

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

*ΣΥΝΘΕΣΗ*  
*ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ*

**ΕΡΓΑΣΙΑ #2**

*ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.*

**7<sup>ο</sup> ΕΞΑΜΗΝΟ**

**Όνομα : ΑΡΓΥΡΙΟΣ ΚΟΚΚΙΝΗΣ**

**A.E.M. : 8459**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

## Περιεχόμενα

Περιεχόμενα.....	2
Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων .....	3
Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς.....	8
• Ρύθμιση Κέρδους.....	10
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	15
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM.....	21

# ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

## Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

### ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 650\text{Hz} \quad , \quad f_1 = 525\text{Hz} \quad , \quad f_2 = 804.7\text{Hz} \quad , \quad f_3 = 403.5\text{Hz} \quad , \quad f_4 = 1.04\text{kHz}$$

και

$$a_{\max} = 0.500 \text{ dB} \quad , \quad a_{\min} = 36.5 \text{ dB} \quad .$$

#### A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

##### • Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά βρίσκουμε τις προδιαγραφές του πρότυπου φίλτρου :

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.3$$

Με τις κυκλικές συχνότητες να προκύπτουν:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 4084 \text{ r/s}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 3298 \text{ r/s}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = 5056 \text{ r/s}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2535 \text{ r/s}$$

$$\omega_4 = 2\pi f_4 = 6578 \text{ r/s}$$

Στα πλαίσια της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο.

$$n = \frac{\cosh^{-1}[\frac{10^{a_{min}/10} - 1}{10^{a_{max}/10} - 1}]^{1/2}}{\cosh^{-1}\Omega_s}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή  $n=4.0318$ .

Επειδή το  $n$  που προέκυψε δεν είναι ακέραιος το στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο. Δηλαδή ,

$$\underline{n = 5}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την κεντρική συχνότητα και την συχνότητα 3dB από τους τύπους

$$\varepsilon = \sqrt{10^{a_{max}/10} - 1} = 0.3493, \omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2} = 4084 \text{ rad/s}$$

$$\text{Και η συχνότητα 3dB είναι } \omega_{hp} = \cosh\left(\frac{1}{n} \cosh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) = 1.0593$$

$$\text{Ο συντελεστής } \alpha \text{ βρίσκεται από την σχέση } \alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.3548$$

Για φίλτρο 5<sup>ης</sup> τάξης οι γωνίες Butterworth είναι :  $0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$ .

Και οι πόλοι Chebyshev προκύπτουν.

$$p_k = -\sinh(a) \cos(\psi_k) \pm \cosh(a) \sin(\psi_k) j = \sigma_k \pm \omega_k j$$

Για  $0^\circ$ ,  $p_1 = -0.3623$ ,

Για  $\pm 36^\circ$ ,  $p_{2,3} = -0.2931 \pm 0.6252j$ ,

Για  $\pm 72^\circ$ ,  $p_{4,5} = -0.1120 \pm 1.0116j$

$$\text{Τα } Q \text{ των πόλων υπολογίζονται : } Q_k = \frac{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}{2|\sigma_k|}$$

$$\text{Άρα } Q_1 = 0.5, Q_{2,3} = 1.1778, Q_{4,5} = 4.5450$$

$\Psi_k$	$Q$	$p_k$
$0^\circ$	0.5	-0.3623
$\pm 36^\circ$	1.1778	$-0.2931 \pm 0.6252j$
$\pm 72^\circ$	4.5450	$-0.112 \pm 1.0116j$

Το επόμενο βήμα είναι να μετασχηματίσουμε τους πόλους του πρότυπου κατωδιαβατού φίλτρου σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Geffe.

- **Μετασχηματισμός πραγματικού πόλου  $p_1 = -0.3623$**

$$\Sigma_1 = 0.3623$$

$$\omega_0 = 4084 \text{ rad/s}$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = 2.3234$$

$$Q = \frac{q_c}{\Sigma_1} = 6.412$$

$$\psi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2Q}\right) = 85.5^\circ$$

Δηλαδή προκύπτουν δύο μιγαδικοί πόλοι που βρίσκονται πάνω στον κύκλο με ακτίνα  $\omega_0$  σε γωνίες  $\psi_1, -\psi_1$ .

- **Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου  $p_{2,3} = -0.2931 \pm 0.6252j$**

$$\Sigma_2 = 0.2931$$

$$\Omega_2 = 0.6252$$

$$C = \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 = 0.4768$$

$$D = \frac{2\Sigma_2}{q_c} = 0.2523$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.0883$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.0571$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{E + G}{2}} = 7.998$$

$$k = \frac{\Sigma_2 Q}{q_c} = 1.009$$

$$W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.1438$$

$$\omega_{02} = W\omega_0 = 4671r/s$$

$$\omega_{01} = \frac{\omega_0}{W} = 3570r/s$$

Προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων με ίδιο Q και διαφορετικές συχνότητες  $\omega_{01}$  ,  $\omega_{02}$ .

- **Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου  $p_{4,5} = -0.1120 \pm 1.0116j$**

$$\Sigma_4 = 0.1120$$

$$\Omega_4 = 1.0116$$

$$C = \Sigma_4^2 + \Omega_4^2 = 1.0358$$

$$D = \frac{2\Sigma_2}{q_c} = 0.0964$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.1919$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.1874$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{E + G}{2}} = 21.2378$$

$$k = \frac{\Sigma_4 Q}{q_c} = 1.024$$

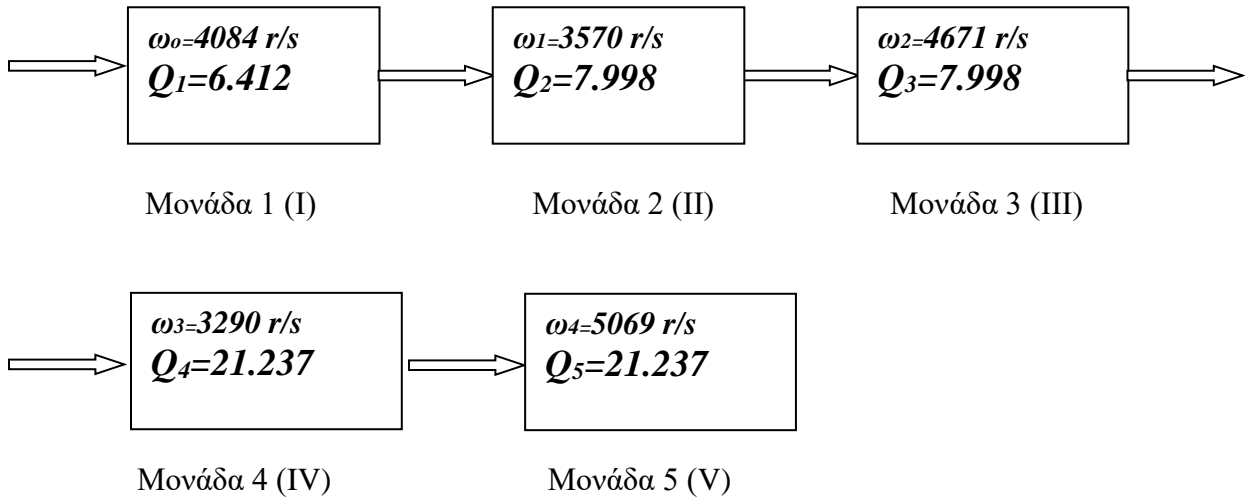
$$W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.2412$$

$$\omega_{04} = W\omega_0 = 5069r/s$$

$$\omega_{03} = \frac{\omega_0}{W} = 3290r/s$$

Προκύπτουν δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων με ίδιο Q και διαφορετικές συχνότητες  $\omega_{03}$  ,  $\omega_{04}$ .

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 5 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Η πρώτη μονάδα οφείλεται στον πραγματικό πόλο, ο οποίος μετά τον μετασχηματισμό θα δημιουργήσει δύο μιγαδικούς πόλους στο ζωνοδιαβατό φίλτρο με  $Q = 6.412$ . Η δεύτερη όπως και η Τρίτη μονάδα οφείλονται στον μιγαδικό πόλο με  $Q = 1.1778$  ο οποίος δημιουργεί δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων με  $Q = 7.998$ . Η τέταρτη και η Πέμπτη μονάδα οφείλονται στον πόλο με  $Q = 4.54$  ο οποίος επίσης δημιουργεί δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων με  $Q = 21.237$ . Συνεπώς περιμένω η συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου να αποτελείται από δέκα μιγαδικούς πόλους και πέντε μηδενικά, καθώς η κάθε μονάδα δημιουργεί από ένα μηδενικό και από δύο πόλους (Δεδομένου ότι χρησιμοποιώ κυκλώματα Delyiannis-Fried για την υλοποίηση των φίλτρων κάθε μονάδας).

Η διαδικασία υλοποίησης της συνάρτησης μεταφοράς περιγράφεται στην επόμενη σελίδα.

#### • Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα χρησιμοποιηθεί το ζωνοδιαβατό κύκλωμα Delyiannis-Fried , ακολουθώντας της πρώτη στρατηγική σχεδίασης. Αρχικά θα υπολογιστούν οι κανονικοποιημένες τιμές των κυκλωματικών στοιχείων και έπειτα θα εφαρμοστεί κλιμακοποίηση ώστε να πάρουμε τις επιθυμητές τιμές.

