CASIO CLASSWIZ 系列科学计算器

fx-991CN X

上海高考应用教程

知乎用户@電卓院亜紀良　　编著

编　　著　　　知乎用户 @電卓院亜紀良

欢迎关注：

知乎专栏　**你的计算器**　https://zhuanlan.zhihu.com/calculators

知乎主页　@電卓院亜紀良　https://www.zhihu.com/people/haruakira

计算器交流群（QQ 群）　1005929396

前　言

上海市的高考自 2000 年开始允许考试携带计算器，虽然不限型号，但要求考生所携带的计算器不得有无线通信、存储功能、图形功能。这也就是说，考生可以在上海高考考场上使用的计算器只能是普通的科学计算器，而目前国内市场上所销售的计算器型号中，功能最多、性能最好的当属 CASIO fx-991CN X 中文版。

虽然计算器在高考数学中仅仅作为辅助的计算工具，但如果在具有良好的数学基础与熟练掌握计算器的功能操作的前提下，了解一些计算器的操作技巧，灵活运用数学知识完成解题过程，这对于考试解题效率的提升是有很大帮助的。

CASIO fx-991CN X 于 2014 年 6 月在中国发布，同年 7 月上市，在上海市高考考场已历经多年的洗礼。无论是在学生之间，还是在网络上，都流传着许多 fx-991CN X 在考试解题中的应用方法或教程。然而这些应用方法或教程都是零散的，没有系统的整理与说明，更有甚者鱼目混珠，用滥竽充数的劣质教程盈利，对考生造成不良影响。作为有着丰富计算器使用经验的专业计算器的研究团队，我们有责任、有义务为广大上海的考生提供专业的高考计算器解题应用教程，期待大家能在阅读本书的基础上，更好地掌握计算器的使用技巧，应用在考试中以提高解题的效率，争分夺秒考出更好的成绩。

本书共八章，第一章介绍 fx-991CN X 的基本操作以及对后面章节的一些记号等内容的说明，第二章至第八章按照 fx-991CN X 的模式功能的顺序，以简要概述加上例题的形式讲解 fx-991CN X 各功能在高考中的应用。本书选用的例题多数都是历年来的高考真题，因此具有很高的参考价值。考虑到本书的受众是高中生，为增强阅读体验，我们采用了彩色排版，版面清晰，大方美观。

由于本书的内容侧重于计算器在解题过程中的应用，对于计算器的基本操作以及诸多注意事项没有提及，有关这一部分的内容，请参阅我们翻译・改编的《fx-991CN X 使用教程》一书，这本书对于计算器的所有功能以及注意事项均有详细的说明。

途，包括但不限于复制（或抄袭、模仿、转载）本书的内容、将本书重新改编、发布在其他网站或链接中、用于销售、印刷、在商业网站及应用软件上进行传播、下载、作为商业活动材料发放、直接或间接改编后作为商品说明销售等行为。同时，本书的内容仅供参考，作者对本书不作任何承诺，包括但不限于读者因阅读本书而造成的物质或精神利益得失、书中涉及知识的绝对正确性等等。本书的最终解释权归本书作者所有。此外，本书的内容若有更改，恕不另行通知。

读者朋友们如果在阅读本书的过程中有任何疑问，或者对本书内容有更好的意见或建议，欢迎加入到我们的 QQ 群（群名称：计算器交流群，群号：1005929396）中参与讨论。由于时间仓促，以及作者水平有限，书中不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。

本书作者

知乎专栏“你的计算器”编辑&作者　電卓院亜紀良

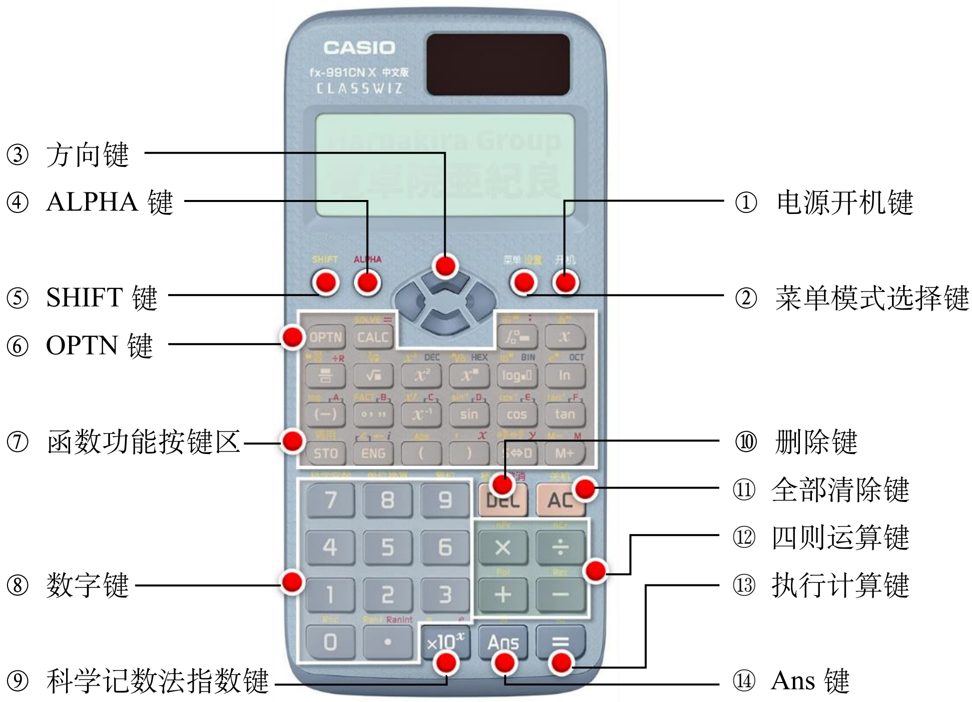
2020 年 4 月

目　录

第一章　fx-991CN X 基本操作

1.1　理解科学计算器的各部分

■ 各部分的说明



① 电源开机键（开机）

按下即可打开计算器的电源。

② 菜单模式选择键（菜单）

需要选择计算的模式时按下该键。如果先按下 SHIFT 再按该键，可以进入计算器的各项设置。详细的内容可以参考“选择计算的模式”（第 6 页）以及“计算器的各种设置”（第 7 页）。

③ 方向键（▲▼◀▶）

用于修改输入的算式、或者显示计算历史等等。

④ ALPHA 键（ALPHA）

要输入按键上方和“ALPHA”相同颜

色表示的函数、变量、常数等符号的时候，需要先按这个按键。

⑤ SHIFT 键（SHIFT）

要输入按键上方和“SHIFT”相同颜色表示的函数或者执行相应的功能的时候，需要先按这个按键。

⑥ OPTN 键（OPTN）

在各个计算模式中调用选项菜单功能。调用双曲函数／反双曲函数、角度单位、工学词头单位符号。

⑦ 函数功能按键区

输入特定的符号、函数等内容的时候所使用的按键区域。

⑧ 数字键（0 ~ 9 / .）

输入数值时所使用的按键区域。

⑨ 科学记数法指数键（×10^x）

输入科学记数法表示的数（$a\times 10^x$ 形式）的时候所使用的按键，特别对于位数较多而有效位数较少的数是十分便利的。

⑩ 删除键（DEL）

主要用于删除算式中不需要的数字等内容。

⑪ 全部清除键（AC）

主要用于全部清除屏幕中显示的算式、计算结果等等。

⑫ 四则运算键（+ / − / × / ÷）

需要输入＋、－、×、÷等运算符号时使用。

⑬ 执行计算键（=）

主要用于执行输入的算式。

⑭ Ans 键（Ans）

用于调用上一次计算的结果的按键。Ans 键总是记录上一次计算的结果。

■ 按键的表示与使用方法

本书中的按键表示

在本书中，各种按键的操作按以下方式表示。

- 单个按键的操作按照按键表面印刷的文字或记号表示，数字键除外。

  例如：1，2，+，−，√■，DEL，AC 等等

- 多个按键的连续操作按照按键的顺序排列表示。

  例如：2 x² + 3 x² =（这是输入“$2^2+3^2=$”的按键操作示例）

● 几乎每个按键都有不止一种功能，按下 SHIFT 或 ALPHA 后，不会调用按键表面上印刷的字符的功能，而是按键上方印刷的功能。

调用某一按键上方印刷的功能时的操作，按以下方式表示：

表示先按 SHIFT 键，然后再按 sin 键。

例如：SHIFT sin (sin⁻¹)

将前面操作调用的功能用括号“( )”来表示。

按键使用基本方法

如前面“本书中的按键提示”的内容所述，几乎每个按键都有不止一种功能。调用某个功能应该如何按键，看按键的表面及上方印刷的文字或符号的颜色即可。

按键使用的基本方法

● 按键表面印刷的功能，直接按下该按键即可调用。

例如：1，+，AC，DEL 等等。

※开机和 菜单 键除外，这两个按键功能文字被印在按键的上方。

● 按键上方以和 SHIFT 相同颜色印刷的函数或功能，按下 SHIFT 键之后再按这个键即可调用。

例如：SHIFT sin （$\sin^{-1}$），SHIFT DEL （插入）

● 按键上方以和 ALPHA 相同颜色印刷的函数、变量、常数、符号等，按下 ALPHA 键之后再按这个键即可调用。

例如：ALPHA (−) （A），ALPHA $\times10^x$ （e）

特定模式下按键的使用方法

● 按键上方与 *i* 相同颜色印刷的内容以及用相同颜色的括号“┏　┓”括起来的内容，需要进入计算器的“复数”模式后再使用。

● 按键上方与 DEC 相同颜色印刷的内容以及用相同颜色的括号“┏　┓”括起来的内容，需要进入计算器的“基数”模式后再使用。

关于本书中的例题

例题中有下列记号的，需要切换角度单位（第 6 页），否则会影响最终的计算结果。

角度　　选择角度单位设置中的“度（D）”。

弧度　　选择角度单位设置中的“弧度（R）”。

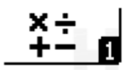
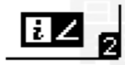
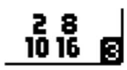
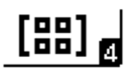
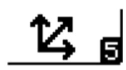
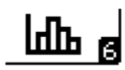
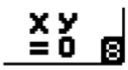
1.2　在开始计算之前

■ 选择计算的模式

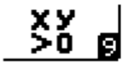
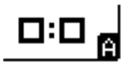
什么是计算的模式？

fx-991CN X 计算器中拥有十个计算的模式，如表 1-1 所示。根据计算的需求，必须选择正确的计算模式。

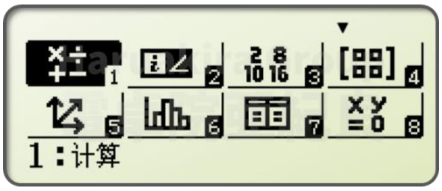
表 1-1　fx-991CN X 的计算模式

模式	图标	功能说明
计算		执行包括函数计算在内的一般计算模式，也是 fx-991CN X 的初始计算模式。执行将计算的模式以及设置内容全部清除的操作后，也会切换回这个模式。
复数		执行算式包含复数或者结果是复数的计算。
基数		执行 2 进制、8 进制、10 进制、16 进制之间相互转换及计算、逻辑计算。
矩阵		执行最大 4 × 4 矩阵的相关计算。
向量		执行平面（2 维）或空间（3 维）向量的相关计算。
统计		执行单变量统计计算或各种回归计算。
表格		根据输入的一个或两个函数表达式，生成数值表格。
方程 / 函数		能够求解线性方程组、多项式方程的解。

