

UNIWERSYTET GDAŃSKI
WYDZIAŁ MATEMATYKI, FIZYKI I
INFORMATYKI

Krzysztof Wiśniewski
numer albumu: 274276

Kierunek studiów: Bioinformatyka
Specjalność: Ogólna

Optymalizacja oprogramowania w języku
Python do analizy stanów kwantowych.

Praca licencjacka
wykonana
pod kierunkiem
dr hab. Marcin Wieśniak, prof. UG

Gdańsk 2023

Spis treści

1	Wstęp	2
1.1	Dlaczego Python?	2
1.2	Cel pracy	3
1.3	Pochodzenie programu	4
2	Metody	4
2.1	Wstępne profilowanie	4
2.2	Współbieżność	7
2.3	Modularyzacja	8
2.4	Dostępne narzędzia	8
2.4.1	Kompilacja AOT	8
2.4.2	Kompilacja JIT	9
2.5	Optymalizacja	10
2.6	Re-implementacje	10
2.6.1	Python i NumPy	10
2.6.2	Python i NumPy z JIT	10
2.6.3	Python i NumPy z AOT	10
2.6.4	Rust	10
2.7	Precyzja obliczeń	10
2.8	Pomiary czasu pracy	11
2.9	Ponowne profilowanie	11
2.10	Funkcja kronecker	11
2.11	Funkcja product	11
3	Wyniki	11
4	Dyskusja	11
	Odwołania	12

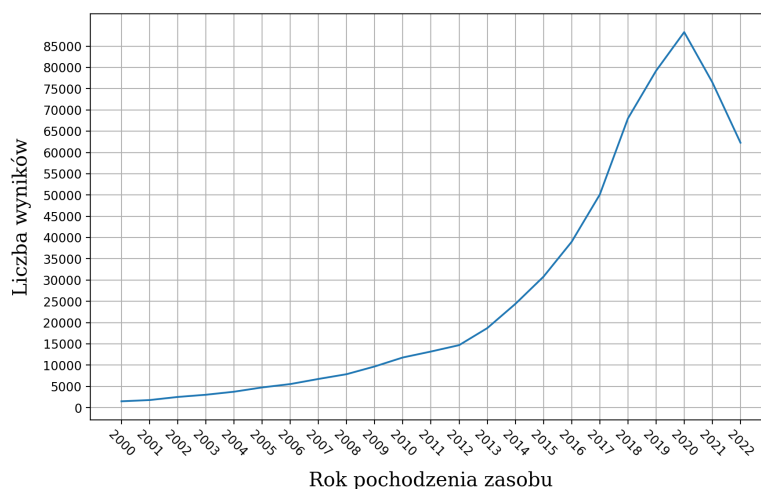
Streszczenie

W tej pracy przeprowadzam analizę efektywności metod optymalizacji, która koncentruje się na minimalizacji czasu wykonania, oprogramowania napisanego w języku Python[24][4], skupiającego się na arytmetyce macierzowej, na przypadku programu CSSFinder służącego do analizy stanów kwantowych pod kątem detekcji splątania kwantowego. Pośród rozważanych metod obecna będzie standardowa implementacja w języku Python z wykorzystaniem biblioteki NumPy[8][12], wersja wzbogacona o kompilację JIT przy pomocy biblioteki Numba[6][7], wersja skompilowana do kodu maszynowego przy pomocy biblioteki Cython[3][16] i kompilatora GCC[25] oraz implementacja w języku Rust[32], również skompilowana do kodu maszynowego.