#### ΜΟΝΑΔΑ ( I )

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο 2<sup>ης</sup> τάξης.

$$C_1 = C_2 \text{ και } R_1 = 1 \text{ και } \omega_0 = 1 .$$

$$R_2 = 4Q^2 = 164.45 , C = \frac{1}{2Q} = 0.077$$

#### Κλιμακοποίηση

Θέλω  $\omega_0 = 4084 \text{ r/s}$  . Άρα θεωρώ  $k_f = \omega_0 = 4084 \text{ r/s}$  . Και θέλω  $C = 1\mu F$

$$\text{Συνεπώς } k_m = \frac{C}{10^{-6}k_f} = 19.09 , \text{ και } R_1 = 19.090hm , R_2 = 4Q^2k_m = 3.1kOhm$$

$$\text{Η συνάρτηση μεταφοράς της 1<sup>ης</sup> μονάδας είναι } T_1(s) = \frac{-2Q_1\omega_0s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_1}s + \omega_0^2}$$

#### ΜΟΝΑΔΑ ( II )

Η δεύτερη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο 2<sup>ης</sup> τάξης.

$$C_1 = C_2 \text{ και } R_1 = 1 \text{ και } \omega_0 = 1 .$$

$$R_2 = 4Q^2 = 255.8 , C = \frac{1}{2Q} = 0.0625$$

#### Κλιμακοποίηση

Θέλω  $\omega_1 = 3570 \text{ r/s}$  . Άρα θεωρώ  $k_f = \omega_1 = 3570 \text{ r/s}$  . Και θέλω  $C = 1\mu F$

$$\text{Συνεπώς } k_m = \frac{C}{10^{-6}k_f} = 17.5 , \text{ και } R_1 = 17.50hm , R_2 = 4Q^2k_m = 4.48kOhm$$

$$\text{Η συνάρτηση μεταφοράς της 2<sup>ης</sup> μονάδας είναι } T_2(s) = \frac{-2Q_2\omega_1s}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q_2}s + \omega_1^2}$$

#### ΜΟΝΑΔΑ ( III )

Η τρίτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο 2<sup>ης</sup> τάξης.

$$C_1 = C_2 \text{ και } R_1 = 1 \text{ και } \omega_0 = 1 .$$



$$R_2 = 4Q^2 = 255.8, C = \frac{1}{2Q} = 0.0625$$

### **Κλιμακοποίηση**

Θέλω  $\omega_2 = 4671 \text{ r/s}$  . Άρα θεωρώ  $k_f = \omega_2 = 4671 \text{ r/s}$  . Και θέλω  $C = 1\mu F$

Συνεπώς  $k_m = \frac{C}{10^{-6}k_f} = 13.38$  , και  $R_1 = 13.38\Omega$  ,  $R_2 = 4Q^2k_m = 3.4k\Omega$

Η συνάρτηση μεταφοράς της 3ης μονάδας είναι  $T_3(s) = \frac{-2Q_2\omega_2s}{s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2}s + \omega_2^2}$

### **ΜΟΝΑΔΑ (IV)**

Η τέταρτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο 2ης τάξης.

$C_1 = C_2$  και  $R_1 = 1$  και  $\omega_0 = 1$  .

$$R_2 = 4Q^2 = 1804, C = \frac{1}{2Q} = 0.0235$$

### **Κλιμακοποίηση**

Θέλω  $\omega_3 = 3290 \text{ r/s}$  . Άρα θεωρώ  $k_f = \omega_3 = 3290 \text{ r/s}$  . Και θέλω  $C = 1\mu F$

Συνεπώς  $k_m = \frac{C}{10^{-6}k_f} = 17.5$  , και  $R_1 = 7.15\Omega$  ,  $R_2 = 4Q^2k_m = 12.8k\Omega$

Η συνάρτηση μεταφοράς της 4ης μονάδας είναι  $T_4(s) = \frac{-2Q_4\omega_3s}{s^2 + \frac{\omega_3}{Q_4}s + \omega_3^2}$

### **ΜΟΝΑΔΑ (V)**

Η πέμπτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο 2ης τάξης.

$C_1 = C_2$  και  $R_1 = 1$  και  $\omega_0 = 1$  .

$$R_2 = 4Q^2 = 1804, C = \frac{1}{2Q} = 0.0235$$

### **Κλιμακοποίηση**

Θέλω  $\omega_4 = 5069 \text{ r/s}$  . Άρα θεωρώ  $k_f = \omega_4 = 5069 \text{ r/s}$  . Και θέλω  $C = 1\mu F$

Συνεπώς  $k_m = \frac{C}{10^{-6}k_f} = 4.64$  , και  $R_1 = 4.64\Omega$  ,  $R_2 = 4Q^2k_m = 8.3k\Omega$

Η συνάρτηση μεταφοράς της 5ης μονάδας είναι  $T_5(s) = \frac{-2Q_4\omega_4s}{s^2 + \frac{\omega_4}{Q_4}s + \omega_4^2}$

### • Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου να είναι 5dB στην ζώνη διόδου.

Η 1<sup>η</sup> μονάδα έχει κέρδος  $|T_1(j\omega_0)| = 82.22$

Η 2<sup>η</sup> μονάδα έχει κέρδος  $|T_2(j\omega_0)| = 53.8$

Η 3<sup>η</sup> μονάδα έχει κέρδος  $|T_3(j\omega_0)| = 53.8$

Η 4<sup>η</sup> μονάδα έχει κέρδος  $|T_4(j\omega_0)| = 96.73$

Η 5<sup>η</sup> μονάδα έχει κέρδος  $|T_5(j\omega_0)| = 96.73$

Συνεπώς το φίλτρο έχει κέρδος  $|T_1(j\omega_0)||T_2(j\omega_0)||T_3(j\omega_0)||T_4(j\omega_0)||T_5(j\omega_0)|$  περίπου στα 187dB . Δηλαδή πραγματοποιεί πολύ μεγάλη ενίσχυση στο σήμα. Για να κάνω απόσβεση και να ρίξω το κέρδος στα 5dB χρησιμοποιώ διαιρέτη τάσης στην είσοδο.

Το κέρδος που θέλω να έχω είναι  $k = 10^{0.25}$  , το κέρδος που έχω τώρα είναι  $\lambda = 10^{9.35}$ .

Οπότε θα πρέπει να πολλαπλασιάσω την συνάρτηση μεταφοράς με  $\frac{k}{\lambda} = c$

Επιπλέον ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο θα πρέπει να αποτελείται από αντιστάσεις

$$Z_a = \frac{R_1}{c} = 2460\Omega , Z_b = \frac{R_1}{1-c} = 19.090\Omega$$

Όπου  $R_1 = 19.090\Omega$  η αντίσταση στην είσοδο της πρώτης μονάδας.

Το αποτέλεσμα της παραπάνω σχεδίασης είναι η δημιουργία πολύ μεγάλων αντιστάσεων.

Γεγονός που καθιστά την υλοποίηση του κυκλώματος δύσκολη και μη πρακτική.

Προκειμένου να μειώσουμε το μέγεθος των αντιστάσεων χρησιμοποιούμε διαιρέτη τάσης στην είσοδο κάθε μονάδας ώστε να ρυθμίσουμε ξεχωριστά το κέρδος κάθε μια μονάδας και το συνολικό κέρδος να βγει 5dB.

Δηλαδή θέλουμε:  $k = k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 = 10^{0.25}$

Επιλέγω να κάνω τέτοια ρύθμιση ώστε :  $k_1 = 1, k_2 = k_3 = 0.5, k_4 = k_5 = 2.6667$

### **1<sup>η</sup> Μονάδα:**

Το κέρδος που επιθυμώ να έχει η 1<sup>η</sup> μονάδα είναι  $k_1 = 1$  . Το κέρδος που έχει τώρα είναι  $\lambda_1 = 82.22$ . Άρα θα πρέπει να πολλαπλασιάσω την συνάρτηση μεταφοράς της 1<sup>ης</sup> μονάδας με  $K_1 = \frac{k_1}{\lambda_1} = 0.0122$ .

Επιπλέον ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο θα πρέπει να αποτελείται από αντιστάσεις

$$Z_{a1} = \frac{R_{11}}{K_2} = 1.56 \text{ } kOhm, Z_{b1} = \frac{R_{11}}{1 - K_1} = 19.32 \text{ } Ohm$$

### **2<sup>η</sup> Μονάδα:**

Το κέρδος που επιθυμώ να έχει η 2<sup>η</sup> μονάδα είναι  $k_2 = 0.5$  . Το κέρδος που έχει τώρα είναι  $\lambda_2 = 53.8$ . Άρα θα πρέπει να πολλαπλασιάσω την συνάρτηση μεταφοράς της 2<sup>ης</sup> μονάδας με  $K_2 = \frac{k_2}{\lambda_2} = 0.0093$ .

Επιπλέον ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο θα πρέπει να αποτελείται από αντιστάσεις

$$Z_{a2} = \frac{R_{21}}{K_2} = 1.88 \text{ } kOhm, Z_{b2} = \frac{R_{21}}{1 - K_2} = 17.67 \text{ } Ohm$$

### **3<sup>η</sup> Μονάδα:**

Το κέρδος που επιθυμώ να έχει η 3<sup>η</sup> μονάδα είναι  $k_3 = 0.5$  . Το κέρδος που έχει τώρα είναι  $\lambda_3 = 53.8$ . Άρα θα πρέπει να πολλαπλασιάσω την συνάρτηση μεταφοράς της 3<sup>ης</sup> μονάδας με  $K_3 = \frac{k_3}{\lambda_3} = 0.0093$ .