续表

模式	图标	功能说明
不等式		能够求解一元二～四次不等式。
比例		能够求解比例式。

选择计算的模式的方法



1. 按 [菜单] 键。
- 此时计算器显示选择模式的图标菜单界面。
2. 用方向键移动反色图标到想要的模式上。
3. 进入选好的模式，按 [=] 键即可。

■ 计算器的各种设置

要对计算器进行设置的时候，需要在按 [SHIFT] [菜单] 之后显示的设置菜单中进行。

- 表中用下划线（____）标出的是计算器的默认设置。

输入与输出的显示方式

决定计算器输入的方式以及计算结果的显示方式。

数学自然显示方式（数学自然显示输入／输出、数学自然显示输入／小数形式输出）

分数、二次根式、微分与积分、指数与对数等等数学符号，能够像教科书或书写过程那样输入。选择“数学输入／数学输出”的时候，包含分数、二次根式、π 的计算结果能够尽可能地显示成包含分数、二次根式、π 的形式。

例如 $1\div 2$ 的计算结果显示为 $\frac{1}{2}$，$\pi\div 3$ 的计算结果显示为 $\frac{\pi}{3}$。

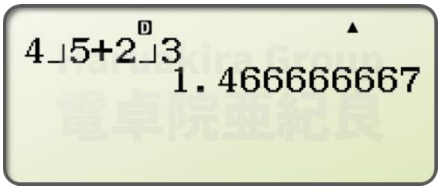
选择“数学输入／小数输出”的时候，计算结果一律以小数的形式显示。

线性显示方式（线性显示输入／输出、线性显示输入／小数输出）

分数等各种数学函数以科学计算器特有的形式输入。因为算式是一直以单独一行的

形式输入的，所以称为线性显示方式。例如 $\frac{1}{2}$ 以“1 ⌟2”的形式、$\log_2 4$ 以“log(2,4)”的形式输入。选择“线性输入／线性输出”的时候，计算结果会显示为小数或分数；选择“线性输入／小数输出”的时候，计算结果只以小数形式显示。

表 1-2　显示方式设置

显示方式设置	操作方法（按键）	显示举例
数学输入／数学输出	SHIFT 菜单（设置）1（输入／输出）1（数学输入／数学输出）	
数学输入／小数输出	SHIFT 菜单（设置）1（输入／输出）2（数学输入／小数输出）	
线性输入／线性输出	SHIFT 菜单（设置）1（输入／输出）3（线性输入／线性输出）	
线性输入／小数输出	SHIFT 菜单（设置）1（输入／输出）4（线性输入／小数输出）	

【提示】

进入基数、矩阵、向量、统计等模式后，计算器会自动地强制切换为线性输入、线性或小数输出的显示方式。

角度单位的选择

当涉及到有三角函数或反三角函数计算的时候，需要注意从“度（D）”、“弧度（R）”以及“百分度（G）”中选择输入的算式以及计算结果的角度单位。

表 1-3　角度单位设置

角度单位设置	操作方法（按键）
度（D）	SHIFT 菜单（设置）2（角度单位）1（度（D））
弧度（R）	SHIFT 菜单（设置）2（角度单位）2（弧度（R））
百分度（G）	SHIFT 菜单（设置）2（角度单位）3（百分度（G））

计算结果的显示格式的选择

用于指定计算结果的显示格式，例如结果保留的小数位数等的时候的设置。“位数”（Fix 0～9）用于指定计算结果保留的小数点后的位数，“科学”（Sci 0～9）用于指定计算结果保留的有效数字位数，并以科学记数法表示，“常规”（Norm 1～2）用于指定计算器显示小数结果与科学记数法结果的表示范围。

表 1-4　显示格式设置

显示格式设置	操作方法（按键）
小数点后保留位数的格式	SHIFT 菜单（设置）3（显示格式）1（位数（Fix）） 0（指定 0 位）～9（指定 9 位）
有效数字位数保留的格式	SHIFT 菜单（设置）3（显示格式）2（科学（Sci）） 1（指定 1 位）～9（指定 9 位）、0（指定 10 位）
计算结果表示范围的格式	SHIFT 菜单（设置）3（显示格式）1（常规（Norm）） 1（常规 1）～2（常规 2） ※有关常规 1 和常规 2 的区别，请参考下面的“提示”。

【提示】有关设置之后的计算结果的显示

● 选择位数（Fix）之后，根据选择的 0～9 位保留相应位数的小数点后的数字，且计算结果的最后一位根据后面一位进行四舍五入。

例：$100 \div 7 = 14.286$（选择 Fix 3）

● 选择科学（Sci）之后，选择 1～9 保留相应的有效数字位数、选择 0 保留 10 位有效数字，且一律以科学记数法显示。

例：$1 \div 7 = 1.4286 \times 10^{-1}$（选择 Sci 5）

● 选择常规 1 或常规 2 之后，计算结果 x 在以下的范围表示为科学记数法的形式：

常规 1：$|x|<10^{-2}$，或者$|x|\geqslant 10^{10}$；常规 2：$|x|<10^{-9}$，或者$|x|\geqslant 10^{10}$。

例：$1\div 200=5\times 10^{-3}$（选择常规 1），$1\div 200=0.005$（选择常规 2）

复数计算结果的表示形式选择

用于设置复数模式以及方程／函数模式中的多项式方程得到的复数结果以代数形式（$a+bi$）或以极坐标形式（$r\angle\theta$）显示。

表 1-5　复数计算结果设置

复数计算结果设置	操作方法（按键）
复数计算结果显示为代数形式	SHIFT 菜单（设置）▼ 2（复数）1（a＋bi）
复数计算结果显示为极坐标形式	SHIFT 菜单（设置）▼ 2（复数）2（r∠θ）

统计计算模式显示切换设置

用于切换统计计算数据编辑表格界面上是否显示频数列（Freq）。

表 1-6　统计计算模式频数列显示设置

频数列显示设置	操作方法（按键）
打开频数列显示	SHIFT 菜单（设置）▼ 3（统计）1（开）
关闭频数列显示	SHIFT 菜单（设置）▼ 3（统计）2（关）

方程／函数模式选择是否显示复数根的设置

用于设置方程／函数模式是否显示复数根。

表 1-7　方程／函数模式复数根的显示设置

复数根的显示设置	操作方法（按键）
显示复数根	SHIFT 菜单（设置）▼ 4（方程／函数）1（开）
不显示复数根	SHIFT 菜单（设置）▼ 4（方程／函数）2（关）

表格模式函数表达式的数目设置

用于设置表格模式生成一个函数或两个函数的数值表格。

表 1-8　表格模式函数表达式数目设置

函数表达式数目设置	操作方法（按键）
一个函数 $f(x)$	SHIFT 菜单（设置）▼▼ 1（表格）1（f(x)）
两个函数 $f(x)$，$g(x)$	SHIFT 菜单（设置）▼▼ 1（表格）2（f(x)，g(x)）

■ 恢复初始的模式以及设置

将计算的模式以及设置内容全部清除，能够回到初始的模式以及设置。清除按以下方式进行。

SHIFT 9（复位）1（设置数据）=（是）AC

■ 将计算器恢复到初始状态

执行以下操作，fx-991CN X 计算的模式、所有的设置状态，以及全部的变量内容将会被清空，回到出厂设置状态。

开机 SHIFT 9（复位）3（全部初始化）=（是）AC

第二章　计算模式功能应用

2.1　数列求和问题

■ Σ 连加求和功能

将 n 个数 a_1，a_2，…，a_n 的和记作 $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i$，其中“Σ”称为连加号，$i$ 为与结果无关的求和指标。例如

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2$$

连加求和有以下两个性质：

性质 1　$\sum\limits_{i=1}^{n}(a_i \pm b_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_i \pm \sum\limits_{i=1}^{n} b_i$；

性质 2　$\sum\limits_{i=1}^{n}(ta_i) = t\sum\limits_{i=1}^{n} a_i$，其中 t 是与 i 无关的常数。

fx-991CN X 可以直接计算 Σ 连加求和。在计算器上，求和指标用变量 x 表示，且指标不必从 1 开始，但必须是整数。

【例 1】使用 fx-991CN X 计算 $\sum\limits_{x=1}^{10}(2x+1)$。

【解】按 [菜单] [1] 进入计算模式。按 [SHIFT] [x] (Σ■) 调出连加求和模板，按 [2] [x] [+] [1] 输入 $2x+1$，按 [▼] [1] [▲] [1] [0] 输入开始值和终止值，最后按 [=] 计算。

■ 运用 Σ 连加求和功能求解数列求和问题

在数列求和问题中，如果能将数列的通项公式求出，就可以直接使用 Σ 连加求和功能来计算。

【例 2】（2019 年高考第 8 题）

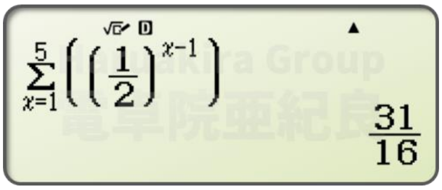
已知 $S_n + a_n = 2$，则 $S_5 =$________。

【解】 $n=1$ 时，有 $a_1 + a_1 = 2$，因此 $a_1 = 1$；

考虑 $S_{n+1} + a_{n+1} = (S_n + a_{n+1}) + a_{n+1} = S_n + a_n = 2$，有 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{1}{2}$。

因此 $a_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$，$S_5 = \sum\limits_{n=1}^{5} a_n = \sum\limits_{n=1}^{5}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$。

使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [1] 进入计算模式。按 [SHIFT] [x] (Σ▬) [(] [1] [▭/▭] [2] [▶] [)] [x■] [x] [−] [1] [▼] [1] [▲] [5] [=]，得到结果为 $\dfrac{31}{16}$。



答案：$\dfrac{31}{16}$。

2.2　方程求解

■ SOLVE 功能

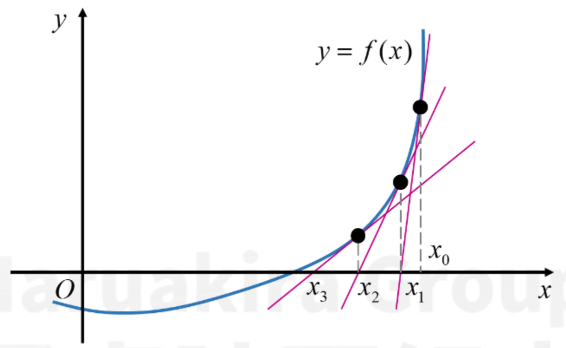
当我们不需要求方程的精确解的时候（例如求解超越方程），可以通过数值计算的方法来求得方程的近似解。我们学过的二分法，就是求方程数值解的方法之一。

fx-991CN X 的计算模式中内置了一个名为“SOLVE”的功能，它使用的是牛顿法求

解方程的数值解。牛顿法相比于二分法的优点在于收敛速度快，在指定了合适的初始值的情况下，很容易得到方程的一个解。牛顿法的原理是给定一个初始值 x_0，构造牛顿迭代公式

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

从而逐步得到方程的近似解。其几何解释是从初值 x_0 对应的点开始，作函数 $f(x)$ 过点 $(x_0,\ f(x_0))$ 的切线，交 x 轴于 $x=x_1$ 处，然后继续作函数 $f(x)$ 过点 $(x_1,\ f(x_1))$ 的切线，交 x 轴于 $x=x_2$ 处。如此不断地重复，最终切点会无限接近于函数 $f(x)$ 与 x 轴的交点，如下图所示。



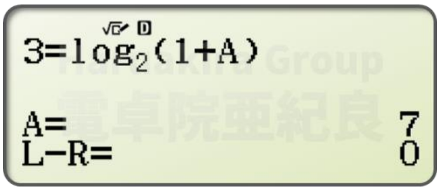
SOLVE 功能的优势在于无需将方程变形，直接求解方程的解。我们先看两道简单的例题。