1 Wstęp

1.1 Dlaczego Python?

Język Python zachęca użytkowników prostotą składni, łatwością tworzenia kodu, dynamicznym systemem typów, automatycznym zarządzaniem pamięcią, mnogością dostępnych bibliotek otwartoźródłowych, oraz rozbudowaną społecznością programistów. Na przestrzeni ostatnich 20 lat język stworzony przez Guido van Rossum zanotował intensywny wzrost popularności. Pokazują to liczne zestawienia, w tym zestawienie najczęściej wykorzystywanych języków programowania na GitHub'ie[13], w którym Python w roku 2022 zajął 2 miejsce, czy też zestawienie TIOBE Index[34], uznające ten język za obecnie najbardziej rozpowszechniony wśród doświadczonych programistów (Maj 2023).



Rysunek 1: Ilość wyników zwróconych przez wyszukiwarke Google Scholar dla zapytania 'python language' z podziałem na rok wydania.

Niestety, interpretowany kod, napisany w Pythonie, pomimo licznych zalet, posiada również dotkliwą wadę - pod względem wydajności znacząco odstaje od kompilowanych języków programowania (C[29], C++[30], Rust[31]). Natomiast, dzięki nakładowi pracy wielu zespołów programistów, obecnie istnieją metody pozwalające na obejście tej niedogodności.

1.2 Cel pracy

Praca ta ma na celu weryfikację efektywności wybranych metod poprawy czasu wykonania oprogramowania CSSFinder, zaimplementowanego w języku Python. W dalszej jej części opiszę specyfikę poszczególnych metod optymalizacji, w jaki sposób zmieniają wydajność programu oraz spróbuję wskazać prawdopodobne powody dla których niektóre z uzyskanych wyników konsekwentnie odstają od oczekiwań które można mieć wobec wykorzystanych narzędzi.

Do przeprowadzenia takich analiz konieczne było wielokrotne ponowne implementowanie algorytmu. Funkcjonalny kod opisywany w tej pracy dostępny jest w repozytoriach Gita[26] w serwisie GitHub [38][39][41]. W skutek prac projektowych utworzona została również grupa publicznych pakietów, które można pobrać z serwisu PyPI:

- `cssfinder`[37]
- `cssfinder_backend_numpy`[40]
- `cssfinder_backend_rust`[42]

Zainstalowanie ich jest możliwe przy pomocy menadżera pakietów języka Python[23], np. `pip`[19]. Pakiety są kompatybilne z implementacją CPython w wersjach 3.8 - 3.10 i były testowane na systemach Windows (10), Linux (Ubuntu 22.04) oraz macOS (12).