Επιπλέον ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο θα πρέπει να αποτελείται από αντιστάσεις

$$Z_{a3} = \frac{R_{31}}{K_3} = 1.43 \text{ } kOhm, Z_{b3} = \frac{R_{31}}{1 - K_3} = 13.5 \text{ } Ohm$$

### **4<sup>η</sup> Μονάδα:**

Το κέρδος που επιθυμώ να έχει η 4<sup>η</sup> μονάδα είναι  $k_4 = 2.6667$  . Το κέρδος που έχει τώρα είναι  $\lambda_4 = 96.73$ . Άρα θα πρέπει να πολλαπλασιάσω την συνάρτηση μεταφοράς της 4<sup>ης</sup> μονάδας με  $K_4 = \frac{k_4}{\lambda_4} = 0.0276$ .

Επιπλέον ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο θα πρέπει να αποτελείται από αντιστάσεις

$$Z_{a4} = \frac{R_{41}}{K_4} = 259.53 \, Ohm, Z_{b4} = \frac{R_{41}}{1 - K_4} = 7.35 \, Ohm$$

### **5<sup>η</sup> Μονάδα:**

Το κέρδος που επιθυμώ να έχει η 5<sup>η</sup> μονάδα είναι  $k_5 = 2.6667$ . Το κέρδος που έχει τώρα είναι  $\lambda_5 = 96.73$ . Άρα θα πρέπει να πολλαπλασιάσω την συνάρτηση μεταφοράς της 5<sup>ης</sup> μονάδας με  $K_5 = \frac{k_5}{\lambda_5} = 0.0276$ .

Επιπλέον ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο θα πρέπει να αποτελείται από αντιστάσεις

$$Z_{a5} = \frac{R_{51}}{K_5} = 168.46 \, Ohm, Z_{b5} = \frac{R_{52}}{1 - K_5} = 4.77 \, Ohm$$

### **Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων**

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{-2Q_1\omega_0 s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_1}s + \omega_0^2} K_1 = \frac{-637.02s}{s^2 + 636.9s + 1.668 * 10^7}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{-2Q_2\omega_1 s}{s^2 + \frac{\omega_1}{Q_2}s + \omega_1^2} K_2 = \frac{-530.8s}{s^2 + 446.4s + 1.275 * 10^7}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_3(s) = \frac{-2Q_2\omega_2 s}{s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2}s + \omega_2^2} K_3 = \frac{-694.49s}{s^2 + 584.1s + 2.182 * 10^7}$$

4. Για την τέταρτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_4(s) = \frac{-2Q_4\omega_3 s}{s^2 + \frac{\omega_3}{Q_4}s + \omega_3^2} K_4 = \frac{-3853.1s}{s^2 + 154.9s + 1.083 * 10^7}$$

5. Για την πέμπτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_5(s) = \frac{-2Q_4\omega_4s}{s^2 + \frac{\omega_4}{Q_4}s + \omega_4^2} K_5 = \frac{-5935.8s}{s^2 + 238.7s + 2.57 * 10^7}$$

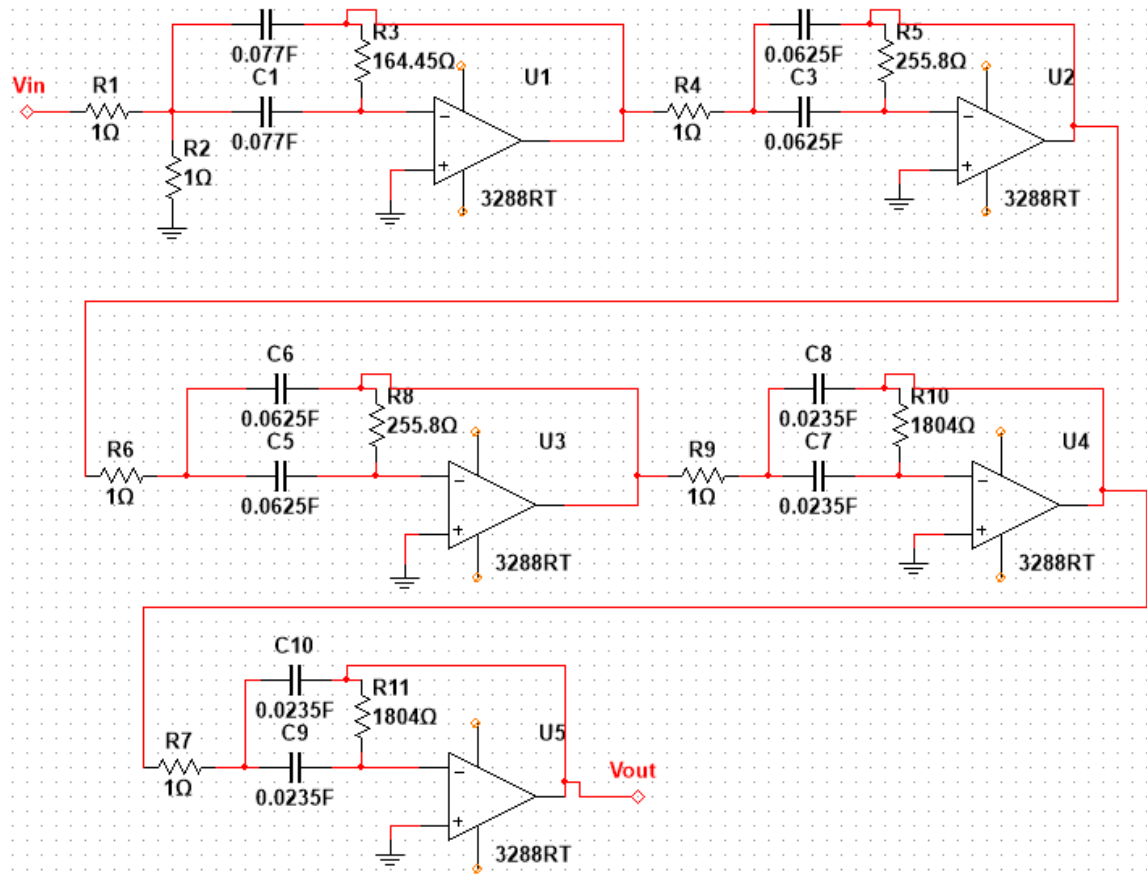
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου Chebyshev είναι:

$$T_{BP}(s) = K * T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) * T_4(s) * T_5(s):$$

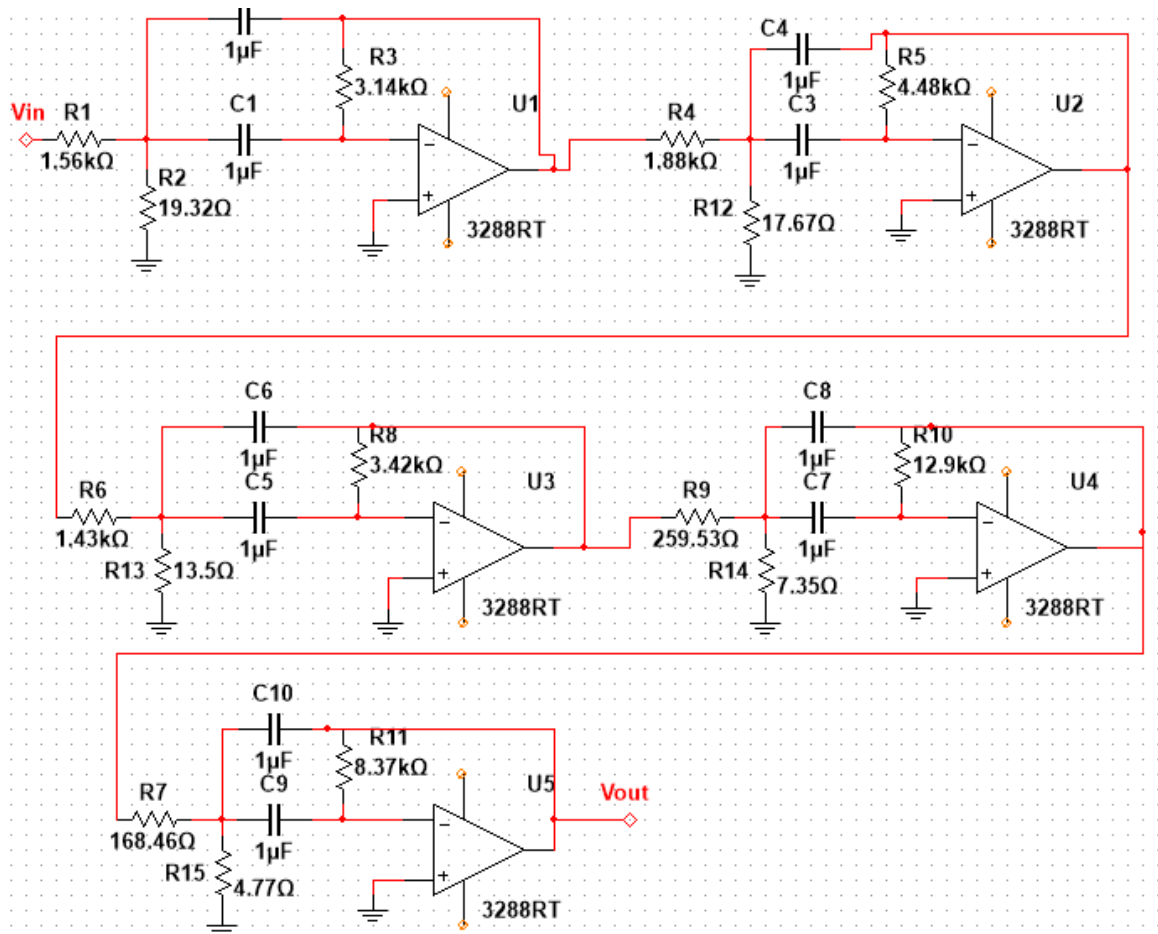
$$\text{Με } K = K_1 K_2 K_3 K_4 K_5 = 7.983 * 10^{-10}$$

$$= \frac{-5.370 * 10^{15} s^5}{s^{10} + 2061s^9 + 8.938 * 10^7 s^8 + 1.446 * 10^{11} s^7 + 3.089 * 10^{15} s^6 + 3.681 * 10^{18} s^5 + 5.15 * 10^{22} s^4 + 4.023 * 10^{25} s^3 + 4.148 * 10^{29} s^2 + 1.595 * 10^{32} s + 1.291 * 10^{36}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι πέντε μονάδες καθώς και ο διαιρέτης τάσης στην είσοδο για την προσαρμογή του κέρδους στην επιθυμητή τιμή.



