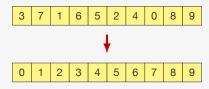
- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
 - O valor usado para a ordenação é a chave de ordenação

Queremos ordenar um vetor



- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
 - O valor usado para a ordenação é a chave de ordenação
 - Podemos até desempatar por outros campos

Queremos ordenar um vetor

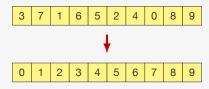


Nos códigos vamos ordenar vetores de int

- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
 - O valor usado para a ordenação é a chave de ordenação
 - Podemos até desempatar por outros campos

Ao invés de ordenar o vetor inteiro

Queremos ordenar um vetor



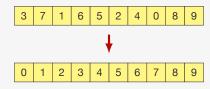
Nos códigos vamos ordenar vetores de int

- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
 - O valor usado para a ordenação é a chave de ordenação
 - Podemos até desempatar por outros campos

Ao invés de ordenar o vetor inteiro

iremos ordenar da posição l até a posição r

Queremos ordenar um vetor



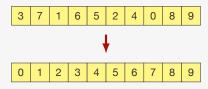
Nos códigos vamos ordenar vetores de int

- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
 - O valor usado para a ordenação é a chave de ordenação
 - Podemos até desempatar por outros campos

Ao invés de ordenar o vetor inteiro

- iremos ordenar da posição l até a posição r
- isso será útil nas próximas unidades...

Queremos ordenar um vetor



Nos códigos vamos ordenar vetores de int

- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
 - O valor usado para a ordenação é a chave de ordenação
 - Podemos até desempatar por outros campos

Ao invés de ordenar o vetor inteiro

- iremos ordenar da posição l até a posição r
- isso será útil nas próximas unidades...
- usaremos n := r l + 1 (número de elementos entre $l \in r$)

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

```
1 void troca(int *a, int *b) {
2   int t = *a;
3   *a = *b;
4   *b = t;
5 }
```

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

```
1 void troca(int *a, int *b) {
2   int t = *a;
3   *a = *b;
4   *b = t;
5 }
```

Ou seja, troca(&v[i], &v[j]) troca os valores de v[i] e v[j]

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

```
1 void troca(int *a, int *b) {
2   int t = *a;
3   *a = *b;
4   *b = t;
5 }
```

Ou seja, troca(&v[i], &v[j]) troca os valores de v[i] e v[j]

Outra opção é colocar diretamente no código da função

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

```
1 void troca(int *a, int *b) {
2   int t = *a;
3   *a = *b;
4   *b = t;
5 }
```

Ou seja, troca(&v[i], &v[j]) troca os valores de v[i] e v[j]

Outra opção é colocar diretamente no código da função

• não precisa chamar outra função

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

```
1 void troca(int *a, int *b) {
2   int t = *a;
3   *a = *b;
4   *b = t;
5 }
```

Ou seja, troca(&v[i], &v[j]) troca os valores de v[i] e v[j]

Outra opção é colocar diretamente no código da função

- não precisa chamar outra função
- um pouco mais rápido

Várias vezes iremos trocar dois elementos de posição

Para tanto, vamos usar a seguinte função:

```
1 void troca(int *a, int *b) {
2   int t = *a;
3   *a = *b;
4   *b = t;
5 }
```

Ou seja, troca(&v[i], &v[j]) troca os valores de v[i] e v[j]

Outra opção é colocar diretamente no código da função

- não precisa chamar outra função
- um pouco mais rápido
- código um pouco mais longo e difícil de entender

Ideia:

• Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[l+i] com o mínimo de v[l+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[l+i] com o mínimo de v[l+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[l+i] com o mínimo de v[l+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j, min;
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j, min;
3   for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j, min;
3   for (i = 1; i < r; i++) {
4     min = i;</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = 1; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = l; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=0
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=0
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=2
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0
                                         min=2
                                         i=3
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                        i=0
                                        min=2
                                         i=4
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=2
                                         i=5
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=2
                                         i=6
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j \le r; j++)
5
                                                    8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=2
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=7
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=7
                                         i=8
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=0 -
                                         min=7
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                        i=0
                                        min=7
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=1
                                         min=1
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ...
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=1
                                         min=2
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=1
                                         min=2
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=1
                                         min=2
                                         i=4
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=1
                                         min=2
                                         i=5
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                        i=1
                                        min=2
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2   int i, j, min;
3   for (i = l; i < r; i++) {
4     min = i;
5     for (j = i+1; j <= r; j++)
6     if (v[j] < v[min])
7         min = j;
8     troca(&v[i], &v[min]);
9   }
10 }</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                        i=1
                                        min=2
                                         i=8
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
     int i, j, min;
    for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
                                                   8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                        i=1
                                        min=2
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
                                                       8
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
                                                   2
10 }
                                         i=1
                                         min=2
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
4
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
                                                   2
10 }
                                         i=2
                                         min=2
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
         if (v[j] < v[min])</pre>
                                                          7
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
                                                      3
10 }
                                        i=2
                                        min=5
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
                                                                 8
         if (v[j] < v[min])</pre>
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=3
                                         min=7
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                               10
       for (j = i+1; j \le r; j++)
5
                                                                 8
         if (v[j] < v[min])</pre>
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=4
                                         min=6
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j \le r; j++)
5
         if (v[j] < v[min])</pre>
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=5
                                         min=6
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j \le r; j++)
5
         if (v[j] < v[min])</pre>
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                         i=6
                                         min=7
                                         i=9
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = 1; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- . . .
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = 1; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6         if (v[j] < v[min])
7             min = j;
8         troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[1+1], ..., v[r]
- Trocar v[1+1] com o mínimo de v[1+1], v[1+2], ..., v[r]
- ..
- Trocar v[1+i] com o mínimo de v[1+i], ..., v[r]

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2
     int i, j, min;
     for (i = 1; i < r; i++) {</pre>
       min = i:
                                                                              10
       for (j = i+1; j <= r; j++)
5
         if (v[j] < v[min])</pre>
7
           min = j;
       troca(&v[i], &v[min]);
10 }
                                        i=8
                                        min=8
                                        j=9
```

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = 1; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = 1; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

• número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = l; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

• número de trocas: n - 1 = O(n)

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = l; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n 1 = O(n)
 - Muito bom quando trocas são muito caras

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = l; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n-1 = O(n)
 - Muito bom quando trocas são muito caras
 - Porém, talvez seja melhor usar ponteiros nesse caso

```
1 void selectionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = 1; i < r; i++) {
4       min = i;
5       for (j = i+1; j <= r; j++)
6       if (v[j] < v[min])
7       min = j;
8       troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

• número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n-1 = O(n)
 - Muito bom quando trocas são muito caras
 - Porém, talvez seja melhor usar ponteiros nesse caso
- É um algoritmo não-adaptativo

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = l; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n-1 = O(n)
 - Muito bom quando trocas são muito caras
 - Porém, talvez seja melhor usar ponteiros nesse caso
- É um algoritmo não-adaptativo
 - o conteúdo do vetor não importa para o tempo de execução

```
1 void selectionsort(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, min;
3    for (i = l; i < r; i++) {
4        min = i;
5        for (j = i+1; j <= r; j++)
6        if (v[j] < v[min])
7        min = j;
8        troca(&v[i], &v[min]);
9    }
10 }</pre>
```

• número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n-1 = O(n)
 - Muito bom quando trocas são muito caras
 - Porém, talvez seja melhor usar ponteiros nesse caso
- É um algoritmo não-adaptativo
 - o conteúdo do vetor não importa para o tempo de execução
 - sempre faz n(n-1)/2 comparações e n-1 trocas

BubbleSort

Ideia:

• do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)</pre>
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)
4   for (j = r; j > i; j--)
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)
4   for (j = r; j > i; j--)
5    if (v[j] < v[j-1])
6       troca(&v[j-1], &v[j]);
7 }</pre>
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)
4    for (j = r; j > i; j--)
5     if (v[j] < v[j-1])
6         troca(&v[j-1], &v[j]);
7 }
i</pre>
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)
4   for (j = r; j > i; j--)
5    if (v[j] < v[j-1])
6         troca(&v[j-1], &v[j]);
7 }

i=0

i=0

i=5</pre>
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)
4   for (j = r; j > i; j--)
5    if (v[j] < v[j-1])
6         troca(&v[j-1], &v[j]);
7 }

i=1

i=2</pre>
```

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o elemento mais leve
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1; i < r; i++)
4   for (j = r; j > i; j--)
5    if (v[j] < v[j-1])
6         troca(&v[j-1], &v[j]);
7 }
i</pre>
```

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6       if (v[j] < v[j-1]) {
7          troca(&v[j-1], &v[j]);
8          trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j, trocou = 1;
3   for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4     trocou = 0;
5     for (j = r; j > i; j--)
6        if (v[j] < v[j-1]) {
7          troca(&v[j-1], &v[j]);
8          trocou = 1;
9     }
10  }
11 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6         if (v[j] < v[j-1]) {
7             troca(&v[j-1], &v[j]);
8             trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

• comparações: $n(n-1)/2 = O(n^2)$

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6         if (v[j] < v[j-1]) {
7             troca(&v[j-1], &v[j]);
8             trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações: $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas: $n(n-1)/2 = O(n^2)$

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6         if (v[j] < v[j-1]) {
7             troca(&v[j-1], &v[j]);
8             trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações: $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas: $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No caso médio:

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6         if (v[j] < v[j-1]) {
7             troca(&v[j-1], &v[j]);
8             trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações: $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas: $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No caso médio:

• comparações: $\approx n^2/2 = O(n^2)$

Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

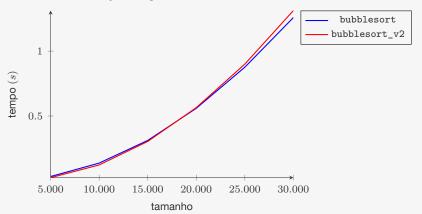
```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6         if (v[j] < v[j-1]) {
7             troca(&v[j-1], &v[j]);
8             trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

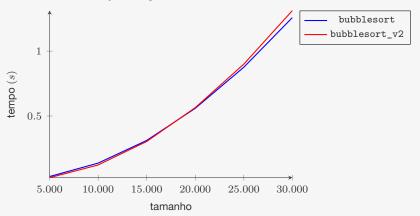
No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações: $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas: $n(n-1)/2 = O(n^2)$

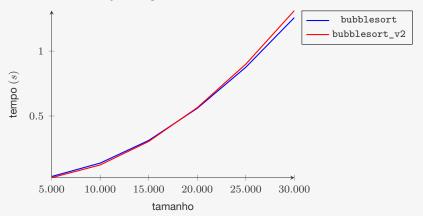
No caso médio:

- comparações: $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- trocas: $\approx n^2/2 = O(n^2)$

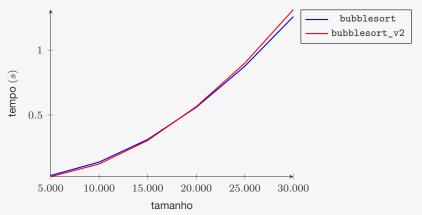




• O adaptativo foi pior para vetores aleatórios



- O adaptativo foi pior para vetores aleatórios
 - por causa overhead de registrar se ocorreu alguma troca



- O adaptativo foi pior para vetores aleatórios
 - por causa overhead de registrar se ocorreu alguma troca
- Mas pode ser melhor em vetores parcialmente ordenados

Ideia:

• Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = l+1; i <= r; i++)</pre>
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = l+1; i <= r; i++)
4   for (j = i; j > l; j--)
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = 1+1; i <= r; i++)
4       for (j = i; j > 1; j--)
5       if (v[j] < v[j-1])
6       troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }</pre>
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1+1; i <= r; i++)
4    for (j = i; j > 1; j--)
5         if (v[j] < v[j-1]);
6         troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }

i=2

j=1</pre>
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1+1; i <= r; i++)
4    for (j = i; j > 1; j--)
5    if (v[j] < v[j-1])
6         troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }

i=4

j=4</pre>
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i−1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i−1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i−1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1+1; i <= r; i++)
4    for (j = i; j > 1; j--)
5    if (v[j] < v[j-1])
6         troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }

i=7

j=5</pre>
```