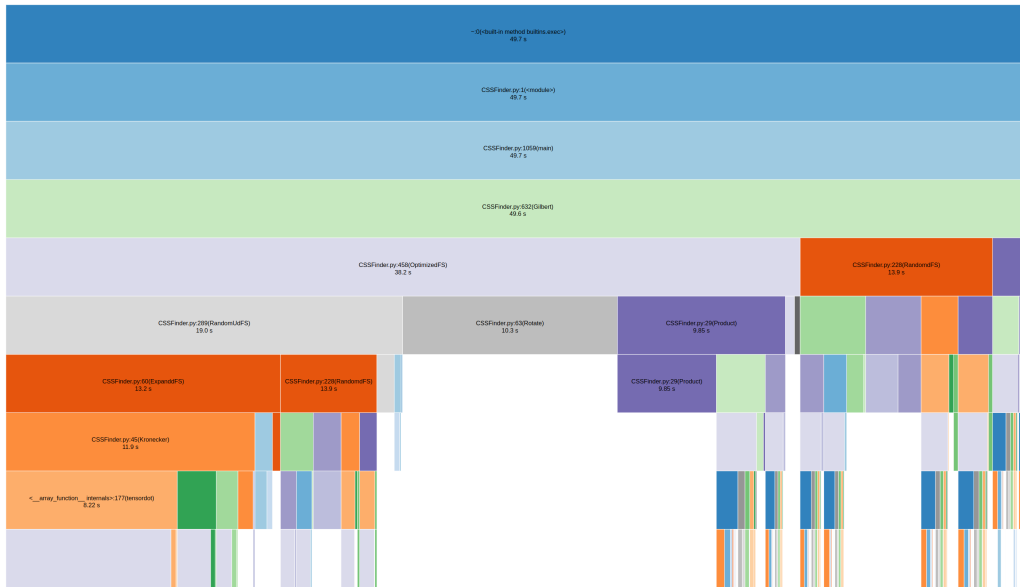
1.3 Pochodzenie programu

Program CSSFinder bazuje na algorytmie zaproponowanym przez E. Gilberta[2] pozwalającym na znalezienie odległości pomiędzy punktem, a zbiorem wypukłym. Korzysta z faktu że możliwe jest zastosowanie tego algorytmu do analizy stanów kwantowych pod kątem detekcji splątania kwantowego[9][10]. Algorytm ten wielokrotnie, z sukcesem, był wykorzystany do analizy problemów z dziedziny fizyki kwantowej[14][11].

2 Metody

2.1 Wstępne profilowanie

Prace nad optymalizacją kodu rozpocząłem od wstępnego profilowania pracy programu w trybie 1 (full separability of an n-quDit state) na układzie 5 qubitów (macierz 32×32 podwójnej precyzji zmiennoprzecinkowych liczb zespolonych) do uzyskania 1000 korekcji. Wykorzystałem do tego moduł z biblioteki standardowej języka Python, `cProfile`. Ze względu na silnie obciążającą procesor naturę programu i stosunkowo krótki czas pracy, istniała obawa że dodatkowe obciążenie ze strony modułu `profile` mogłoby zafałszować wyniki, dlatego preferowane było wykorzystanie `cProfile`. Przy analizie tak uzyskanych wyników posiłkowałem się wizualizacjami wykonanymi przy pomocy biblioteki `snakeviz`[17]. Podczas testów, program wykorzystywał domyślny globalny generator biblioteki NumPy (PCG64[18]) z ziarnem ustawionym na wartość 0.



Rysunek 2: Diagram przedstawiający udział całkowitego czasu wykonywania wywołań funkcji w całkowitym czasie programu. Pierwszy blok od góry to pierwsze wywołanie pochodzące z interpretera. Następnie bloki, których opisy zaczynają się od `CSSFinder.py` to wywołania w kodzie programu. Najniższe bloki to wywołania do funkcji bibliotek, głównie NumPy. `Snakeviz` automatycznie podejmuje decyzję o nie adnotowaniu bloku gdy opis nie ma szansy zmieścić się w obrębie bloku. Program pracował w trybie 1 (full separability of an n -quDit state) na 5 qubitach (macierz 32×32 podwójnej precyzji zmiennoprzecinkowych liczb zespolonych)