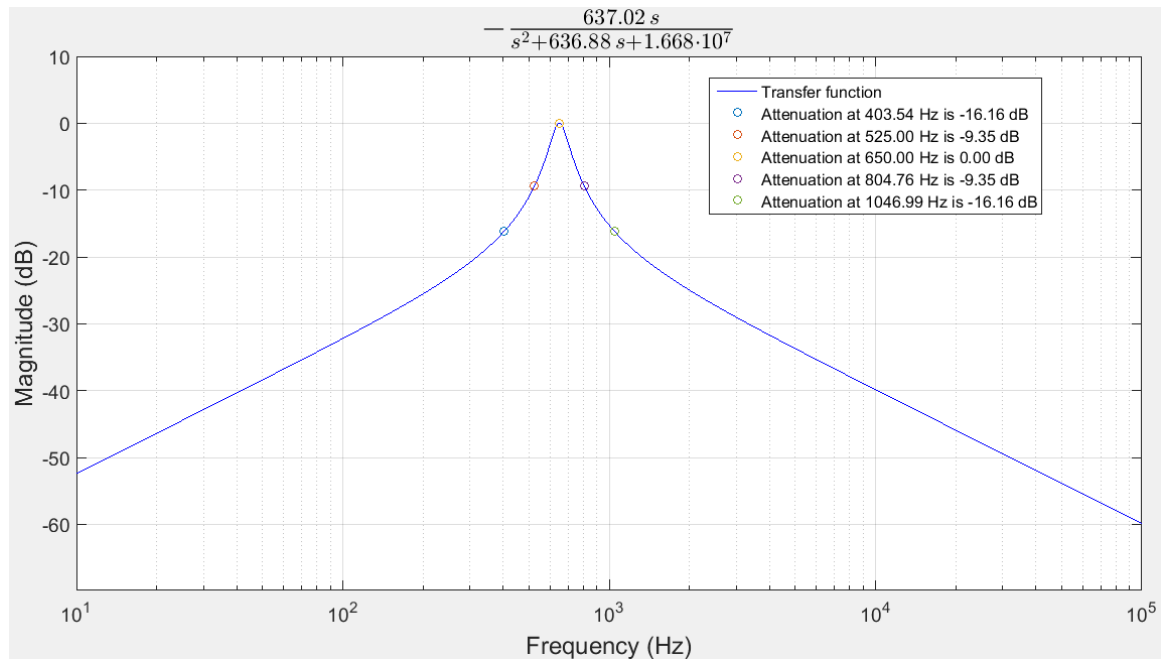
Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Chebyshev. Με τους διαιρέτες τάσης σε κάθε μονάδα, με ότι άλλο στοιχείο είναι απαραίτητο και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



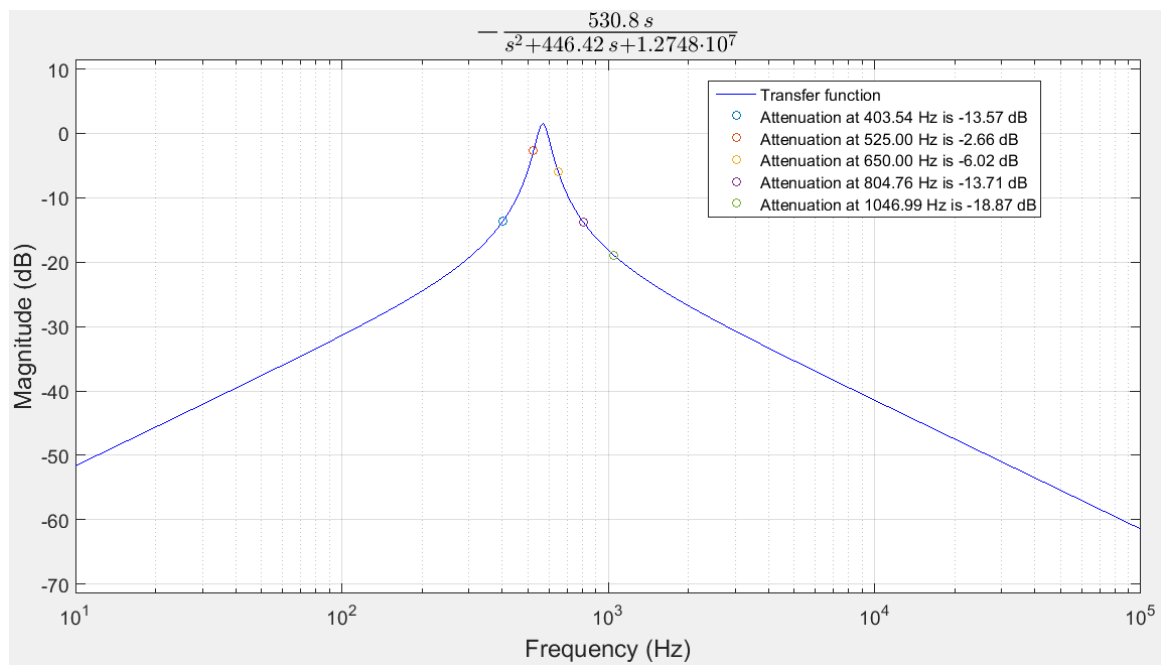
## B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των πέντε μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη την τρίτη, τέταρτη και πέμπτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο MATLAB χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση `plot_transfer_function.m` με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

1<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο πρώτης μονάδας.