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

- Se já temos v[1], v[1+1], ..., v[i-1] ordenado
- Inserimos v[i] na posição correta
 - fazemos algo similar ao BubbleSort
- Ficamos com v[1], v[1+1], ..., v[i] ordenado

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4       for (j = i; j > 1; j--)
5       if (v[j] < v[j-1])
6       troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }</pre>
```

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4      for (j = i; j > l; j--)
5      if (v[j] < v[j-1])
6      troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }</pre>
```

Quando o elemento já está na sua posição correta não é necessário mais percorrer o vetor testando se v[j] < v[j-1]

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4      for (j = i; j > l; j--)
5      if (v[j] < v[j-1])
6      troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }</pre>
```

Quando o elemento já está na sua posição correta não é necessário mais percorrer o vetor testando se v[j] < v[j-1]

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = l+1; i <= r; i++)
4    for (j = i; j > l && v[j] < v[j-1]; j--)
5       troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

```
1 void insertionsort(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4       for (j = i; j > l; j--)
5       if (v[j] < v[j-1])
6       troca(&v[j], &v[j-1]);
7 }</pre>
```

Quando o elemento já está na sua posição correta não é necessário mais percorrer o vetor testando se v[j] < v[j-1]

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4        for (j = i; j > l && v[j] < v[j-1]; j--)
5            troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

O algoritmo se torna adaptativo!

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4        for (j = i; j > l && v[j] < v[j-1]; j--)
5            troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4        for (j = i; j > l && v[j] < v[j-1]; j--)
5            troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

Se trocamos v[j] com v[j-1] e v[j-1] com v[j-2]

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4        for (j = i; j > l && v[j] < v[j-1]; j--)
5            troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

Se trocamos v[j] com v[j-1] e v[j-1] com v[j-2]

fazemos 3 atribuições para cada troca = 6 atribuições

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j;
3    for (i = l+1; i <= r; i++)
4       for (j = i; j > l && v[j] < v[j-1]; j--)
5       troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

Se trocamos v[j] com v[j-1] e v[j-1] com v[j-2]

- fazemos 3 atribuições para cada troca = 6 atribuições
- é melhor fazer:

```
t = v[j]; v[j] = v[j-1]; v[j-1] = v[j-2]; v[j-2] = t;
```

```
1 void insertionsort_v2(int *v, int 1, int r) {
2   int i, j;
3   for (i = 1+1; i <= r; i++)
4    for (j = i; j > 1 && v[j] < v[j-1]; j--)
5        troca(&v[j], &v[j-1]);
6 }</pre>
```

Se trocamos v[j] com v[j-1] e v[j-1] com v[j-2]

- fazemos 3 atribuições para cada troca = 6 atribuições
- é melhor fazer:

```
t = v[j]; v[j] = v[j-1]; v[j-1] = v[j-2]; v[j-2] = t;

void insertionsort_v3(int *v, int l, int r) {
  int i, j, t;
  for (i = l+1; i <= r; i++) {
    t = v[i];
  for (j = i; j > l && t < v[j-1]; j--)
    v[j] = v[j-1];
  v[j] = t;
}</pre>
```

Ordenação por Inserção - Análise

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > l && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7       v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

Ordenação por Inserção - Análise

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > l && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7    v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

No caso pior caso:

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > 1 && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7       v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

No caso pior caso:

• comparações: $\approx n^2/2 = O(n^2)$

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > 1 && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7       v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

No caso pior caso:

- comparações: $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- atribuições (ao invés de trocas): $\approx n^2/2 = O(n^2)$

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > 1 && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7       v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

No caso pior caso:

- comparações: $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- atribuições (ao invés de trocas): $\approx n^2/2 = O(n^2)$

No caso médio é metade disso:

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > 1 && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7       v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

No caso pior caso:

- comparações: $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- atribuições (ao invés de trocas): $\approx n^2/2 = O(n^2)$

No caso médio é metade disso:

• cada elemento anda metade do prefixo do vetor em média

Ordenação por Inserção - Terceira Otimização

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int l, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > l && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7    v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

Ordenação por Inserção - Terceira Otimização

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > l && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7    v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

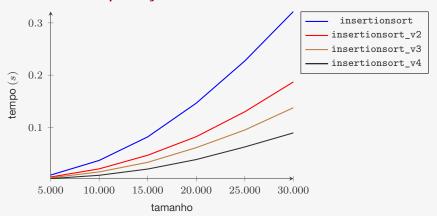
Podemos evitar a comparação j > 1 colocando o menor valor na primeira posição (sentinela)

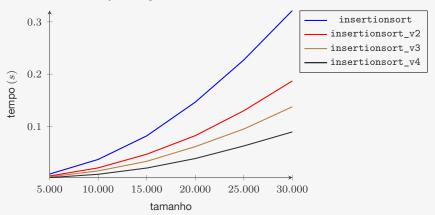
Ordenação por Inserção - Terceira Otimização

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = l+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > 1 && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7    v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

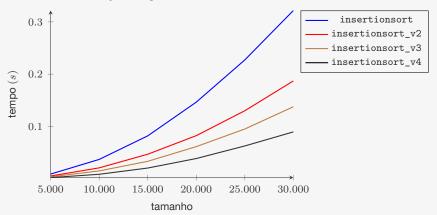
Podemos evitar a comparação j > 1 colocando o menor valor na primeira posição (sentinela)