ncalls	tottime	percall	cumtime	percall	filename:lineno(function)
1	1.431e-05	1.431e-05	49.72	49.72	CSSFinder.py:1(<module>)
1	7.526e-05	7.526e-05	49.68	49.68	CSSFinder.py:1059(main)
1	0.3098	0.3098	49.63	49.63	CSSFinder.py:632(Gilbert)
1028	0.5381	0.0005234	38.2	0.03716	CSSFinder.py:458(OptimizedFS)
411200	0.8332	2.026e-06	19.03	4.627e-05	CSSFinder.py:289(RandomUdFS)
595516	0.67	1.125e-06	13.88	2.331e-05	CSSFinder.py:228(RandomdFS)
411200	0.384	9.338e-07	13.17	3.203e-05	CSSFinder.py:60(ExpanddFS)
822400	0.7256	8.823e-07	11.94	1.452e-05	CSSFinder.py:45(Kronecker)
849257	10.3	1.213e-05	10.3	1.213e-05	CSSFinder.py:63(Rotate)
1068026	6.535	6.118e-06	9.85	9.223e-06	CSSFinder.py:29(Product)
1332780	2.17	1.628e-06	4.502	3.378e-06	CSSFinder.py:21(Normalize)
1332780	2.247	1.686e-06	3.802	2.853e-06	CSSFinder.py:33(Generate)
737264	0.4225	5.73e-07	2.548	3.456e-06	CSSFinder.py:18(Outer)
595516	0.4642	7.794e-07	2.361	3.964e-06	CSSFinder.py:26(Project)
1233601	0.8998	7.294e-07	1.165	9.447e-07	CSSFinder.py:39(IdMatrix)
1	3.046e-06	3.046e-06	0.05277	0.05277	CSSFinder.py:96(readmtx)
1	1.752e-06	1.752e-06	0.05277	0.05277	CSSFinder.py:552(Initrho0)
1	4.597e-06	4.597e-06	0.002477	0.002477	CSSFinder.py:1049(DisplayLogo)
1	5.189e-06	5.189e-06	0.0004394	0.0004394	CSSFinder.py:954(DetectDim0)
1	1.628e-05	1.628e-05	2.526e-05	2.526e-05	CSSFinder.py:556(Initrho1)
1	1.903e-06	1.903e-06	5.671e-06	5.671e-06	CSSFinder.py:599(DefineSym)
40	3.038e-06	7.595e-08	3.038e-06	7.595e-08	CSSFinder.py:192(writemtx)
1	1.102e-06	1.102e-06	2.846e-06	2.846e-06	CSSFinder.py:624(DefineProj)
2	2.3e-07	1.15e-07	2.3e-07	1.15e-07	CSSFinder.py:845(makeshortreport)

Tablica 1: Dane dotyczące pracy oryginalnej implementacji programu CSSFinder uzyskane przy pomocy programy cProfile. Ujęte zostały tylko wywołania funkcji z kodu programu CSSFinder. Program pracował w trybie 1 (full separability of an n-quDit state) na 5 qubitach (macierz 32×32 podwójnej precyzji zmiennoprzecinkowych liczb zespolonych). Tabela posiada oryginalne nazwy kolumn, nadane przez program `snakeviz`. Znaczenia kolumn, kolejno od lewej: `ncalls` - ilość wywołań funkcji. `tottime` - całkowity czas spędzony w ciele funkcji bez czasu spędzonego w wywołaniach do podfunkcji. `percall` - `tottime` dzielone przez `ncalls`. `cumtime` - całkowity czas spędzony wewnątrz funkcji i w wywołaniach podfunkcji. `percall` - `cumtime` dzielone przez `ncalls`. `filename:lineno(function)` - Plik, linia i nazwa funkcji.

Z uzyskanych danych wynika że znakomitą większość (77%¹) czasu pracy programu zajmuje funkcja `OptimizedFS()`. W jej wnętrzu 38% czasu pochłania proces generowania losowych macierzy unitarnych, który w dużej mierze wykorzystuje mnożenia tensorowe (26%). Poza funkcją `OptimizedFS()`, znaczący wpływ na czas wykonywania ma też funkcja `rotate()`, która pochłania około 21% czasu działania programu. Kolejne 20% czasu zajmuje funkcja `product()`, obliczająca odległość Hilberta-Schmidta pomiędzy dwoma stanami. Pozostałe wywołania mają stosunkowo marginalny wpływ na czas pracy i ich analiza na tym etapie nie niesie za sobą znaczących korzyści.

Takie wyniki wskazują jednoznacznie że kluczowa dla wydajności jest tu maksymalizacja wydajności operacji macierzowych. W uzyskanych danych nie widać problemów z operacjami I/O².

2.2 Współbieżność

Algorytm z którego korzysta program CSSFinder nie pozwala się efektywnie uwspółbieżniać obliczeń dla pojedynczego stanu. O ile możliwe jest współbieżne wykonywanie mnożeń macierzowych, to rozsądniejszym rozwiązaniem jest polegać na bibliotekach zewnętrznych, jako że są one efektem starań wielu zespołów doświadczonych programistów. Szczególnie interesujące są biblioteki które posiadają dedykowane dla platformy, optymalizowane, warianty implementacji mnożeń macierzowych i podobnych operacji. Do takich bibliotek należy OpenBLAS, wykorzystywany przez NumPy.