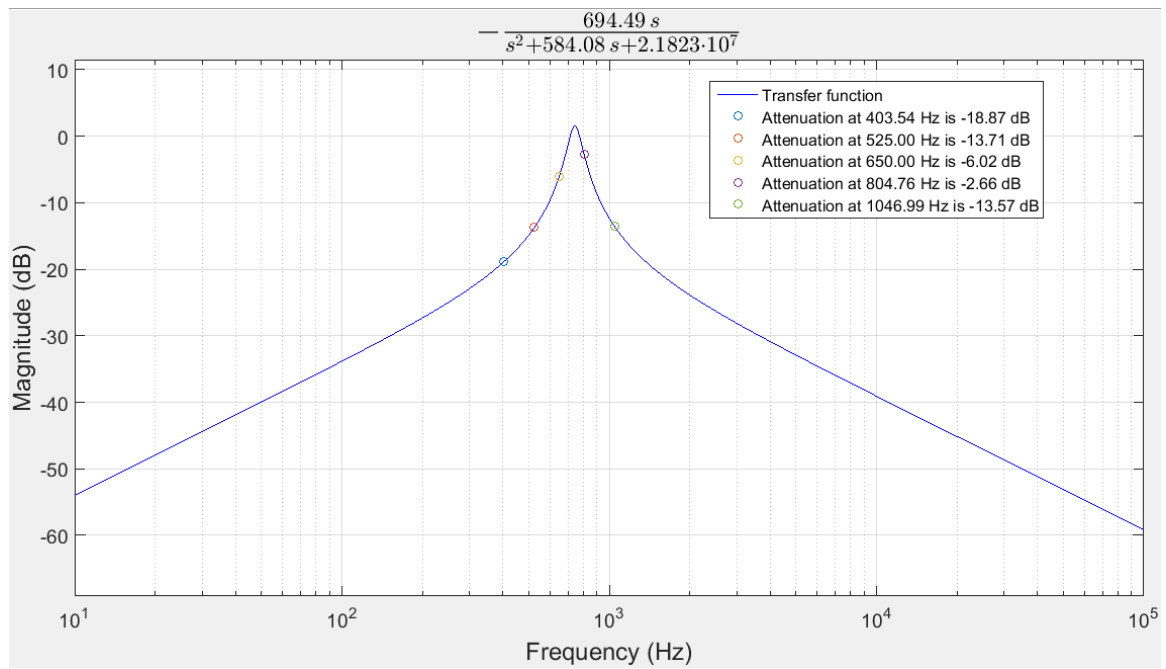


2<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο δεύτερης μονάδας

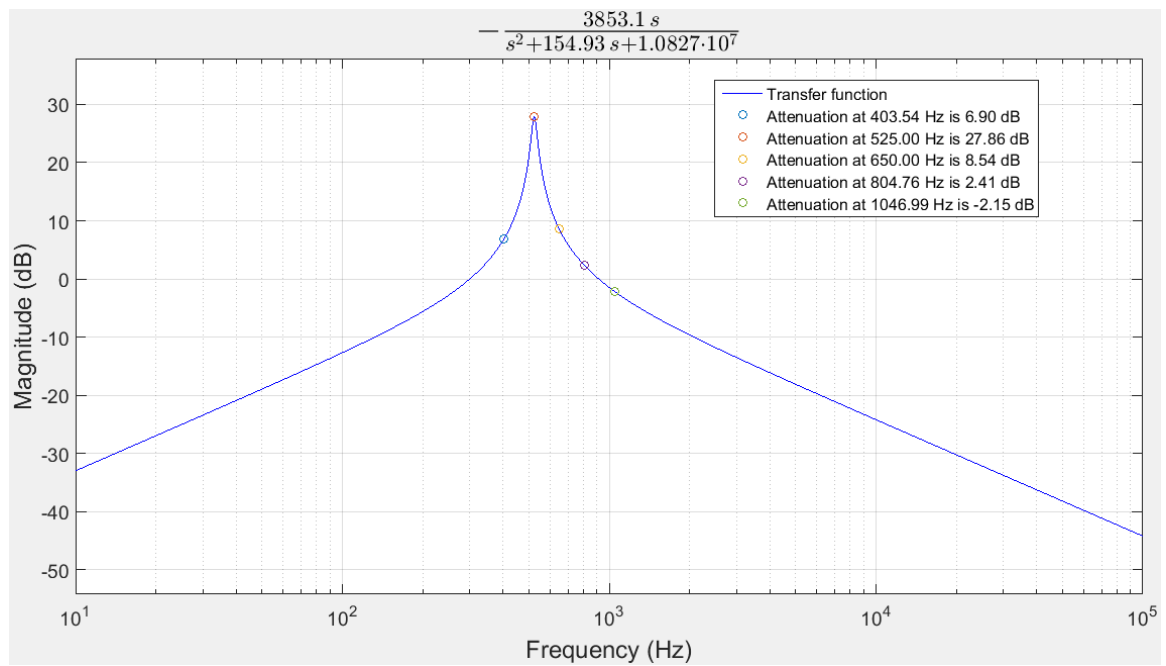




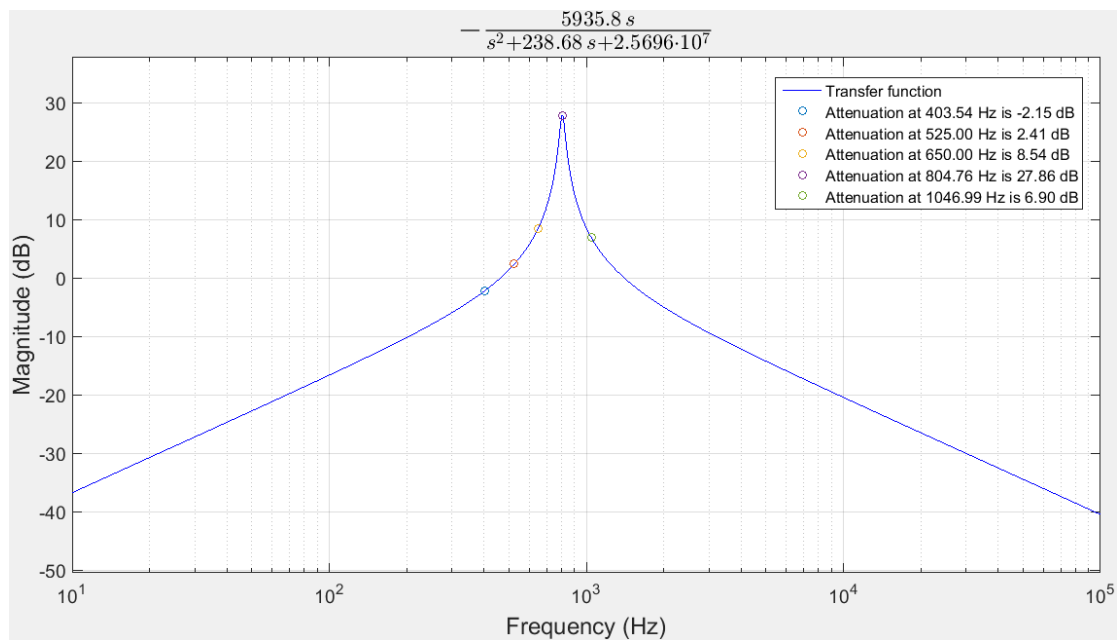
### 3<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο τρίτης μονάδας



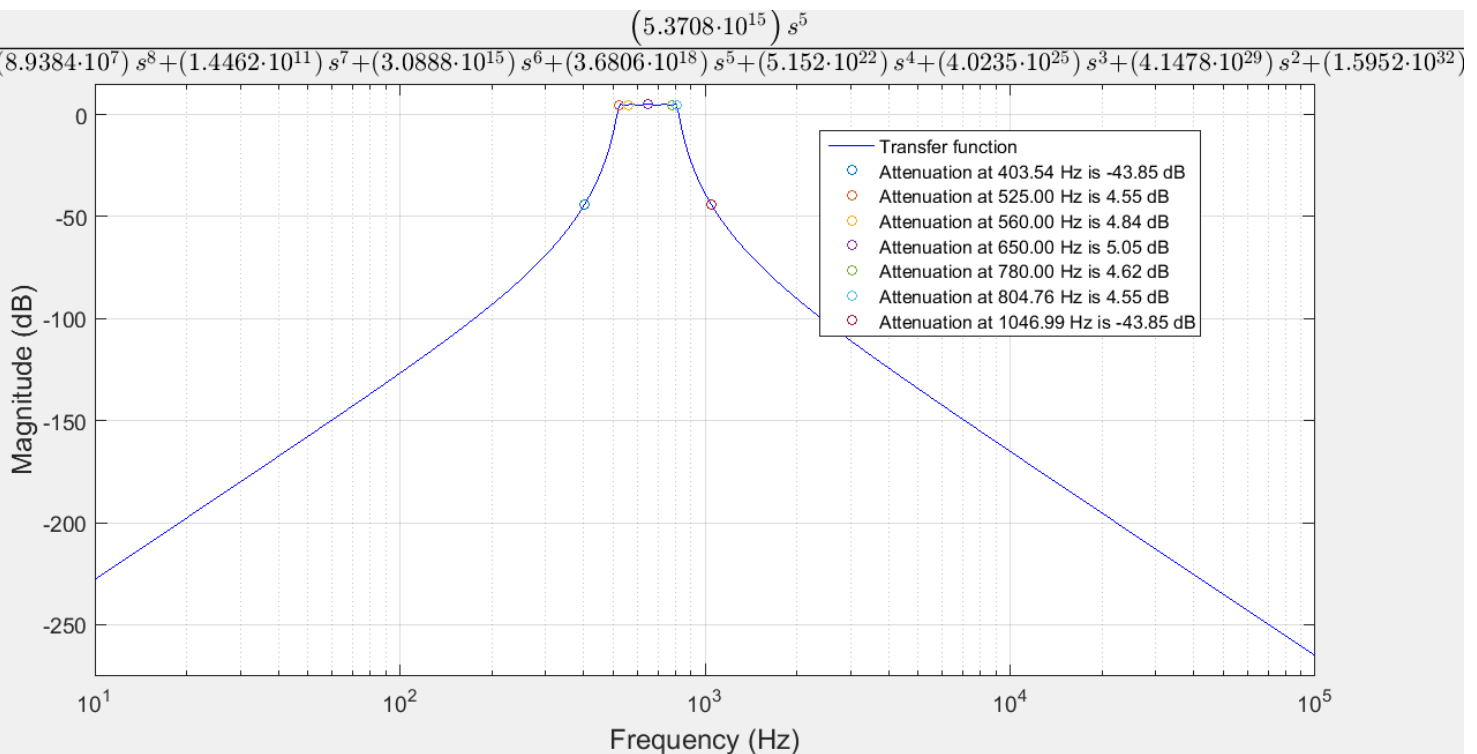
### 4<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο τέταρτης μονάδας



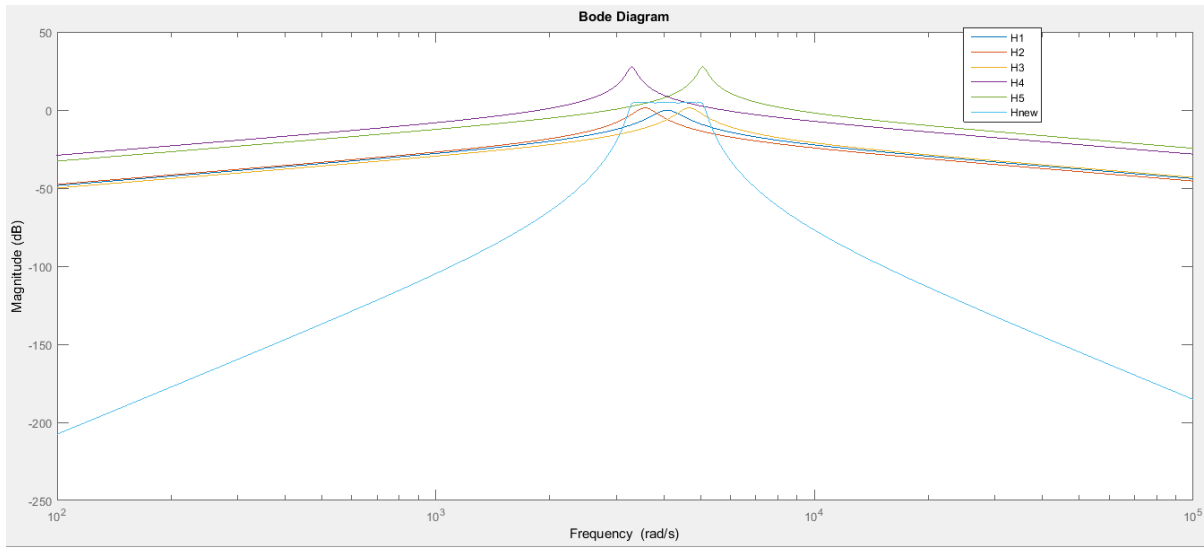
## 5<sup>η</sup> Μονάδα : Ζωνοδιαβατό φίλτρο πέμπτης μονάδας