【例 1】　（2018 年高考第 4 题）

设常数 $a\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\log_2(x+a)$，若 $f(x)$ 的反函数图象经过点（3，1），则 $a=$ ________。

【解】反函数与原来的函数关于直线 $y=x$ 对称，因此 $f(x)$ 的图象过点（1，3）。因此有方程 $3=\log_2(1+a)$。

使用 fx-991CN X 求解这个方程。按 [菜单] [1] 进入计算模式，按 [3] [ALPHA] [CALC] (=) [log■□] [2] [▶] [1] [+] [ALPHA] [(−)] (A) [SHIFT] [CALC] (SOLVE) [=]，即解得 $a=7$。

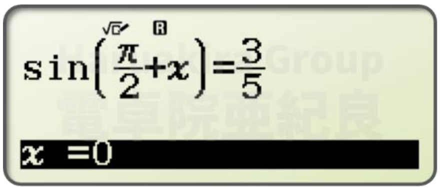


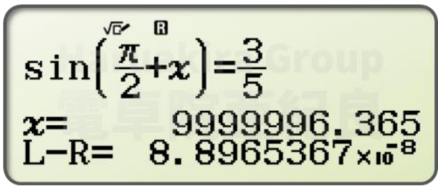
答案：7。

【例 2】若 $\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)=\frac{3}{5}$，则 $\cos 2\theta=$________。

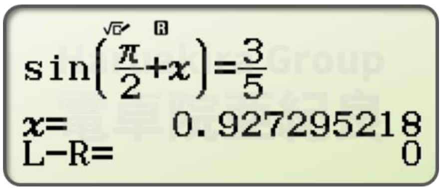
【解】使用 fx-991CN X 求解这个方程。

弧度　按 [菜单] [1] 进入计算模式，按 [sin] [SHIFT] [x10^x] (π) [分数] [2] [▶] [+] [x] [)] [ALPHA] [CALC] (=) [3] [分数] [5] 输入方程，其中变量 θ 用 x 代替。然后按 [SHIFT] [CALC] (SOLVE)，如果此时显示 x 的初始值是 0，那么按 [=] 会显示如下的结果：





很明显这是由初始值选取不合适引起的问题。方程的左边是周期函数，且 $x=0$ 使得方程的左边处于极值，迭代过程困难。解决该问题需要修改迭代的初始值，继续按 [=]，按 [1] [=] 输入初始值为 1，然后再按 [=] 即可得到解。



解出的结果被自动保留在变量 x 中，因此可以直接用于后续的计算。按 [cos] [2] [x] [)] [=]，得到 $\cos 2\theta$ 的值。

答案：$-\frac{7}{25}$。

通过例 2 我们可以看到，SOLVE 功能会受到其本身算法特性的限制，有时候会解出存疑的结果，甚至可能会给出“无解”的提示。如果出现这类情况，应当调整初始值，重新求解。

■ 方程存在多个解的情况

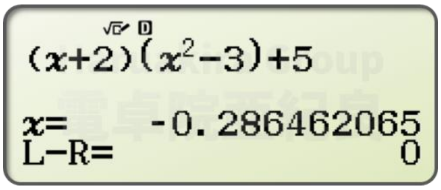
从牛顿法的原理我们可以看出，使用牛顿法每次只能得到方程的一个解，而方程存在多个根的时候就需要调整初始值。对于存在多个解的方程，选取合适的初始值并得到不同的解并非易事，往往需要复杂的更高级的数学推导过程（例如求二阶导数等等），但通常的方程可以靠猜想的方式来指定初始值，从而得到不同的解。

【例 3】求解方程 $(x+2)(x^2-3)+5=0$ 的全部三个实根近似值。

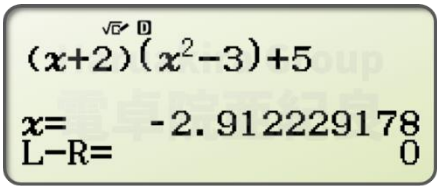
【解】使用 fx-991CN X 求解。

按 [菜单] [1] 进入计算模式。按 [(] [x] [+] [2] [)] [(] [x] [x²] [−] [3] [)] [+] [5] 输入方程，形式为 $f(x)=0$ 的方程可以不用输入等号以及等号右边的 0，有时可以利用计算器的这一特性，解得 x 的值之后再返回原式将 x 代入 $f(x)$ 计算表达式的值，并将表达式留在计算历史中。

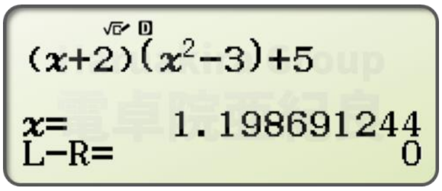
按 [SHIFT] [CALC] (SOLVE)，输入 [0] [=] 选择初始值为 0，然后按 [=] 求解，得到第一个解。



继续按 [=] 回到初始值赋值界面，输入 [(−)] [1] [0] [=] 选择初始值为 −10，然后按 [=] 求解，得到第二个解。



同样是继续按 [=] 回到初始值赋值界面，输入 [1] [0] [=] 选择初始值为 10，然后按 [=] 求解，得到第三个解。



如果保留四位小数，那么原方程三个实根的近似值分别为

$$x_1 \approx -2.9122 \quad x_2 \approx -0.2865 \quad x_3 \approx 1.1987$$

在考试中出现需要求解方程的情况时，如果题目给出了一定范围，可以选取该范围的端点值或中点值求解，往往能够很快地利用 SOLVE 功能求出需要的解。

此外，如果方程的形式不复杂，次数不高于 4，还可以整理成标准形式之后，在“方程／函数”模式中选择多项式方程，直接输入系数，一次解出所有的根（包括复数根）。

■ 方程含有多个变量的情况

含有多个变量的方程往往在判断关系存在与否的客观题中出现，而这类题目都具有一定的难度，借助计算器可以采用特殊值检验法尝试题中所给的情况，从而免去耗费时间推导的麻烦。

使用 fx-991CN X 的 SOLVE 功能求解方程时，如果方程中有多个变量，可以先为已知量赋值，然后求解未知量。

【例 4】 （2019 年高考第 16 题）

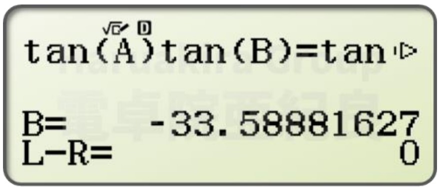
已知 $\tan\alpha\tan\beta=\tan(\alpha+\beta)$，有下列两个结论：① 存在 α 在第一象限，β 在第三象限；② 存在 α 在第二象限，β 在第四象限。则（　　）。

（A）①②均正确　（B）①②均错误　（C）①对②错　（D）①错②对

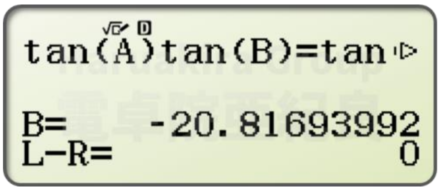
【解】 使用 fx-991CN X 求解。

角度　按 [菜单] [1] 进入计算模式。使用计算器上的变量 A 和 B 替换 α 和 β，按 [tan] [ALPHA] [(−)](A) [)] [tan] [ALPHA] [°'''](B) [)] [ALPHA] [CALC](＝) [tan] [ALPHA] [(−)](A) [+] [ALPHA] [°'''](B) [)] 输入方程 $\tan(\mathrm{A})\tan(\mathrm{B})=\tan(\mathrm{A}+\mathrm{B})$，按 [SHIFT] [CALC] (SOLVE) 进入初始值赋值界面。

先尝试结论①。假设 $\alpha=20°$，则为 A 赋值 20，然后求解 B。按 [2] [0] [=] 输入 A 的值，计算器自动切换到 B 的赋值界面，直接按 [=] 求解，得到 B 是第四象限的角。



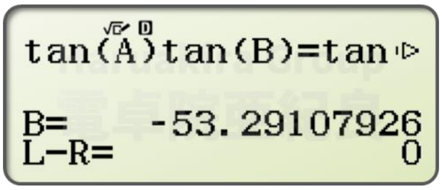
继续按 = 回到赋值的界面，此时显示的赋值变量是 B，按 ▲ 翻到变量 A，再假设几个 α 的值。例如 $\alpha=15°$ 或 $\alpha=30°$，当 $\alpha=15°$ 时 B 仍然是第四象限的角，而当 $\alpha=30°$ 时计算器给出无解的提示。



如果使用 SOLVE 功能解方程的过程中出现无解的情况，可以先按 AC，再按 ◀，然后按 SHIFT CALC (SOLVE)重新进入 SOLVE 界面。

重复输入第一象限内不同的角度值，可以发现只有 A 比较小的时候（23 及以下）会解出一个负值的 B，A 比较大的时候计算器给出无解提示，因此基本可以认为结论①是错的。

再尝试结论②。假设 $\alpha=120°$，按 1 2 0 = 输入 A 的值，然后再按 (−) 9 0 = 为 B 赋初始值 $-90°$，按 = 求解，得到 B 是第四象限的角，因此结论②正确。



答案：D。

可见，SOLVE 功能是考试中应用最频繁的功能之一，几乎只要有需要解方程的地方就会用到 SOLVE。除了这些例题的应用类型之外，还有求解取值范围（由方程解出端点值）、求函数的极值点（由令函数的导数为 0 的方程求出极值点的横坐标，再计算出极值）、圆锥曲线大题直接求解坐标，从而进一步求解其他的问题等等。

2.3　表达式赋值计算与数列递推

■ CALC 功能与多语句表达式

fx-991CN X 的 CALC 功能用于为含有变量的表达式赋值计算。例如需要多次重复计算的表达式，可以只改变变量的值，实现表达式的多次计算，避免重复输入表达式。再例如有些复杂的表达式输入数据会比较麻烦，可以使用变量代替表达式中的数据，然后依次赋值，不易出错。

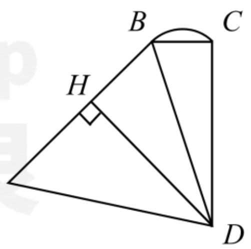
多语句表达式是 fx-991CN X 上的一种计算功能。通过用冒号（:）连接表达式，可以实现连续计算。

【例 1】　（2019 年高考第 19 题）

如图，A-B-C 为海岸线，AB 为线段，$\overset{\frown}{BC}$ 为四分之一圆弧，$BD=39.2\text{ km}$，$\angle BDC=22°$，$\angle CBD=68°$，$\angle BDA=58°$。

（1）求 $\overset{\frown}{BC}$ 的长度；

（2）若 $AB=40\text{ km}$，求 D 到海岸线 A-B-C 的最短距离。（精确到 0.001 km）

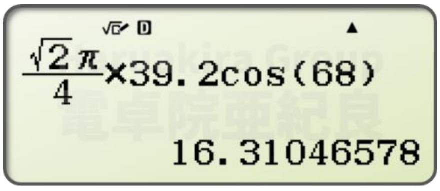


【分析】第（1）问直接根据图中的几何关系计算即可；第（2）问可以运用正弦定理求出未知边长，再运用海伦-秦九韶公式求解面积，通过求出的面积解出 AB 边上的高 DH 的长度，再将 DH 与 DC 比较，得到最短距离。

【解】（1）由 $\angle BDC=22°$，$\angle CBD=68°$，可以得到 $\angle BCD=90°$，因此 $\triangle BCD$ 是直角三角形，$BC=BD\cos 68°$；又 $\overset{\frown}{BC}$ 为四分之一圆弧，因此 $\overset{\frown}{BC}$ 的长度为

$$\frac{1}{4}\cdot 2\pi\cdot(BC\cdot\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}\pi}{4}BD\cos 68°$$