NumPy automatycznie wykorzystuje wiele wątków do mnożeń macierzowych jeśli te są wykonywane na odpowiednio dużych macierzach. W przypadku małych macierzy, kosztowność synchronizacji obliczeń wielowątkowych przekroczyła uzyskiwane korzyści, szczególnie biorąc pod uwagę, że współczesne procesory obsługują instrukcje SIMD, pozwalające na uzyskiwanie wysokiej przepustowości obliczeniowej.

Wykonalne jest uzyskanie współbieżności na poziomie wielu stanów. Ten efekt można całkiem efektywnie uzyskać przy pomocy odpowiednio spreparowanych skryptów powłoki, wywołujących program wielokrotnie w tle. Jednocześnie wygodniejsze jest posiadanie wbudowanego mechanizmu zarządzania zadaniami wbudowanego w program. Z tego względu do nowo powstałego kodu dodałem mechanizm automatycznego zarządzania wieloma procesami. Załącza się on automatycznie i jest całkowicie niewidoczny dla użytkownika.

¹Wartość 77% jak i wartości procentowe dalszej części tego akapitu zostały zaokrąglone do jedności, ze względu na małe znaczenie rzeczowe części ułamkowych.

²I/O - operacje wejścia wyjścia, w tym wypadku odczyt z i pisanie do plików.

2.3 Modularyzacja

Podczas procesu optymalizacji planowałem wypróbować liczne rozwiązania, które wymagały zasadniczych zmian w algorytmie. Jednocześnie część programu odpowiadająca za interakcję z użytkownikiem i ładowanie zasobów pozostawała taka sama. Zdecydowałem więc że tworzony przeze mnie kod musi być modularny. Tak też program został podzielony na część, główną (core) oraz część implementującą algorytm (backend). Korpus jest w całości napisany w języku Python i wykorzystuje wbudowany w ten język mechanizm importowania w celu wykrywania i ładowania implementacji algorytmu. Dane Macierzowe w obrębie korpusu przechowywane są jako obiekty `ndarray` z biblioteki NumPy, ze względu na uniwersalność w świecie bibliotek do obliczeń tensorowych. Pozwala to na proste podmiany implementacji o dowolnie różnym pochodzeniu, co było kluczowe w procesie weryfikacji wydajności różnych implementacji.

2.4 Dostępne narzędzia

2.4.1 Kompilacja AOT

Obecnie najpowszechniej używana implementacja języka Python, CPython, posiada możliwość korzystania z bibliotek współdzielonych (`.so` - Linux, `.dll/.pyd` - Windows). Dostęp do funkcji zawartych w takich bibliotekach można uzyskać na kilka sposobów:

1. Przy pomocy API modułu `ctypes`[21] które pozwala opisać interfejs funkcji obcej (tj. takiej która została napisana w języku niższego poziomu i skompilowana do kodu maszynowego) i wywołać tak opisaną funkcję.
2. Poprzez zawarcie w bibliotece odpowiednio nazwanych symboli, automatycznie rozpoznawanych przez interpreter języka Python. Takie biblioteki określa się mianem modułów rozszerzeń [22]. W tym przypadku warto dodać, że pomimo, że oficjalna dokumentacja wspomina tylko o językach C i C++, natomiast powstały biblioteki które pozwalają wykorzystać w łatwy sposób wiele innych języków programowania, takich jak Rust przy pomocy Py03[20] lub G0 z użyciem biblioteki gopy[15].
3. Wykorzystując bibliotekę Cython[16][3]. Oferuje ona dedykowany język, o tej samej nazwie, który jest nadzbiorem języka Python, który rozszerza jego składnię o możliwość statycznego typowania. Biblioteka zawiera zawierają transpilator, zdolny przetłumaczyć dedykowany

język na C/C++, a następnie, wykorzystując osobno zainstalowany kompilator, skompilować do kodu maszynowego.