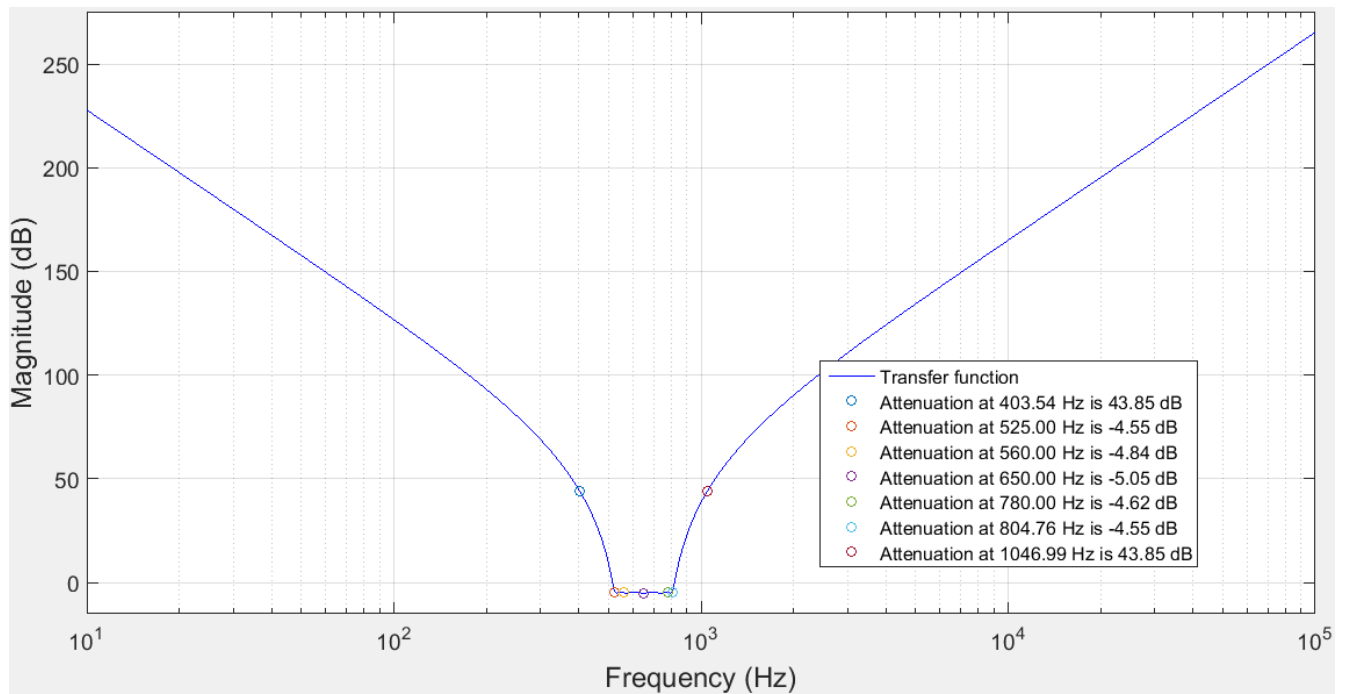
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης `plot_transfer_function`.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

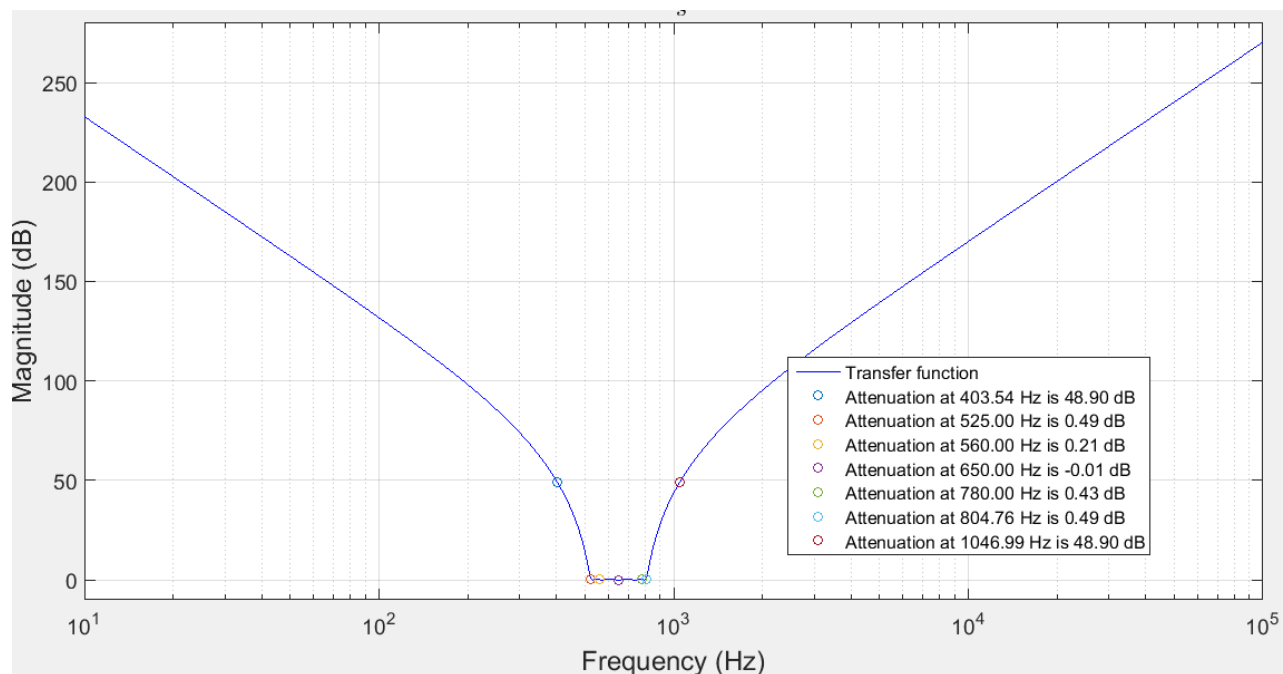


Παρατηρώντας την συνάρτηση απόσβεσης αλλά και την απόκριση του φίλτρου διαπιστώνουμε ότι έχουμε κέρδος 5dB στην ζώνη διέλευσης όπως ζητήθηκε από τις προδιαγραφές. Επιπλέον στις συχνότητες που ορίζουν την ζώνη διέλευσης (525Hz,804.76Hz) η απόσβεση που έχουμε είναι περίπου 0.45dB  $(-4.55+5)$  μικρότερο από το 0.5dB που ζητήσαμε. Ακόμη βλέποντας την απόσβεση σε δύο άλλες συχνότητες που ανήκουν επίσης στην ζώνη διέλευσης (560Hz,780Hz) βλέπουμε ότι και εκεί έχουμε απόσβεση μικρότερη από 0.5dB όπως και θέλουμε.

Βλέποντας τις αποσβέσεις στις ζώνες αποκοπής (0,403.54Hz) και (1.04kHz,inf) και συγκεκριμένα στις συχνότητες που ορίζουν αυτές τις δύο ζώνες η απόσβεση που έχουμε είναι περίπου  $(43.85+5)$  48.85dB αρκετά μεγαλύτερο από τα 36.5dB που ζητήσαμε.

Συνεπώς από την ανάλυση στο MATLAB μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το φίλτρο που σχεδιάσαμε πληροί τις ζητούμενες προδιαγραφές.

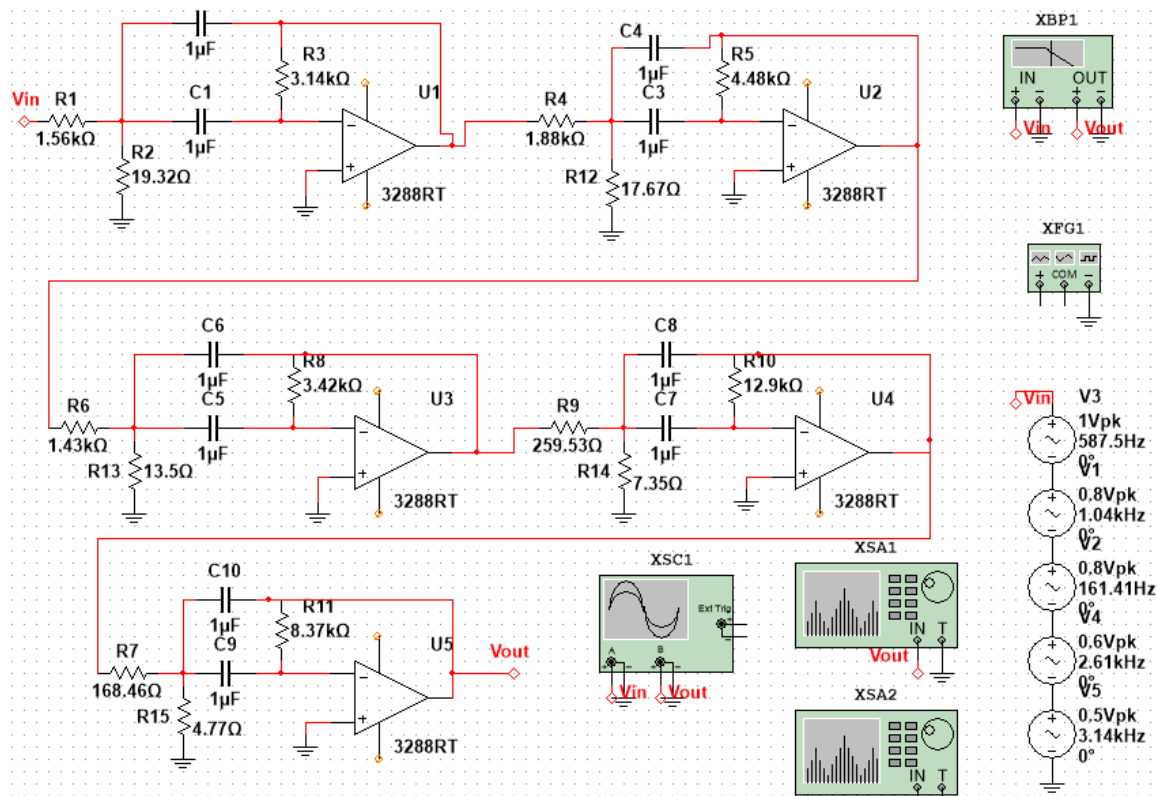
Με ρύθμιση κέρδους στα 0dB η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα όπου φαίνεται πιο καθαρά ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.