角度　使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [1] 进入计算模式，然后按 [√■] [2] [▶] [SHIFT] [×10^x](π) [■/■] [4] [▶] [×] [3] [9] [·] [2] [cos] [6] [8] [)] [=]计算。



（2）根据正弦定理，有

$$\frac{AB}{\sin\angle BDA}=\frac{AD}{\sin\angle ABD}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$$

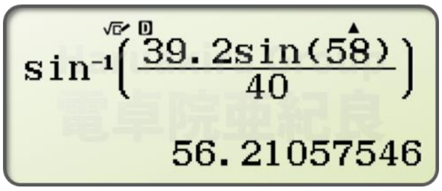
其中，$AB=40\ \text{km}$，$\angle BDA=58°$，$BD=39.2\ \text{km}$，由此可以进一步计算出

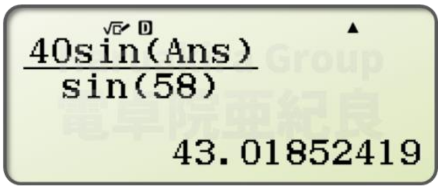
$$\angle BAD=\arcsin\frac{BD\sin\angle BDA}{AB}$$

然后可以得到

$$\angle ABD=180°-58°-\angle BDA,\quad AD=\frac{\sin\angle ABD}{\sin 58°}$$

使用 fx-991CN X 计算。按 SHIFT sin ($\sin^{-1}$) 3 9 · 2 sin 5 8) ▭ 4 0 ▶) = 得到$\angle BAD$。这里我们利用计算器的“Ans”功能，即记录前一次计算结果（Answer 的缩写）的按键。按 1 8 0 − 5 8 − Ans = 得到$\angle ABD$，最后按 4 0 sin Ans) ▭ sin 5 8) = 得到 AD。





因此，$AD=43\ \text{km}$。

然后我们使用 CALC 功能构造计算面积与 AB 边上的高 DH 长度的多语句表达式。

由海伦-秦九韶公式，

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}，其中\ s=\frac{a+b+c}{2}$$

计算器上没有字母 s，使用变量 D 代替。因此需要构造的多语句表达式就是

$$\mathrm{D}=\frac{\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}}{2}:\sqrt{\mathrm{D(D-A)(D-B)(D-C)}}:\frac{2\mathrm{Ans}}{40}$$

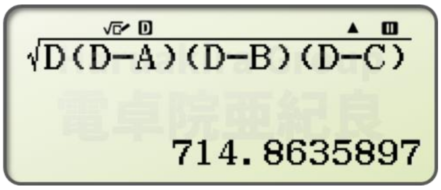
输入这一表达式，按键：

【ALPHA】【sin】(D)【ALPHA】【CALC】(=)【▭/▭】【ALPHA】【(−)】(A)【+】【ALPHA】【°'"】(B)【+】【ALPHA】【x^{-1}】(C)【▼】【2】【▶】

【ALPHA】【∫▭】(:)【√▭】【ALPHA】【sin】(D)【(】【ALPHA】【sin】(D)【−】【ALPHA】【(−)】(A)【)】【(】【ALPHA】【sin】(D)【−】【ALPHA】【°'"】(B)【)】【(】【ALPHA】【sin】(D)【−】【ALPHA】【x^{-1}】(C)【)】【▶】

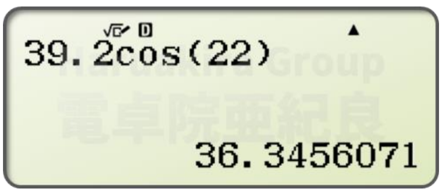
【ALPHA】【∫▭】(:)【2】【Ans】【▭/▭】【4】【0】，

然后按【CALC】进入 CALC 功能的变量赋值界面。由于表达式中的 A，B，C 可以相互轮换，因此可以按照任意顺序输入三条边长。依次按【4】【0】【=】【3】【9】【.】【2】【=】【4】【3】【=】输入三条边长，按【=】得到 D，继续按【=】得到面积，再按【=】即可得到 DH 的长度。



因此 $DH \approx 35.743\ \mathrm{km}$ 。

根据（1）中的结论，D 点距离 BC 的最短距离应为 DC 的长度，按【3】【9】【.】【2】【cos】【2】【2】【)】【=】计算。



因此 $DC \approx 36.346\ \mathrm{km} < DH$ 。故 D 到海岸线 A-B-C 的最短距离为 35.743 km。

■ CALC 功能与数列递推

我们可以发现，CALC 功能可以计算形如 $y=f(x)$ 形式的表达式的值。如果将 y 换成 x，那么表达式就变成了递推式 $x_n=f(x_{n-1})$。这样一来就可以用于解决数列递推相关的问题了。

【例 2】 （2012 年高考文科第 14 题）

已知 $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$，各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+2}=f(a_n)$，若 $a_{2010}=a_{2012}$，则 $a_{20}+a_{11}$ 的值为__________。

【解】 使用 fx-991CN X 求解。

先推出 a_{11} 的值。按 $\boxed{\text{菜单}}$ $\boxed{1}$ 进入计算模式，将 a_n 用 x 表示，然后按 $\boxed{x}$ $\boxed{\text{ALPHA}}$ $\boxed{\text{CALC}}$ (=) $\boxed{1}$ $\boxed{\frac{\square}{\square}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{+}$ $\boxed{x}$ 输入递推表达式 $x=\dfrac{1}{1+x}$。按 $\boxed{\text{CALC}}$ 进入赋值界面，按 $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ 输入初始值 1，再按 $\boxed{=}$ 得到 a_3。然后继续递推过程。按两次 $\boxed{=}$ 得到 a_5，再按两次 $\boxed{=}$ 得到 a_7，再按两次 $\boxed{=}$ 得到 a_9，再按两次 $\boxed{=}$ 就得到了 a_{11}。

因此 $a_{11}=\dfrac{8}{13}$。

作者：知乎用户@電卓院亜紀良

然后再计算a_{20}的值。根据$a_{2010}=a_{2012}$，以及$a_{n+2}=f(a_n)$，可以得到$a_{2012}=\dfrac{1}{1+a_{2012}}$，且有$a_{2012}=a_{2010}=a_{2008}=\cdots=a_{20}$，因此$a_{20}^2+a_{20}-1=0$，解得$a_{20}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$。

故$a_{20}+a_{11}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}+\dfrac{8}{13}=\dfrac{13\sqrt{5}+3}{26}$。

答案：$\dfrac{13\sqrt{5}+3}{26}$。

如果将多语句表达式和递推结合，可以构造多种多样的递推式。例如著名的斐波那契数列递推式$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$，利用 CALC 功能与多语句构造表达式

$$\mathrm{C=A+B:A=B:B=C}$$

输入上述表达式，按 CALC 之后，对 A 和 B 分别赋初始值$\mathrm{A}=1$，$\mathrm{B}=1$，一直按 = 即可得到斐波那契数列各项的值；如果表达式构造成

$$\mathrm{D=D+1:C=A+B:A=B:B=C}$$

输入上述表达式，按 CALC 之后，对 D 赋初始值 2，对 A 和 B 分别赋初始值$\mathrm{A}=1$，$\mathrm{B}=1$，一直按 = 即可得到斐波那契数列各项的下标 n 以及a_n的值。

2.4　排列组合与概率计算

排列数的定义是$\mathrm{A}_n^r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$，组合数的定义是$\mathrm{C}_n^r=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$。在计算器上，排列数一般是用 nPr 表示的，组合数一般是用 nCr 表示的。

fx-991CN X 有阶乘、排列数、组合数计算的功能，因此一些概率问题可以直接利用排列或组合功能求解。

【例】在一次历史与地理的联合测试中，有 6 道历史题和 4 道地理题共 10 道题供学生选择，要求学生从中任意抽取 5 道题作答，则某学生恰好抽到 3 道历史题和 2 道地理

题的概率是________。

【解】该学生恰好抽到 3 道历史题和 2 道地理题的概率为 $P=\dfrac{C_6^3C_4^2}{C_{10}^5}$。

使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [1] 进入计算模式，然后按 [$\frac{\square}{\square}$] [6] [SHIFT] [÷](nCr) [3] [×] [4] [SHIFT] [÷](nCr) [2] [▼] [1] [0] [SHIFT](nCr) [÷] [5] [=]得到结果。

答案：$\dfrac{10}{21}$。

第三章　复数模式功能应用

3.1　复数的运算

我们知道形如 $z=a+bi$ 的数称为**复数**，其中 i 为**虚数单位**，$\mathrm{i}^2=-1$，a 称为复数 z 的**实部**，记作 $\mathrm{Re}(z)=a$，b 称为复数 z 的**虚部**，记作 $\mathrm{Im}(z)=b$。

复数的模为 $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$，辐角主值为 $\arg(z)=\arctan\dfrac{b}{a}$。

fx-991CN X 可以执行复数的四则运算、复数的整数次幂、复数的模、复数的辐角、实部提取、虚部提取、共轭复数等功能。

【例 1】（2018 年高考第 5 题）

已知复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=1-7\mathrm{i}$（i 是虚数单位），则 $|z|=$________。

【解】 由 $(1+\mathrm{i})z=1-7\mathrm{i}$，可得 $z=\dfrac{1-7\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，因此 $|z|=\left|\dfrac{1-7\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right|$。

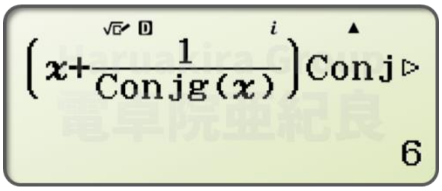
使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [2] 进入复数模式。注意在 fx-991CN X 上，复数的模通过绝对值命令（Abs）调用。按 [SHIFT] [(] (Abs) [分数] [1] [−] [7] [ENG] (i) [▼] [1] [+] [ENG] (i) [=] 得到结果。

答案：5。

【例 2】 （2014 年高考理科第 2 题）

若复数 $z=1+2\mathrm{i}$，其中 i 是虚数单位，则 $(z+\frac{1}{z})\cdot\bar{z}=$________。

【解】 使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [2] 进入复数模式。使用计算器上的变量可以简化输入的表达式，从而节约时间。这里先将 $1+2\mathrm{i}$ 赋值给变量 x，然后再直接输入关于 x 的表达式计算。按 [1] [+] [2] [ENG](i) [STO] [x] 将 $1+2\mathrm{i}$ 赋值给变量 x，按 [(] [x] [+] [1] [$\frac{\square}{\square}$] [OPTN] [2]（共轭）[x] [)] [▶] [)] [OPTN] [2]（共轭）[x] [)] [=] 得到结果。



答案：6。

3.2 复数的极坐标形式与图形旋转

由于复数可以表示为复平面上的点，而平面上点的坐标既可以用直角坐标表示，也可以用极坐标表示，那么复数也可以采用极坐标的形式来表示。

$z=a+b\mathrm{i}$ 称为复数的代数形式，令 $r=|z|$，$\theta=\arg(z)$，则复数的极坐标形式就写作 $z=r\angle\theta$。使用极坐标形式计算复数的乘除法不仅简便，而且具有很清晰的几何意义。

$$z_1z_2=(r_1\angle\theta_1)(r_2\angle\theta_2)=r_1r_2\angle(\theta_1+\theta_2)\text{，}\quad \frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1\angle\theta_1}{r_2\angle\theta_2}=\frac{r_1}{r_2}\angle(\theta_1-\theta_2)$$

即两个极坐标形式的复数的积的模等于各复数的模的积，积的辐角等于各复数的辐角的和；两个极坐标形式的复数的商的模等于被除数的模除以除数的模所得的商，商的辐角等于被除数的辐角减去除数的辐角所得的差。