4. Kompilując kod pythona z użyciem bibliotek `mypyc`[35]. Ta, podobnie do Cythona, również zawiera transpilator, natomiast zamiast korzystać z dedykowanego języka, bazuje on na dodanych w Pythonie 3.5[5] (PEP 484[28] i PEP 483[27]), adnotacjach typów. Jest on rozwijany obok projektu `mypy` - pakietu do statycznej analizy typów dla języka Python, również opartej na adnotacjach typów[33].

Ponieważ w każdym z wymienionych przypadków, kod niższego poziomu jest kompilowany przed dostarczeniem do użytkownika, pozwala to na wykorzystanie zaawansowanych możliwości automatycznej optymalizacji dostarczanych przez współczesne kompilatory, na przykład LLVM, które jest sercem implementacji `clang` (język C++) oraz `rustc` (język Rust). Wiele bibliotek korzysta z mieszanek wymienionych powyżej metod.

Powyższe rozwiązania są wykorzystywane przez:

- NumPy
- CuPy
- Tensorflow
- PyTorch

Każda z tych bibliotek oferuje zestaw funkcjonalności wystarczający do akceleracji interesującego nas algorytmu.

2.4.2 Kompilacja JIT

W momencie pisania tej pracy istnieją dwa szeroko dostępne i aktywnie utrzymywane narzędzia oferujące kompilację JIT dla języka Python. Jednym z nich jest pełna alternatywna implementacja języka Python - PyPy[36]. Wykonywana przez nią kompilacja JIT działa on na podobnej zasadzie do uprzednio wymienionych - śledzi cały kod który wykonuje i automatycznie decyduje które fragmenty skompilować do kodu maszynowego[1]. Drugim narzędziem jest biblioteka Numba[6][7]. Ona, w przeciwieństwie do PyPy, wymaga aby fragmenty kodu, które mają być skompilowane, miały postać funkcji oznaczonych dedykowanymi dekoratorami³.

³Obecnie dostępny jest też dekorator pozwalający na kompilację klas, niestety jest on niestabilny i nie radzi sobie w wielu sytuacjach.

2.5 Optymalizacja

Weryfikacja każdej dostępnych metod byłaby czasochłonna oraz często nieuzasadniona - wiele z tych narzędzi nie było tworzonych z myślą o przypadku który rozważamy lub wykazuje się mniejszą wydajnością od rozwiązań równoważnych. Ostatecznie analizie poddałem następujące warianty implementacji programu CSSFinder:

- w języku Python, bazującą na bibliotece NumPy,
- w języku Python, bazującą na bibliotece NumPy z kompilacją JIT z użyciem pakietu Numba,
- w języku Python, bazującą na bibliotece NumPy z kompilacją AOT z wykorzystaniem pakietu Cython i kompilatora GCC,
- w języku Rust, bazującą na bibliotece ndarray z kompilacją AOT z wykorzystaniem rustc (LLVM)

2.6 Re-implementacje

2.6.1 Python i NumPy

2.6.2 Python i NumPy z JIT

2.6.3 Python i NumPy z AOT

2.6.4 Rust

2.7 Precyzja obliczeń

Oryginalny program posługiwał się liczbami zespolonymi stworzonymi na bazie zmiennoprzecinkowych podwójnej precyzji. Jednak ponieważ analizowane dane utrzymują zakres wartości blisko 0, do efektywnych obliczeń nie jest konieczna podwójna precyzja. Podstawową zaletą tej zmiany jest zmniejszenie rozmiaru macierzy w pamięci, a to w pozwala na umieszczenie większej części macierzy w pamięci podręcznej procesora. Dodatkowo zwiększa to przepustowość wektoryzowanego kodu (Zestawy instrukcji FMA używają rejestrów o rozmiarach 128 i 256 bit, można więc w jednym takim rejestrze umieścić dwukrotnie więcej 32 bitowych liczb pojedynczej precyzji niż 64 bitowych podwójnej).