```
1 void insertionsort_v4(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = r; i > 1; i--)
4        if (v[i] < v[i-1])
5             troca(&v[i], &v[i-1]);
6    for (i = 1+2; i <= r; i++) {
7        t = v[i];
8        for (j = i; t < v[j-1]; j--)
9             v[j] = v[j-1];
10        v[j] = t;
11    }
12 }</pre>
```

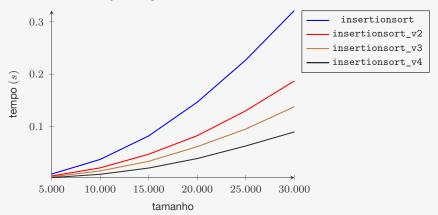




• A complexidade teórica do algoritmo não melhorou



- A complexidade teórica do algoritmo não melhorou
 - continua $O(n^2)$



- A complexidade teórica do algoritmo não melhorou
 continua O(n²)
- Mas as otimizações levaram a um ganho na performance

Gráfico de comparação do três algoritmos

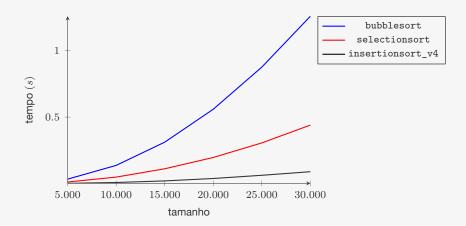
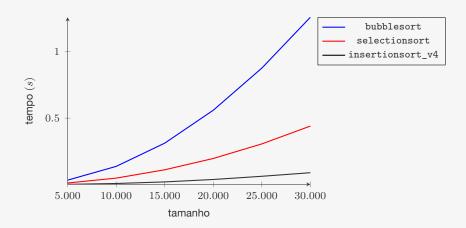
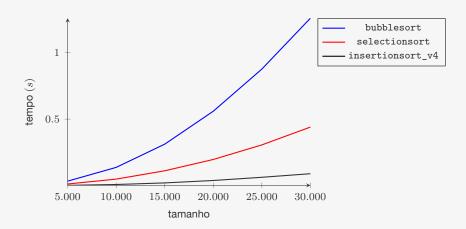


Gráfico de comparação do três algoritmos



• bubblesort demora 1,258s para n = 30.000

Gráfico de comparação do três algoritmos



- bubblesort demora 1,258s para n = 30.000
- insertionsort_v4 demora $1{,}248s$ para n=110.000

Vimos três algoritmos:

• bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos
 - Melhorar o código interno dos laços pode fazer muita diferença

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos
 - Melhorar o código interno dos laços pode fazer muita diferença
 - Durante o curso, não focaremos em otimizações como essas...

Vimos três algoritmos:

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos
 - Melhorar o código interno dos laços pode fazer muita diferença
 - Durante o curso, não focaremos em otimizações como essas...

Mas veremos algoritmos que são melhores assintoticamente

Vimos três algoritmos:

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos
 - Melhorar o código interno dos laços pode fazer muita diferença
 - Durante o curso, não focaremos em otimizações como essas...

Mas veremos algoritmos que são melhores assintoticamente

• Na próxima unidade, veremos um algoritmo $O(n \lg n)$

Vimos três algoritmos:

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos
 - Melhorar o código interno dos laços pode fazer muita diferença
 - Durante o curso, não focaremos em otimizações como essas...

Mas veremos algoritmos que são melhores assintoticamente

- Na próxima unidade, veremos um algoritmo $O(n \lg n)$
- Melhor que qualquer algoritmo $O(n^2)$

Vimos três algoritmos:

- bubblesort: na pratica é o pior dos três, raramente usado
- selectionsort: bom quando comparações são muito mais baratas que trocas
- insertionsort: o melhor dos três na prática
 - Vimos várias otimizações do código que melhoraram os resultados empíricos
 - Melhorar o código interno dos laços pode fazer muita diferença
 - Durante o curso, não focaremos em otimizações como essas...

Mas veremos algoritmos que são melhores assintoticamente

- Na próxima unidade, veremos um algoritmo $O(n \lg n)$
- Melhor que qualquer algoritmo $O(n^2)$
 - Mesmo na versão mais otimizada

Exercício

```
1 void bubblesort_v2(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, trocou = 1;
3    for (i = 1; i < r && trocou; i++){
4       trocou = 0;
5       for (j = r; j > i; j--)
6       if (v[j] < v[j-1]) {
7          troca(&v[j-1], &v[j]);
8          trocou = 1;
9       }
10    }
11 }</pre>
```

Quando ocorre o pior caso do bubblesort_v2?

Quando ocorre o melhor caso do bubblesort_v2?

- Quantas comparações são feitas no melhor caso?
- Quantas trocas são feitas no melhor caso?

Exercício

```
1 void insertionsort_v3(int *v, int 1, int r) {
2    int i, j, t;
3    for (i = 1+1; i <= r; i++) {
4        t = v[i];
5        for (j = i; j > 1 && t < v[j-1]; j--)
6        v[j] = v[j-1];
7       v[j] = t;
8    }
9 }</pre>
```

Quando ocorre o pior caso do insertionsort_v3?

Quando ocorre o melhor caso do insertionsort_v3?

- Quantas comparações são feitas no melhor caso?
- Quantas atribuições são feitas no melhor caso?