我们知道，复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 与平面向量 $\overrightarrow{OZ}$ 是一一对应的。根据上面所述的复数极坐标形式的乘除法，如果一个复数乘以一个模为 1 的复数 $1\angle\theta$，在几何上的解释就是将平面向量 $\overrightarrow{OZ}$ 绕原点 O 逆时针旋转 θ，得到一个新的向量 $\overrightarrow{OZ'}$。

【例】（2015 年高考理科第 16 题）

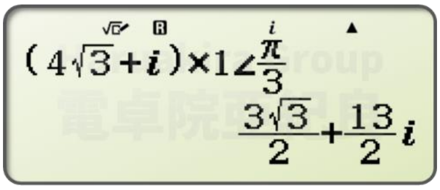
已知点 A 的坐标为$(4\sqrt{3}$，1)，将 OA 绕坐标原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OB，则点 B 的纵坐标为（　　）。

(A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　(C) $\frac{11}{2}$　　(D) $\frac{13}{2}$

【解】根据前面的讲解，这里可以直接借助复数极坐标形式乘法的几何意义，使用 fx-991CN X 求解。将点 A 的坐标用复数表示，逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$，即计算

$$(4\sqrt{3}+\mathrm{i})\times 1\angle\frac{\pi}{3}$$

弧度　按 [菜单] [2] 进入复数模式，然后输入上述表达式，按 [(] [4] [√■] [3] [▶] [+] [ENG](i) [)] [×] [1] [SHIFT] [ENG](∠) [SHIFT] [×10^x](π) [■/■] [3] [=] 得到复数表示的点 B 的坐标，结果的虚部就是纵坐标的值。



答案：D。

第四章　矩阵模式功能应用

4.1　矩阵与行列式

由 $m\times n$ 个数所构成 m 行 n 列的数表

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为 m 行 n 列**矩阵**，简称 $m\times n$ 矩阵，通常记为 $\boldsymbol{A}$ 或 $\boldsymbol{A}_{m\times n}$。矩阵的基本运算有线性运算（加法、减法、数乘）、乘法、转置等等。

由四个数 a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22} 排成的 2 行、2 列的数表

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$$

所确定的表达式 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$ 称为**二阶行列式**，记作 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$，即

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

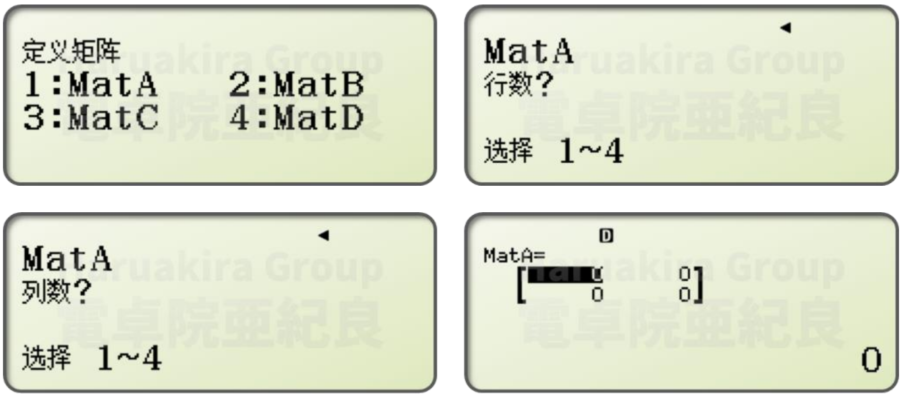
当矩阵的行数 m 与列数 n 相等，即 $m=n$ 时，矩阵又可以称为 n 阶方阵，由方阵 $\boldsymbol{A}$ 的元素所构成的行列式称为方阵 $\boldsymbol{A}$ 的行列式，记为 $|\boldsymbol{A}|$ 或 $\det\boldsymbol{A}$。例如 2 阶方阵的元素所构成的行列式就是二阶行列式。

fx-991CN X 的矩阵功能可以执行最大 4×4 矩阵的线性运算、矩阵乘法、矩阵转置、矩阵的行列式值等功能，可定义 4 个矩阵，加上 MatAns 最多可有 5 个矩阵参与运算。

【例 1】　**（2018 年高考第 1 题）**

行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$ 的值为________。

【解】 使用 fx-991CN X 计算。在计算器上的操作过程是先定义 2 阶方阵，然后再求方阵的行列式值。按 菜单 4 进入矩阵模式，按 1 选择定义矩阵 MatA，然后按 2 指定行数为 2，再按 2 指定列数为 2，这时屏幕上出现了一个二阶方阵。



按 4 = 1 = 2 = 5 = 填入矩阵的元素，然后按 AC 退出元素编辑界面，按 OPTN ▼ 打开选项菜单，按翻到第二页，按 2 选择行列式命令“Det(”，再按 OPTN 3 输入 MatA，按) = 完成计算，得到行列式的值。

答案：18。

【例 2】 （2015 年高考理科第 3 题）

若线性方程组的增广矩阵为$\begin{pmatrix} 2 & 3 & c_1 \\ 0 & 1 & c_2 \end{pmatrix}$，解为$\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$，则 $c_1-c_2=$________。

【解】 将线性方程组写成矩阵的形式：

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

使用 fx-991CN X 计算，定义矩阵$\begin{pmatrix}2&3\\0&1\end{pmatrix}$和$\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$，然后计算乘法即可得到$c_1$和$c_2$。按 [菜单] [4] 进入矩阵模式，然后按 [1](MatA) [2] (2 行) [2] (2 列) [2] [=] [3] [=] [0] [=] [1] [=] 定义矩阵 MatA；按 [OPTN] [1]（定义矩阵）[2](MatB) [2]（2 行）[1]（1 列）[3] [=] [5] [=] 定义矩阵 MatB。然后按 [AC] 退出元素编辑界面，按 [OPTN] [3](MatA) [OPTN] [4](MatB)，再按 [=] 即得到$\begin{pmatrix}c_1\\c_2\end{pmatrix}$。

因此，$c_1-c_2=21-5=16$。

答案：16。

【例 3】 若$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&4\\-2&3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}-2&1\\2&-4\end{pmatrix}$，则行列式$|\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{BA}|=$________。

【解】 使用 fx-991CN X 计算，方法与例 1 类似。

按 [菜单] [4] 进入矩阵模式，然后按 [1](MatA) [2]（2 行）[2]（2 列）[1] [=] [4] [=] [(−)] [2] [=] [3] [=] 定义矩阵 MatA；按 [OPTN] [1]（定义矩阵）[2](MatB) [2]（2 行）[2]（2 列）[(−)] [2] [=] [1] [=] [2] [=] [(−)] [4] [=] 定义矩阵 MatB。然后按 [AC] 退出元素编辑界面，按 [OPTN] [▼] [2]（行列式）[OPTN] [3](MatA) [OPTN] [4](MatB) [+] [OPTN] [4](MatB) [OPTN] [3] (MatA) [)] 输入表达式，按 [=] 得到结果。

答案：364。

4.2　线性方程组的矩阵解法

求解线性方程组可以直接使用 fx-991CN X 的“方程／函数”模式，也可以使用矩阵模式下的逆矩阵功能来求解。这里需要简单了解一下逆矩阵的概念。

矩阵没有除法，类比数的除法运算 $\frac{b}{a}=b\cdot\frac{1}{a}$，$a\cdot\frac{1}{a}=1$（$a\neq 0$），如果存在方阵 $\boldsymbol{B}$，使得 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}=\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵，那么 $\boldsymbol{B}$ 就是 $\boldsymbol{A}$ 的**逆矩阵**，记作 $\boldsymbol{A}^{-1}$。

逆矩阵的一个应用是求解线性方程组。我们知道，利用矩阵乘法可以将线性方程组写成矩阵相乘的形式。例如一个三元线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=2 \\ 2x_1+2x_2+x_3=1 \\ 3x_1+4x_2+3x_3=2 \end{cases}$$

写成矩阵相乘的形式就是

$$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}\text{，其中 }\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}，\boldsymbol{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}，\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

方程两边同时左乘 $\boldsymbol{A}^{-1}$，则有 $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{x}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}$，这样求解线性方程组的问题就转化成了求逆矩阵的问题。

fx-991CN X 可以直接求逆矩阵，这一功能可以用于解决一些线性方程组相关的问题。使用逆矩阵求解线性方程组的时候，方程组的所有未知数的解是同时显示的。

【例】 使用逆矩阵求解上面的三元线性方程组。

【解】 按 $\boxed{\text{菜单}}$ $\boxed{4}$ 进入矩阵模式，然后按 $\boxed{1}$(MatA)$\boxed{3}$（3 行）$\boxed{3}$（3 列）$\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$ $\boxed{3}$ $\boxed{=}$定义矩阵 MatA；按 $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{1}$（定义矩阵）$\boxed{2}$(MatB)$\boxed{3}$（3 行）$\boxed{1}$（1 列）$\boxed{2}$ $\boxed{=}$ $\boxed{1}$ $\boxed{=}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$定义矩阵 MatB。然后按 $\boxed{\text{AC}}$ 退出元素编辑界面。按 $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{3}$ (MatA)$\boxed{x^{-1}}$ $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{4}$(MatB)（这里要注意输入逆矩阵的负一次方只能用 $\boxed{x^{-1}}$ 键，不能用乘方键，否则会报错），然后按$\boxed{=}$即可得到结果。

因此原方程组的解为$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$。

第五章　向量模式功能应用

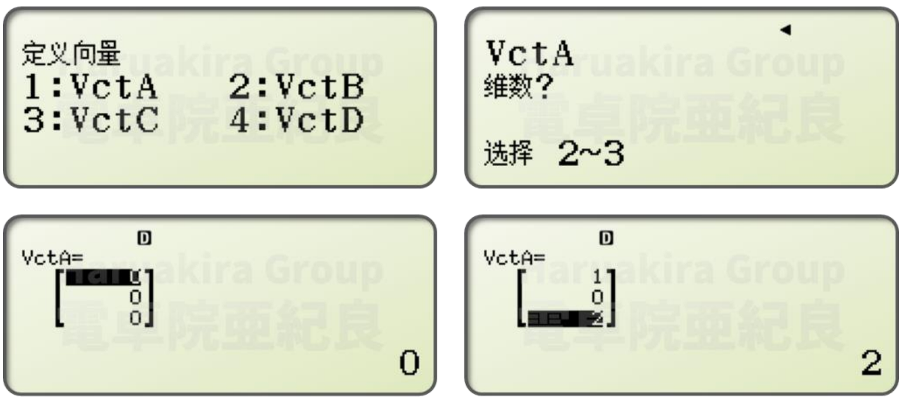
5.1　向量的模　夹角　数量积

fx-991CN X 的向量模式操作方法与矩阵模式非常相似，可定义 4 个平面（2 维）或空间（3 维）向量，加上 VctAns 最多可有 5 个向量参与运算，不同的只是一些功能，例如向量的数量积（内积）、两个向量的夹角等等。

【例 1】（2019 年第 3 题）

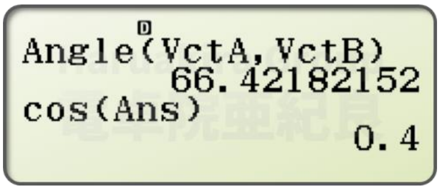
向量 $\boldsymbol{a}=(1,\ 0,\ 2)$，$\boldsymbol{b}=(2,\ 1,\ 0)$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为________。

【解】使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [5] 进入向量模式，按 [1] 选择定义向量 VctA，然后按 [3] 指定维数为 3，按 [1] [=] [0] [=] [2] [=] 输入 VctA 的元素。