- 2.8 Pomiary czasu pracy
- 2.9 Ponowne profilowanie
- 2.10 Funkcja kronecker
- 2.11 Funkcja product
- 3 Wyniki
- 4 Dyskusja

Odwołania

- [1] Carl Friedrich Bolz i in. „Tracing the meta-level: PyPy’s tracing JIT compiler”. W: *Proceedings of the 4th workshop on the Implementation, Compilation, Optimization of Object-Oriented Languages and Programming Systems*. 2009, s. 18–25.
- [2] Patrick Lindemann. „The gilbert-johnson-keerthi distance algorithm”. W: *Algorithms in Media Informatics* (2009).
- [3] Stefan Behnel i in. „Cython: The best of both worlds”. W: *Computing in Science & Engineering* 13.2 (2010), s. 31–39.
- [4] Mark Lutz. *Learning python: Powerful object-oriented programming*. Ó’Reilly Media, Inc.", 2013.
- [5] Yury Selivanov Elvis Pranskevichus. *What’s New In Python 3.5*. 2015. URL: <https://docs.python.org/3/whatsnew/3.5.html> (term. wiz. 14.05.2023).
- [6] Siu Kwan Lam, Antoine Pitrou i Stanley Seibert. „Numba”. W: *Proceedings of the Second Workshop on the LLVM Compiler Infrastructure in HPC*. ACM, list. 2015. DOI: 10.1145/2833157.2833162. URL: <https://doi.org/10.1145/2833157.2833162>.
- [7] Inc. Anaconda i in. *Numba documentation*. 2020. URL: <https://numba.readthedocs.io/en/stable/user/index.html> (term. wiz. 12.05.2023).
- [8] Charles R. Harris i in. „Array programming with NumPy”. W: *Nature* 585.7825 (wrz. 2020), s. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [9] Palash Pandya, Omer Sakarya i Marcin Wieśniak. „Hilbert-Schmidt distance and entanglement witnessing”. W: *Physical Review A* 102.1 (2020), s. 012409.
- [10] Marcin Wieśniak i in. „Distance between bound entangled states from unextendible product bases and separable states”. W: *Quantum Reports* 2.1 (2020), s. 49–56.
- [11] Mirko Consiglio, Tony JG Apollaro i Marcin Wieśniak. „Variational approach to the quantum separability problem”. W: *Physical Review A* 106.6 (2022), s. 062413.
- [12] NumPy Developers. *NumPy documentation*. 2022. URL: <https://numpy.org/doc/stable/> (term. wiz. 12.05.2023).

- [13] Inc. GitHub. *The top programming languages*. 2022. URL: <https://octoverse.github.com/2022/top-programming-languages> (term. wiz. 14.05.2023).
- [14] Marcin Wieśniak. „Two-Qutrit entanglement: 56-years old algorithm challenges machine learning”. W: *arXiv preprint arXiv:2211.03213* (2022).
- [15] The go-python Authors. *go-python/gopy: gopy generates a CPython extension module from a go package*. 2023. URL: <https://github.com/go-python/gopy> (term. wiz. 14.05.2023).
- [16] *Cython C-Extensions for Python*. 2023. URL: <https://cython.org/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [17] Matt Davis. *snakeviz · PyPI*. 2023. URL: <https://pypi.org/project/snakeviz/> (term. wiz. 22.05.2023).
- [18] NumPy Developers. *Random Generator — NumPy v1.24 Manual*. 2023. URL: <https://numpy.org/doc/1.24/reference/random/generator.html> (term. wiz. 22.05.2023).
- [19] The pip developers. *pip · PyPI*. 2023. URL: <https://pip.pypa.io/en/stable/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [20] The PyO3 developers. *PyO3 user guide*. 2023. URL: <https://pyo3.rs/v0.18.3/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [21] Python Software Foundation. *ctypes — A foreign function library for Python*. 2023. URL: <https://docs.python.org/3/library/ctypes.html> (term. wiz. 14.05.2023).
- [22] Python Software Foundation. *Extending Python with C or C++*. 2023. URL: <https://docs.python.org/3/extending/extending.html> (term. wiz. 14.05.2023).
- [23] Python Software Foundation. *Packaging PEPs | peps.python.org*. 2023. URL: <https://peps.python.org/topic/packaging/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [24] Python Software Foundation. *Welcome to Python.org*. 2023. URL: <https://www.python.org/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [25] Inc. Free Software Foundation. *GCC, the GNU Compiler Collection*. 2023. URL: <https://gcc.gnu.org/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [26] Inc. Free Software Foundation. *Git*. 2023. URL: <https://gcc.gnu.org/> (term. wiz. 14.05.2023).