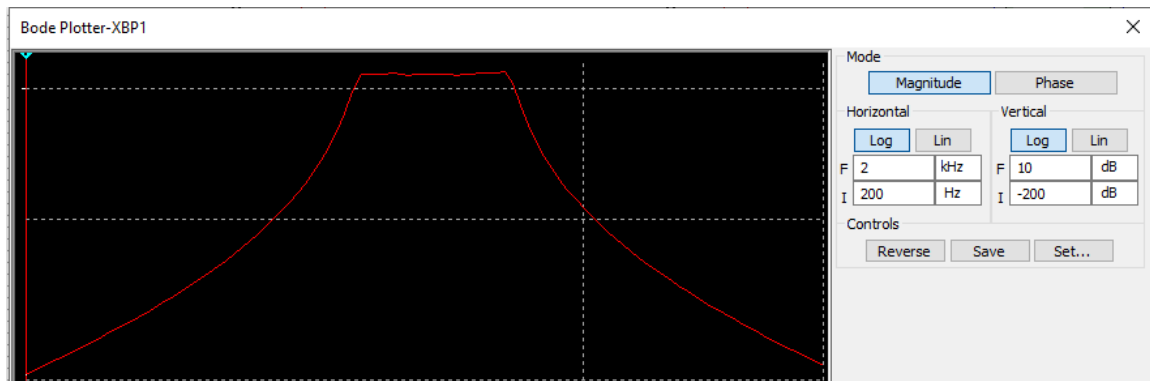
## Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

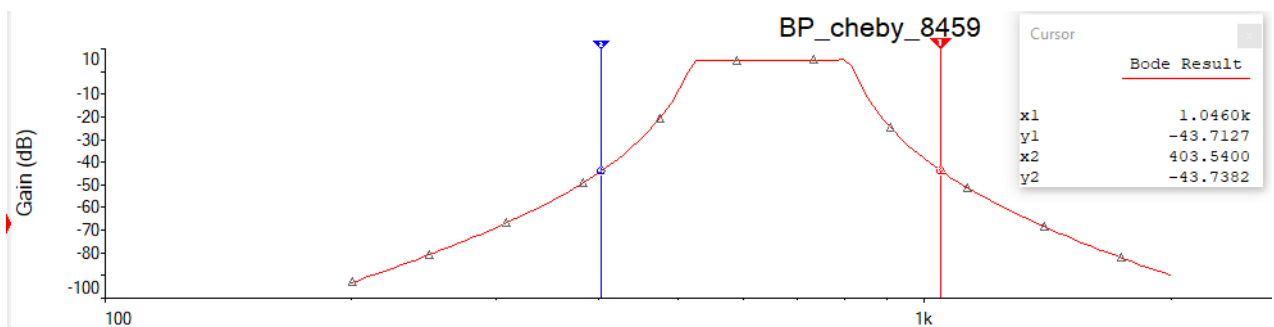
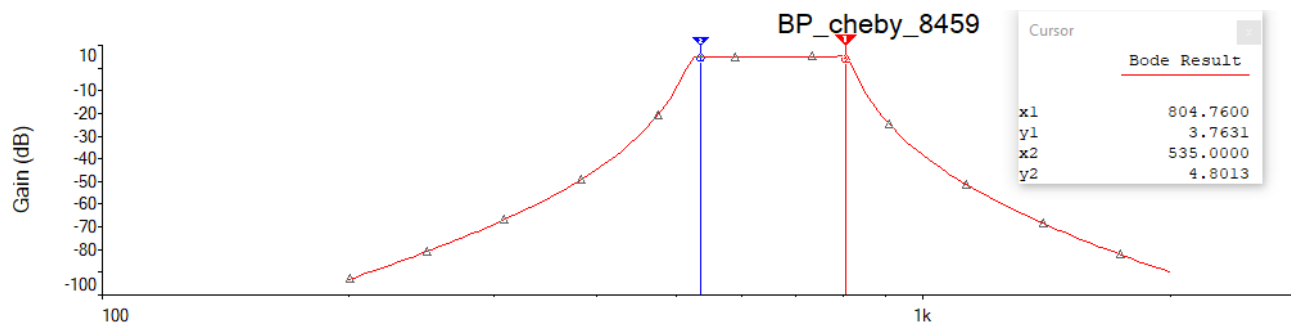
Εισάγουμε λοιπόν όπως αναφέρθηκε τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Τα παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.

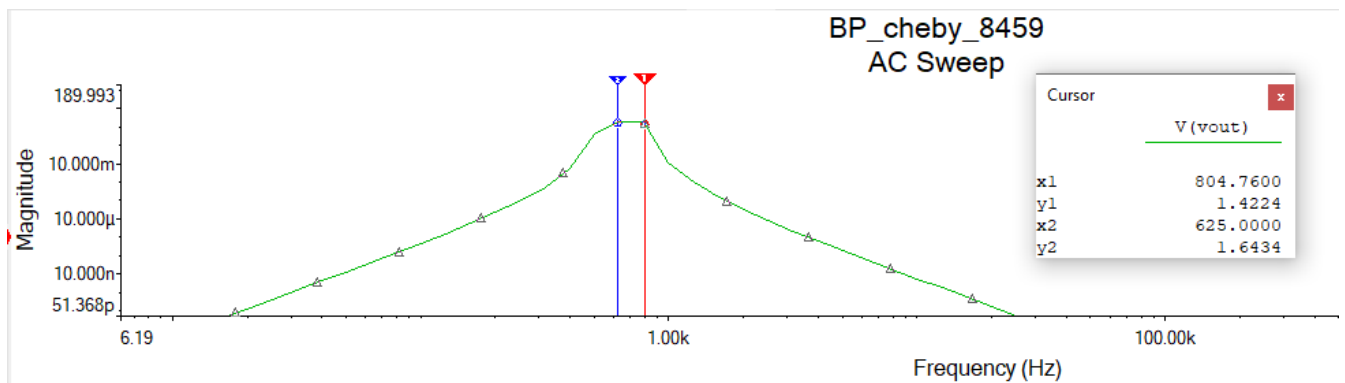


Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι στις ζώνες αποκοπής έχουμε τα ίδια αποτελέσματα που είχαμε και από την ανάλυση με το MATLAB. Στη ζώνη διέλευσης και συγκεκριμένα στις συχνότητες που την ορίζουν  $f_1, f_2$  έχουμε απόσβεση περίπου 0.2 dB και 1.2dB. Μεγαλύτερα από την ανάλυση μέσω MATLAB , και από αυτά που θέλαμε

(<0.5dB). Το κέρδος στην ζώνη διέλευσης είναι 5dB όπως ζητήσαμε . ενώ σε όλες τις άλλες συχνότητες που ανήκουν σε αυτήν η απόσβεση είναι μικρότερη από 0.5dB, που είναι επιθυμητό.

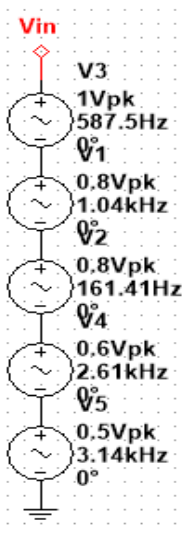
Μπορούμε να καταλήξουμε ότι το φίλτρο που σχεδιάστηκε στο Multisim ικανοποιεί τις απαιτήσεις που ζητήθηκαν και σχεδιάστηκαν και με το MATLAB

Αντίστοιχα, στο παρακάτω σχήμα παρατηρούμε την AC analysis του φίλτρου.



- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης άθροισμα συνημίτονων με διαφορετικές συχνότητες.