继续定义 VctB。按 [OPTN] [1]（定义向量）[2] (VctB) [3]（3 维），然后按 [2] [=] [1] [=] [0] [=] 输入 VctB 的元素。按 [AC] 退出元素编辑界面，然后按 [OPTN] [▼] [3]（两个向量形成的角）[OPTN] [3] (VctA) [SHIFT] [)] (,) [OPTN] [4] (VctB) [)] 输入求夹角的命令，按 [=] 求解。

计算器给出的结果不是特殊角，因此需要继续按 cos Ans) = 得到夹角的余弦值。



所以 $\cos\langle \boldsymbol{a}\ ,\ \boldsymbol{b}\rangle = \dfrac{2}{5}$，$\langle \boldsymbol{a}\ ,\ \boldsymbol{b}\rangle = \arccos\dfrac{2}{5}$。

答案：$\arccos\dfrac{2}{5}$。

【例 2】求例 1 中向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的数量积。

【解】使用 fx-991CN X 在例 1 的操作基础上继续计算。

按 AC，然后输入 OPTN 3 (VctA) OPTN ▼ 2（向量内积）OPTN 4 (VctB)，按 = 得到结果。

因此 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = 2$。

5.2 法向量与向量的向量积

在立体几何问题中，往往会遇到需要求平面法向量的情况。通常的做法是在该平面中寻找两个不共线的空间向量，然后根据法向量垂直于该平面，与这两个向量的数量积都为 0，建立方程组求解出法向量。

设两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ，将大小为 $|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin\theta$，方向垂直于 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，且与 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 构成右手系的向量称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的**向量积**（或外积、叉积），记作 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$。可以看到，计算出两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的向量积 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$，就能够直接将 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$ 用作这两个向量的法向量。

在空间直角坐标系中可以用向量的坐标来表示向量的数量积运算，向量的向量积也

同样可以用向量的坐标来表示。设 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 为空间直角坐标系的一组单位正交基底，且 $\boldsymbol{a}=(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\boldsymbol{b}=(b_1,\ b_2,\ b_3)$，则

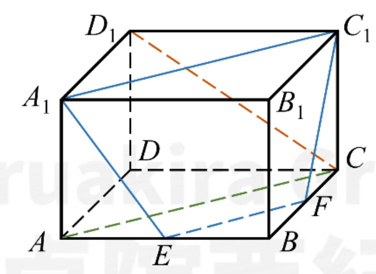
$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}=(a_2b_3-a_3b_2)\boldsymbol{i}+(a_3b_1-a_1b_3)\boldsymbol{j}+(a_1b_2-a_2b_1)\boldsymbol{k}$$

即 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=(a_2b_3-a_3b_2,\ a_3b_1-a_1b_3,\ a_1b_2-a_2b_1)$。

在 fx-991CN X 的向量模式中可以直接计算两个向量的向量积，向量积的符号用乘号即可。

【例】（2015 年高考理科第 19 题）

如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=1$，$AB=AD=2$，E，F 分别是 AB，BC 的中点，证明 A_1，C_1，F，E 四点共面，并求直线 CD_1 与平面 A_1C_1FE 所成的角的大小。



【解】连接 AC，因为 E，F 分别是 AB，BC 的中点，所以 EF 是△ABC 的中位线，所以 $EF\,//\,AC$。由长方体的性质知 $AC\,//\,A_1C_1$，所以 $EF\,//\,A_1C_1$，所以 A_1，C_1，F，E 四点共面。

以 D 为坐标原点，DA，DC，DD_1 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，有：

$\overrightarrow{D_1C}=(0,\ 2,\ -1)$，$\overrightarrow{A_1C_1}=(-2,\ 2,\ 0)$，$\overrightarrow{A_1E}=(0,\ 1,\ -1)$。

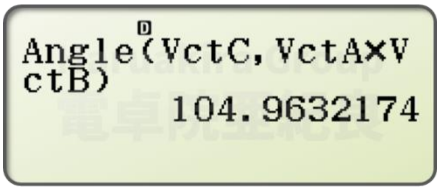
平面 A_1C_1FE 的法向量用向量积计算，即 $\boldsymbol{n}=\overrightarrow{A_1C_1}\times\overrightarrow{A_1E}$。

使用 fx-991CN X 计算。按 [菜单] [5] 进入向量模式，按 [1](VctA)[3]（3 维）[(-)] [2] [=] [2] [=] [0] [=] 定义 VctA（$\overrightarrow{A_1C_1}$），然后按 [OPTN] [1]（定义向量）[2](VctB) [3]（3 维）[0] [=] [1] [=] [(-)] [1] [=] 定义 VctB（$\overrightarrow{A_1E}$）。按 [AC] 退出向量元素编辑界面，

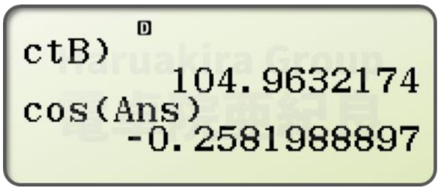
然后输入 [OPTN] [3] (VctA) [×] [OPTN] [4] (VctB)，按 [=] 即得到法向量。

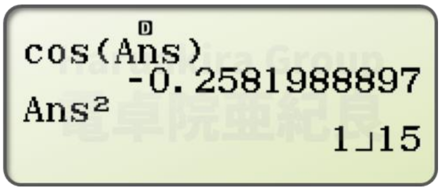
因此法向量 $\boldsymbol{n}=(-2，-2，-2)$。

然后将 $\overrightarrow{D_1C}$ 定义到 VctC 中，计算 $\overrightarrow{D_1C}$ 与法向量 $\boldsymbol{n}$ 的夹角。按 [AC] 回到向量模式的计算界面，然后按 [OPTN] [1]（定义向量）[3] (VctC) [3]（3 维）[0] [=] [2] [=] [(−)] [1] [=] 定义 VctC（$\overrightarrow{D_1C}$）。按 [AC] 退出向量元素编辑界面，然后按 [OPTN] [▼] [3]（两个向量形成的角）[OPTN] [5] (VctC) [SHIFT] [)] (,) [OPTN] [3] (VctA) [×] [OPTN] [4] (VctB) [)] 输入向量夹角的表达式，按 [=] 得到夹角大小。



这里得到的夹角大小不是特殊角，因此需要按 [cos] [Ans] [)] [=] 计算 $\overrightarrow{D_1C}$ 与法向量 $\boldsymbol{n}$ 的夹角的余弦值。根据结果判断这似乎是一个无理数，那么再按 [x^2] [=] 计算平方，并按 [S⇔D] 转换为分数，得到 $\frac{1}{15}$，那么就有 $\sqrt{\frac{1}{15}}=\frac{\sqrt{15}}{15}$。





因此，直线 CD_1 与平面 A_1C_1FE 所成的角的大小的正弦值就是 $\frac{\sqrt{15}}{15}$，即直线 CD_1 与平面 A_1C_1FE 所成的角的大小为 $\arcsin\frac{\sqrt{15}}{15}$。

 作者：知乎用户@電卓院亜紀良

第六章　统计模式功能应用

6.1　随机变量的均值与方差

随机变量的分布列的取值和概率可以与 fx-991CN X 统计功能的样本点数据和频数对应起来，因此可以利用 fx-991CN X 的统计功能完成随机变量的均值与方差的计算。

【例】（2015 年高考理科第 12 题）

赌博有陷阱。某种赌博每局的规则是：赌客先在标记有 1，2，3，4，5 的卡片中随机摸取一张，将卡片上的数字作为其赌金（单位：元）；随后放回该卡片，再随机摸取两张，将这两张卡片上数字之差的绝对值的 1.4 倍作为其奖金（单位：元）。若随机变量 ξ_1 和 ξ_2 分别表示赌客在一局赌博中的赌金和奖金，则 $E(\xi_1)-E(\xi_2)=$________（元）。

【解】 随机变量 ξ_1 的分布列为

ξ_1	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

容易得出 $E(\xi_1)=\frac{1}{5}(1+2+3+4+5)=3$。

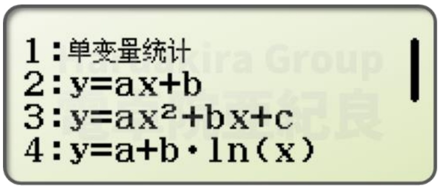
随机变量 ξ_2 的分布列为

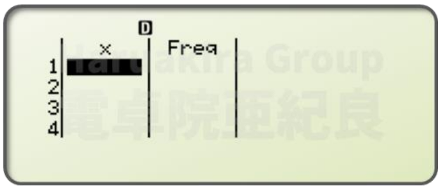
ξ_2	1.4	2.8	4.2	5.6
P	$\frac{4}{C_5^2}$	$\frac{3}{C_5^3}$	$\frac{2}{C_5^2}$	$\frac{1}{C_5^2}$

使用 fx-991CN X 的统计功能计算 $E(\xi_2)$。

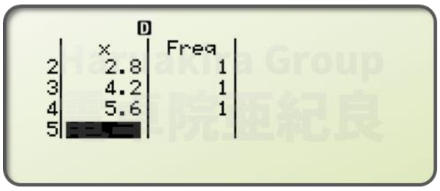
按 [菜单] [6] 进入统计模式，然后按 [1] 选择单变量统计，此时出现一列表格。频数栏的显示需要更改设置。按 [SHIFT] [菜单] 打开设置菜单，按 ▼ 翻到下一页，然后按 [3] 选择

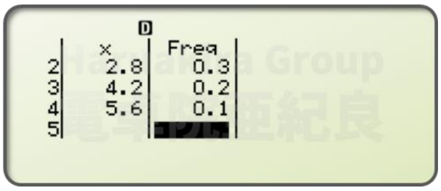
“统计”，按 $\boxed{1}$ 选择开启频数栏，这时就可以开始输入数据了。



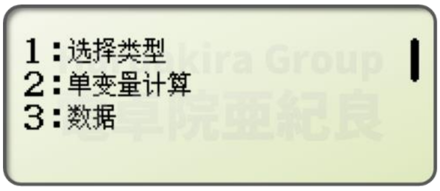


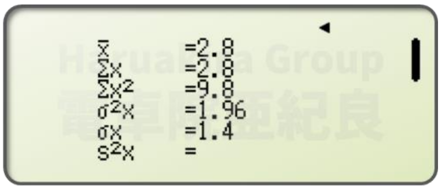
将随机变量 ξ_2 的取值输入到 x 列中，对应的概率输入到 Freq 列中。按 $\boxed{1}\boxed{\cdot}\boxed{4}\boxed{=}\boxed{2}\boxed{\cdot}\boxed{8}\boxed{=}\boxed{4}\boxed{\cdot}\boxed{2}\boxed{=}\boxed{5}\boxed{\cdot}\boxed{6}\boxed{=}$ 输入随机变量 ξ_2 的取值，然后按 ▼ ▶ 将光标移动到 Freq 列开头，再按 $\boxed{4}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\div}$(nCr) $\boxed{2}\boxed{=}\boxed{3}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\div}$(nCr) $\boxed{3}\boxed{=}\boxed{2}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\div}$(nCr) $\boxed{2}\boxed{=}\boxed{1}\boxed{\div}\boxed{5}\boxed{\text{SHIFT}}\boxed{\div}$(nCr) $\boxed{2}\boxed{=}$ 输入随机变量 ξ_2 取值对应的概率。





按 $\boxed{\text{AC}}$ 退出数据编辑界面，然后按 $\boxed{\text{OPTN}}$ 打开选项菜单，按 $\boxed{2}$ 选择“单变量计算”，第一行的平均值 $\bar{x}$ 就是随机变量 ξ_2 的期望 $E(\xi_2)$ 。