- [27] Ivan Levkivskyi Guido van Rossum. *PEP 483 - The Theory of Type Hints*. 2023. URL: <https://peps.python.org/pep-0483/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [28] Łukasz Langa Guido van Rossum Jukka Lehtosalo. *PEP 484 - Type Hints*. 2023. URL: <https://peps.python.org/pep-0484/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [29] hanabi1224. *Programming Language and compiler Benchmarks - C VS Python benchmarks*. 2023. URL: <https://programming-language-benchmarks.vercel.app/c-vs-python> (term. wiz. 14.05.2023).
- [30] hanabi1224. *Programming Language and compiler Benchmarks - C++ VS Python benchmarks*. 2023. URL: <https://programming-language-benchmarks.vercel.app/cpp-vs-python> (term. wiz. 14.05.2023).
- [31] hanabi1224. *Programming Language and compiler Benchmarks - Rust VS Python benchmarks*. 2023. URL: <https://programming-language-benchmarks.vercel.app/rust-vs-python> (term. wiz. 14.05.2023).
- [32] Steve Klabnik i Carol Nichols. *The Rust programming language*. No Starch Press, 2023.
- [33] Jukka Lehtosalo i mypy contributors. *mypy 1.2.0 documentation*. 2023. URL: <https://mypy.readthedocs.io/en/stable/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [34] TIOBE Software. *TIOBE Index for May 2023*. 2023. URL: <https://www.tiobe.com/tiobe-index/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [35] mypyc team. *mypyc 1.2.0 documentation*. 2023. URL: <https://mypyc.readthedocs.io/en/stable/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [36] The PyPy Team. *PyPy Home Page*. 2023. URL: <https://www.pypy.org/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [37] Krzysztof Wiśniewski. *CSSFinder (Core, PyPI)*. 2023. URL: <https://pypi.org/project/cssfinder/> (term. wiz. 14.05.2023).
- [38] Krzysztof Wiśniewski. *CSSFinder (Core)*. 2023. URL: <https://github.com/Argmaster/CSSFinder> (term. wiz. 12.05.2023).
- [39] Krzysztof Wiśniewski. *CSSFinder Numpy Backend*. 2023. URL: https://github.com/Argmaster/cssfinder_backend_numpy (term. wiz. 12.05.2023).
- [40] Krzysztof Wiśniewski. *CSSFinder Numpy Backend (PyPI)*. 2023. URL: <https://pypi.org/project/cssfinder-backend-rust/> (term. wiz. 12.05.2023).

- [41] Krzysztof Wiśniewski. *CSSFinder Rust Backend*. 2023. URL: https://github.com/Argmaster/cssfinder_backend_rust (term. wiz. 12.05.2023).
- [42] Krzysztof Wiśniewski. *CSSFinder Rust Backend (PyPI)*. 2023. URL: <https://pypi.org/project/cssfinder-backend-numpy/> (term. wiz. 12.05.2023).