因此， $E(\xi_2)=2.8$ ， $E(\xi_1)-E(\xi_2)=3-2.8=0.2$ （元）。

答案：0.2。

在这一例题中，随机变量 ξ_2 的方差为计算器显示结果中的 $\sigma^2 x$ ，即 $D(\xi_2)=1.96$ 。

6.2　线性回归

虽然在以往的高考中很少对线性回归这一知识点进行考查，但是在这个“大数据”的时代，数据分析的能力会变得越来越重要，不排除今后高考会对线性回归的知识点作考查的可能性。因此，本书对计算器的线性回归功能也作一些简单的介绍。

fx-991CN X 能做七种回归模型的拟合计算，其中就包括线性回归模型（$y = ax + b$）。操作过程比较简单，先输入数据，然后进行回归拟合得到回归方程以及相关系数，还可以进一步做回归预报。

【例】从某大学随机选取 8 名女大学生，其身高和体重数据如表 6-1 所示。

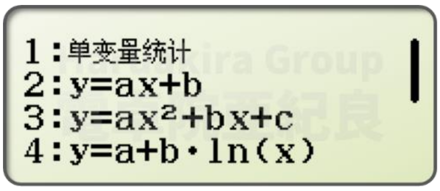
表 6-1　8 名女大学生的身高和体重的数据

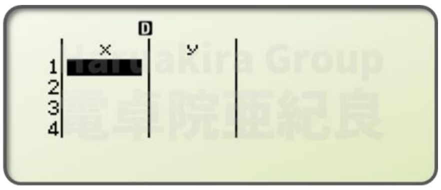
编号	1	2	3	4	5	6	7	8
身高 / cm	165	165	157	170	175	165	155	170
体重 / kg	48	57	50	54	64	61	43	59

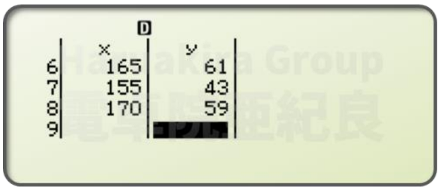
求根据女大学生的身高预报体重的线性回归方程，并预报一名身高为 172 cm 的女大学生的体重。

【解】使用 fx-991CN X 的线性回归功能求解。

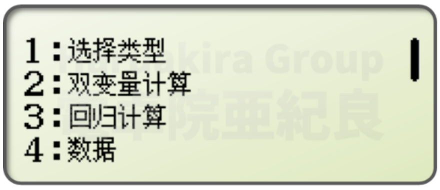
按 [菜单] [6] 进入统计模式，然后按 [2]（y = ax + b）选择线性回归，此时屏幕出现含有 x 列和 y 列的空数据表格。将身高数据输入到 x 列中，对应的体重数据输入到 y 列中。按 [1][6][5][=][1][6][5][=][1][5][7][=][1][7][0][=][1][7][5][=][1][6][5][=][1][5][5][=][1][7][0][=] 输入身高数据，然后按 [▼][▶] 将光标移动到 y 列开头，再按 [4][8][=][5][7][=][5][0][=][5][4][=][6][4][=][6][1][=][4][3][=][5][9][=] 输入体重数据。输入完毕之后，按 [AC] 退出到统计模式的计算界面。

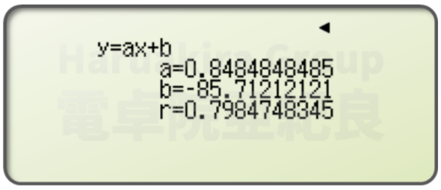






按 OPTN 打开选项菜单，然后按 3 选择“回归计算”，得到回归方程系数 a，b 以及相关系数 r。回归系数 r 的绝对值越接近 1，说明数据的相关程度越高。

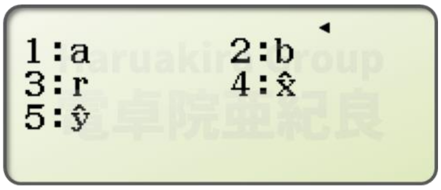


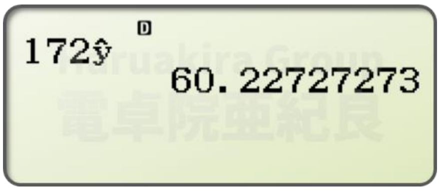


因此根据女大学生的身高预报体重的线性回归方程为

$$\hat{y} = 0.8485x - 85.712$$

然后再根据回归方程预报一名身高为 172 cm 的女大学生的体重。按 AC 回到统计模式的计算界面，然后输入 1 7 2，按 OPTN 打开选项菜单，按 ▼ 翻到第二页，按 4 选择“回归”，按 5 选择 $\hat{y}$，最后按 = 即可得到结果。





因此，根据回归方程预报一名身高为 172 cm 的女大学生的体重为 60.23 kg。

 作者：知乎用户@電卓院亜紀良

第七章　表格模式功能应用

7.1　从函数表格中读取函数的性质

fx-991CN X 的表格模式能够同时生成最多两个函数的表格，根据函数的表达式，按照自变量的范围（开始值和终止值）以及步长生成函数表格。需要生成表格的函数的个数可以在设置中调整。如果设置为只生成 1 个函数的表格（$f(x)$），最多可以产生 45 行数据；如果设置为生成 2 个函数的表格（$f(x)$，$g(x)$），则最多可以产生 30 行数据，超过行数计算器会报范围错误。

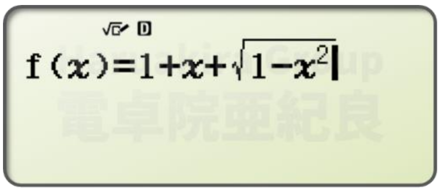
通过计算器生成的函数表格能够读取函数的一些性质，例如判断函数的值域、极值、零点所在范围、单调递增或单调递减区间等等。

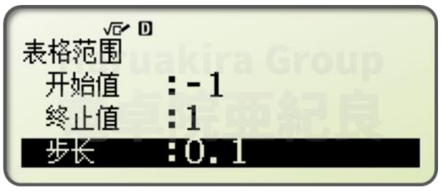
【例】（2016 年高考第 12 题）

在平面直角坐标系中，已知 $A(1, 0)$，$B(0, -1)$，P 是曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 上一个动点，则 $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BA}$ 的取值范围是________。

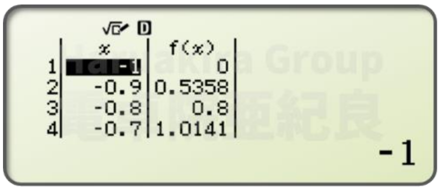
【解】 根据题意，$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{BA}=(x, \sqrt{1-x^2}+1)\cdot(1, 1)=1+x+\sqrt{1-x^2}$，那么设函数 $f(x)=1+x+\sqrt{1-x^2}$，则 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$，使用 fx-991CN X 的表格功能，生成 x 从 -1 到 1 步长为 0.1 的函数表格。

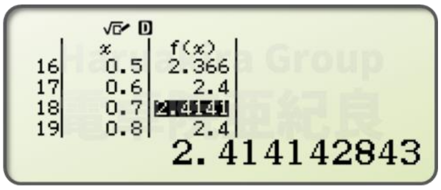
按 [菜单] [7] 进入表格模式，按 [1] [+] [x] [+] [$\sqrt{\blacksquare}$] [1] [−] [x] [x^2] [=] 输入 $f(x)$ 的表达式（此时如果出现输入 $g(x)$ 的提示，按 [=] 跳过），然后按 [(−)] [1] [=] 指定开始值为 -1，按 [1] [=] 指定终止值为 1，按 [0] [·] [1] [=] 指定步长为 0.1。





按 = 开始生成函数表格，等待一会就能得到函数表格，按方向键可以翻阅数据，在表中寻找可以得出：$f(x)$ 值最小为 0 时，$x=-1$；$f(x)$ 值最大约为 2.414 时，$x=0.7$。





我们可以猜测当 $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\approx 0.707$ 时，$f(x)$ 取得最大值 $1+\sqrt{2}\approx 2.414$。

验证：令 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(1+x+\sqrt{1-x^2})=1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=0$，解得 $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$。

答案：$[0，1+\sqrt{2}]$。

在这一例题中利用计算器生成的函数表格还可以分析出函数 $f(x)$ 在区间 $[-1，\dfrac{\sqrt{2}}{2}]$ 上单调递增，在区间 $[\dfrac{\sqrt{2}}{2}，1]$ 上单调递减；零点是 $x=-1$ 等结论。

7.2 利用函数表格求解数列求和问题

在 2.1 节中我们讲到了 fx-991CN X 计算模式下的 Σ 连加求和功能在数列求和问题中的应用。在函数表格模式中，可以构造含有 Σ 连加求和的函数，将求和指标上限设置为自变量，然后观察数列的前 n 项和的变化情况。

【例】（2012 年高考文科第 18 题）

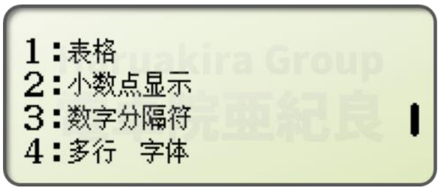
若 $S_n=\sin\dfrac{\pi}{7}+\sin\dfrac{2\pi}{7}+\cdots+\sin\dfrac{n\pi}{7}$，$(n\in\mathbf{N}^*)$，则在 S_1，S_2，⋯，S_{100} 中，正数的个数是（　　）。

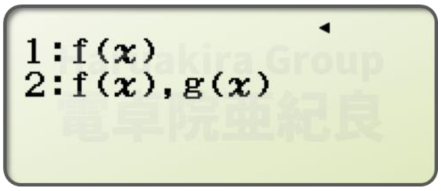
（A）16　　（B）72　　（C）86　　（D）100

【解】 使用 fx-991CN X 计算。

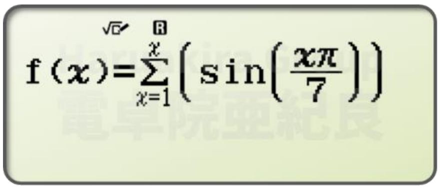
弧度　按 菜单 7 进入表格模式，然后按 SHIFT 菜单 进入设置，按 ▽ ▽ 翻到第三页，

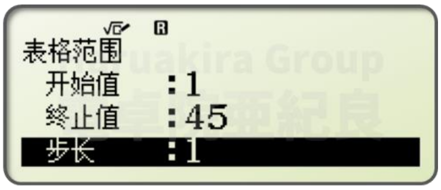
按 [1] 选择“表格”，再按 [1] 将需要生成表格的函数个数设置为 1 个。这时最多生成的函数表格行数就增加到 45 行了。



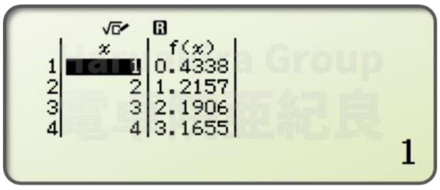


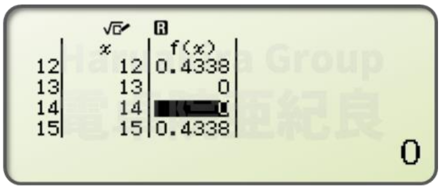
S_n 的表达式写成连加求和的方式是 $S_n=\sum_{i=1}^{n}\sin\frac{i\pi}{7}$，因此在计算器上需要输入的 $f(x)$ 的表达式就是 $f(x)=\sum_{x=1}^{x}(\sin(\frac{x\pi}{7}))$。按 [SHIFT] [x] (Σ) [sin] [x] [SHIFT] [×10ˣ] (π) [□/□] [7] [▶] [)] [▼] [1] [▲] [x] [=] 输入表达式，然后按 [1] [=] 指定开始值为 1，按 [4] [5] [=] 指定终止值为 45，按 [1] [=] 指定步长为 1。

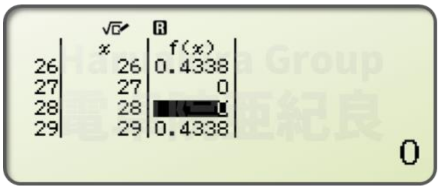


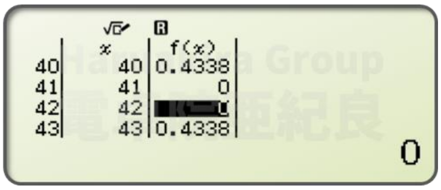


按 [=] 开始生成函数表格，等待一段时间后，得到函数表格，按方向键翻查 $f(x)$，可以发现当 x 为 13 和 14，27 和 28，41 和 42 的时候 $f(x)=0$，其他取值都是正数。









由此可以推断从 $n=1$ 开始，每 14 个 S_n 中有 2 个为 0，那么按照此规律，对于 100 个 S_n，共有 $(100\div14)\times2\approx14.29$，取整数为 14 个 $S_n=0$，因此正数的个数为 86。

答案：C。

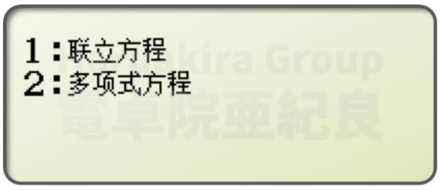
第八章　方程与不等式模式功能应用

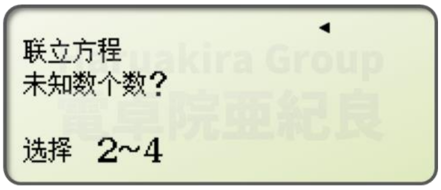
8.1　线性方程组的求解

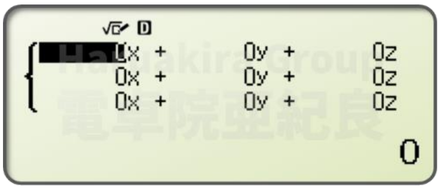
我们在 4.2 节讲到 fx-991CN X 的逆矩阵功能可以用于求解线性方程组。fx-991CN X 的方程 / 函数模式也可以直接按标准形式输入线性方程组的系数来求解线性方程组，最大可以求解四元一次的线性方程组。

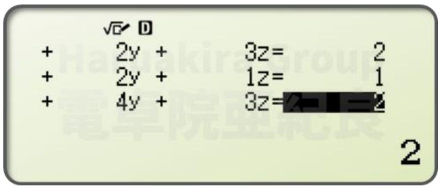
【例】使用方程 / 函数模式求解 4.2 节的线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$ 。

【解】按 菜单 8 进入方程 / 函数模式，按 1 选择联立方程，按 3 选择未知数个数为 3，此时屏幕显示系数全为 0 的三元一次方程组。按 1 = 2 = 3 = 2 = 2 = 2 = 1 = 1 = 3 = 4 = 3 = 2 = 依次从左到右、从上到下输入系数。









系数输入完毕后，直接按 = 即可求解，按 = 得到 x（即 x_1），再按 = 得到 y（即 x_2），继续按 = 得到 z（即 x_3）。

因此原方程组的解为$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$。

8.2　多项式方程与多项式不等式的求解

fx-991CN X 的方程 / 函数模式可以求解标准形式的一元二次、一元三次、一元四次的多项式方程，fx-991CN X 的不等式模式可以求一元二次、一元三次、一元四次的多项式不等式。

我们在 2.2 节所讲的 SOLVE 功能每次求解方程只能给出一个解，而当方程可以化为标准形式的多项式方程时，fx-991CN X 的方程 / 函数模式可以给出方程所有的解，包括复数解，不等式模式可以给出对应不等式的解集。

此外，使用 fx-991CN X 的方程 / 函数模式求解一元二次方程时，还能给出对应的二次函数最小值或最大值的坐标。

【例】　(2018 年高考第 19 题)

某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时，某地上班族 S 中的成员仅以自驾或公交方式通勤，分析显示：当 S 中 $x\%$ $(0<x<100)$ 的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为 $f(x)=\begin{cases} 30 & (0<x\le 30) \\ 2x+\dfrac{1800}{x}-90 & (30<x<100) \end{cases}$（单位：分钟），而公交群体的人均通勤时间不受 x 影响，恒为 40 分钟，试根据上述分析结果回答下列问题：

(1) 当 x 在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

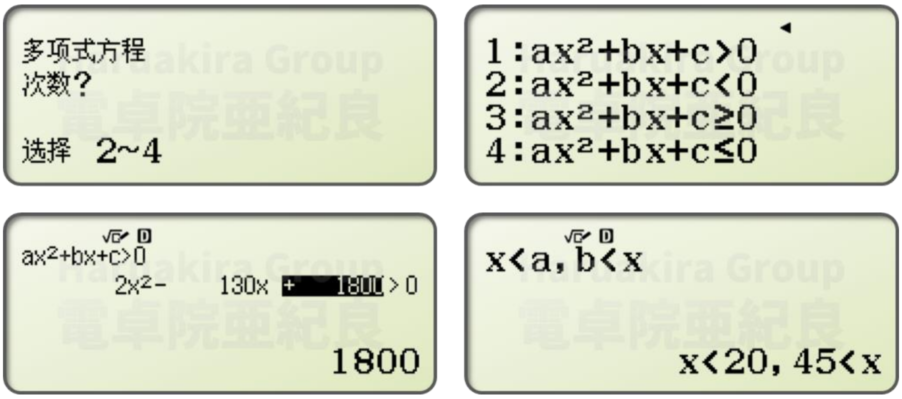
(2) 求该地上班族 S 的人均通勤时间 $g(x)$ 的表达式；讨论 $g(x)$ 的单调性，并说明实

际意义。

【解】（1）函数 $f(x)=\begin{cases}30 & (0<x\le 30)\\ 2x+\dfrac{1800}{x}-90 & (30<x<100)\end{cases}$，当 $0<x\le 30$ 时，公交群体的人均通勤时间大于自驾群体的人均通勤时间；当 $30<x<100$ 时，考察函数 $y=2x+\dfrac{1800}{x}-90$，最小值为 $\sqrt{\dfrac{1800}{2}}=30$，当 $x>30$ 时单调递增，因此解不等式 $2x+\dfrac{1800}{x}-90>40$ 即可。

将不等式 $2x+\dfrac{1800}{x}-90>40$ 化为 $2x^2-130x+1800>0$，使用 fx-991CN X 求解。

按 菜单 9 进入不等式模式，然后按 2 选择次数为 2，再按 1 选择类型为 $ax^2+bx+c>0$。按 2 = (-) 1 3 0 = 1 8 0 0 = 输入系数，按 = 求解。



根据题设条件，x 的取值范围应该是 $45<x<100$。

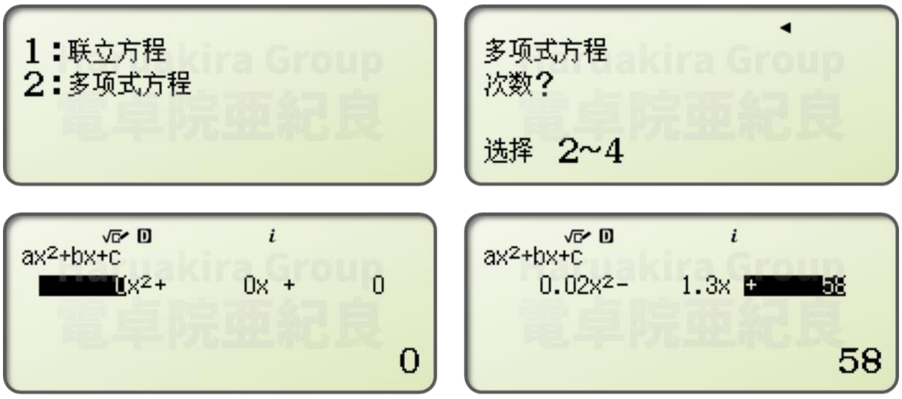
（2）根据题意，容易得到 $g(x)$ 的表达式为

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{40(100-x)+30x}{100} & (0<x\le 30)\\[2ex] \dfrac{40(100-x)+(2x+\dfrac{1800}{x}-90)x}{100} & (30<x<100)\end{cases}$$

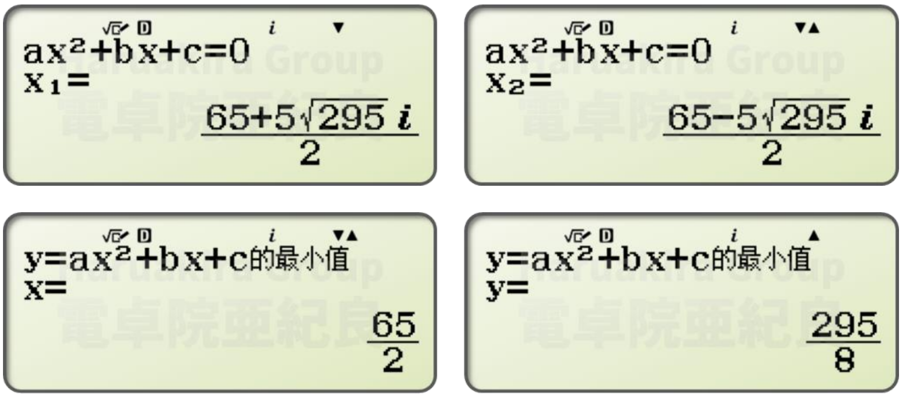
化简，得

$$g(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{10}x+40 & (0<x\le 30)\\[1ex] \dfrac{1}{50}x^2-\dfrac{13}{10}x+58 & (30<x<100)\end{cases}$$

使用 fx-991CN X 求解最小值坐标。按 [菜单] [8] 进入方程／函数模式，按 [2] 选择多项式方程，按 [1] [▭/▭] [5] [0] [=] [(−)] [1] [3] [▭/▭] [1] [0] [=] [5] [8] [=] 输入系数。



多次按 [=] 求解，计算器先显示方程的根，再显示对应的二次函数最小值坐标。



即当 $x=\dfrac{65}{2}=32.5$ 时，$g(x)$ 有最小值。$0<x\le 32.5$ 时，$g(x)$ 单调递减；$32.5<x<100$ 时，$g(x)$ 单调递增。这说明该地上班族的自驾人数超过 32.5% 时，人均通勤时间开始增加。

参考文献

[1] カシオ計算機株式会社．fx-530AZ テキスト[Z]．電卓院亜紀良，翻译并改编．fx-991CN X 使用教程．2020．

[2] 2012 年至 2019 年普通高等学校招生全国统一考试数学科上海卷[Z]．

[3] 人民教育出版社，课程教材研究所，中学数学课程教材研究开发中心．普通高中教科书数学 A 版必修第二册[M]．北京：人民教育出版社，2019．

[4] 人民教育出版社，课程教材研究所，中学数学课程教材研究开发中心．普通高中课程标准实验教科书数学 A 版选修 3-3 球面上的几何[M]．北京：人民教育出版社，2007．

[5] 人民教育出版社，课程教材研究所，中学数学课程教材研究开发中心．普通高中课程标准实验教科书数学 A 版选修 2-3[M]．3 版．北京：人民教育出版社，2009．

CASIO CLASSWIZ 系列科学计算器

fx-991CN X 上海高考应用教程

请访问我们的知乎专栏“你的计算器”，学习更多有趣有用的计算器知识。

仅供学习交流使用

严禁二次发布，严禁商用