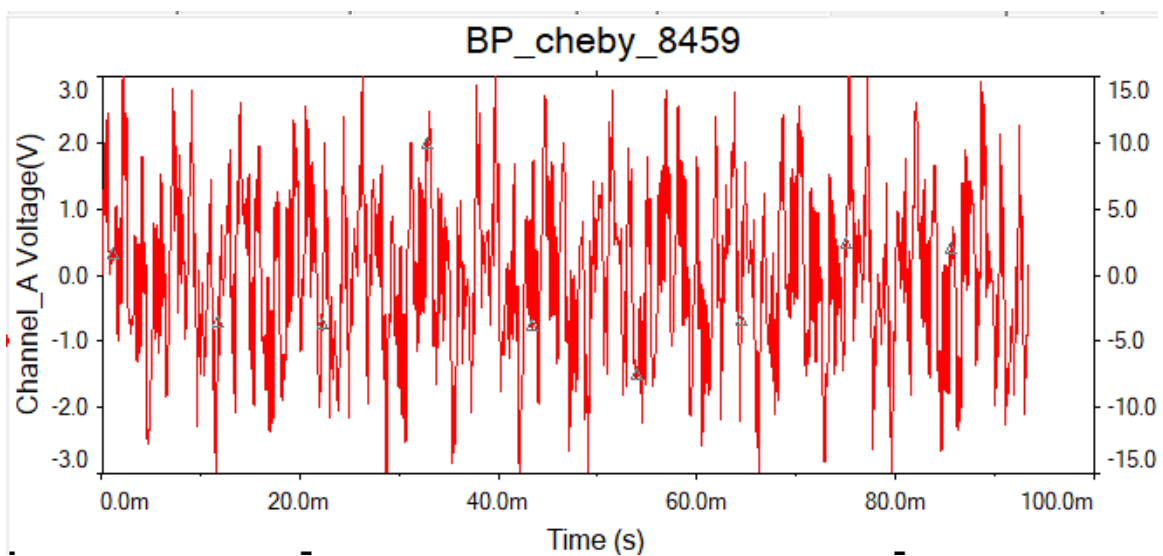
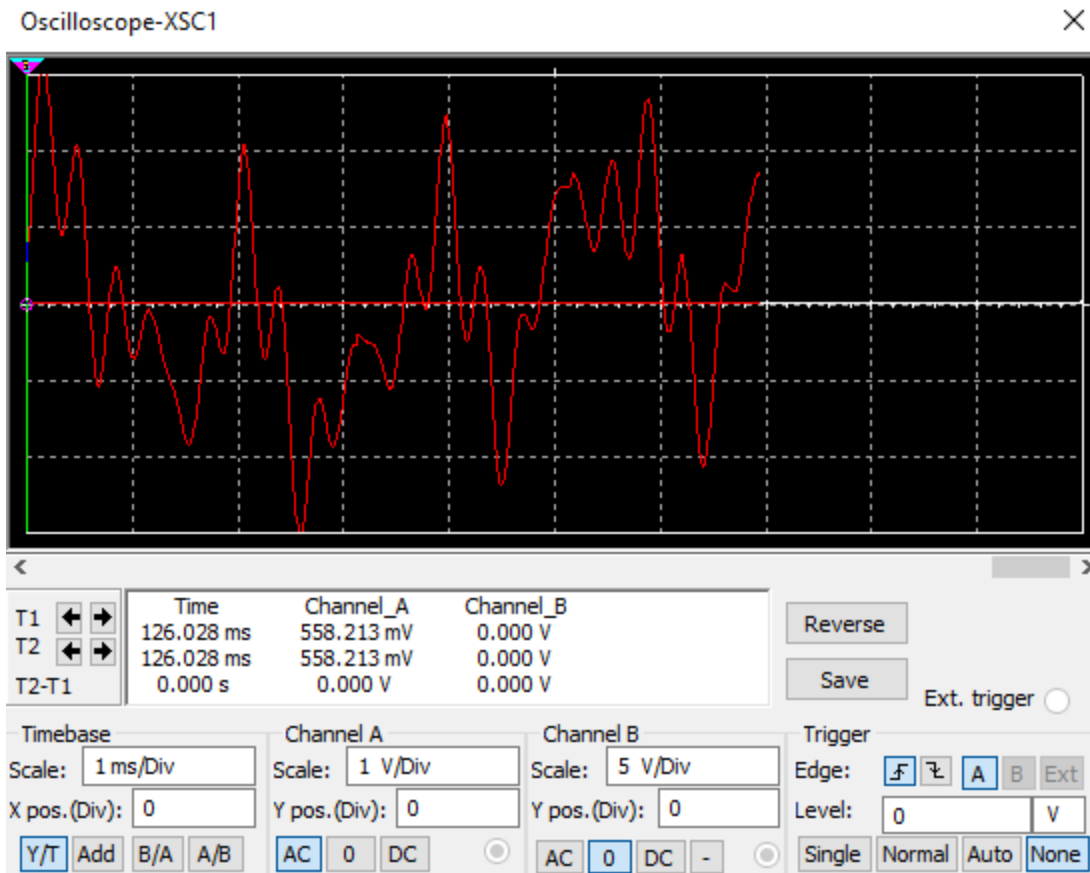
$$f(t) = \cos\left(\left(\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{2}\right)t\right) + 0.8 \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{3}\right)t\right) + 0.8 \cos(0.4\omega_4 t) + 0.6 \cos(2.5\omega_4 t) + 0.5 \cos(3\omega_4 t)$$



Το σήμα αυτό το υλοποιούμε στο Multisim συνδέοντας σε σειρά πηγές AC.

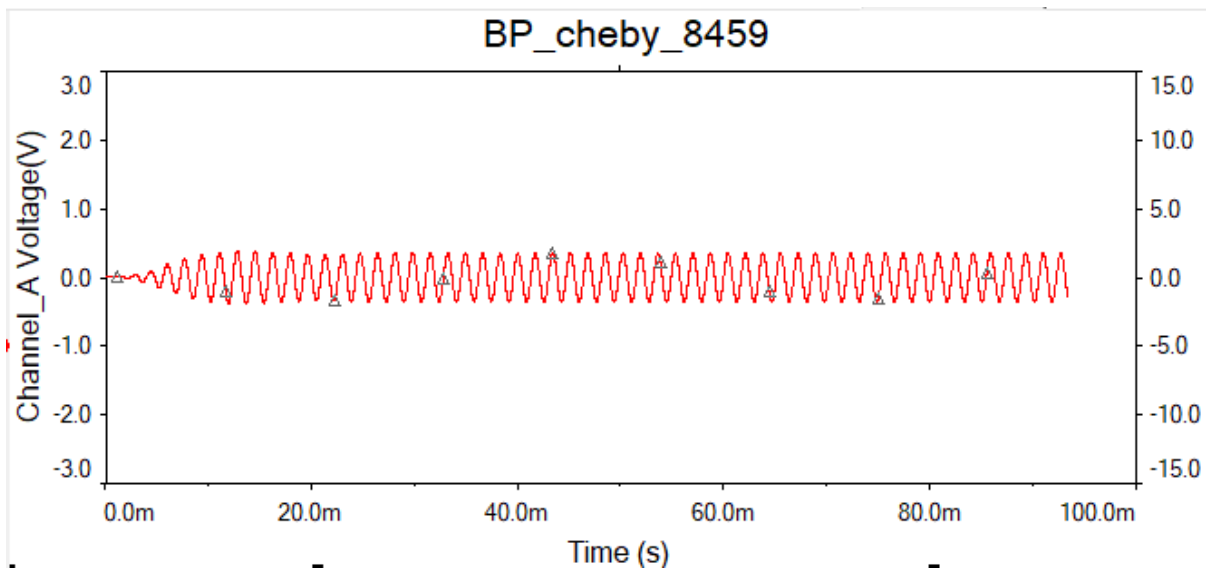
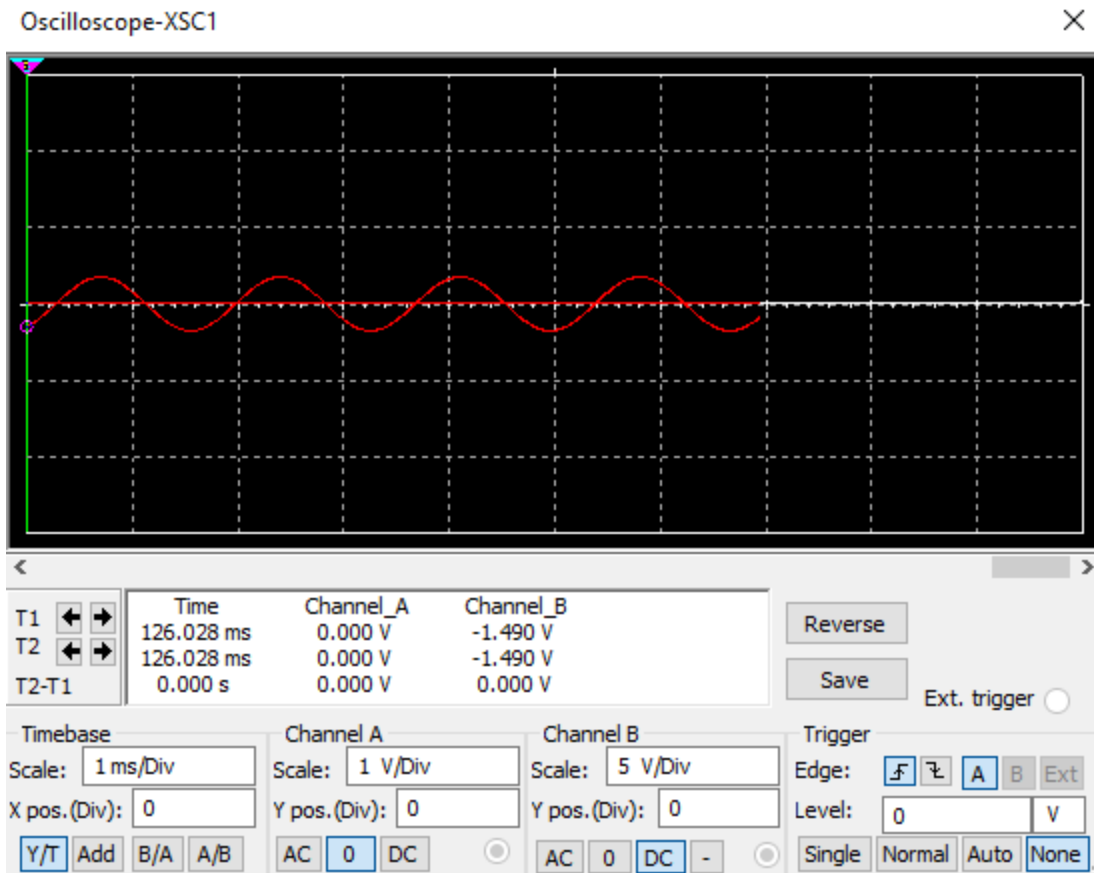
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

Σήμα Εισόδου :

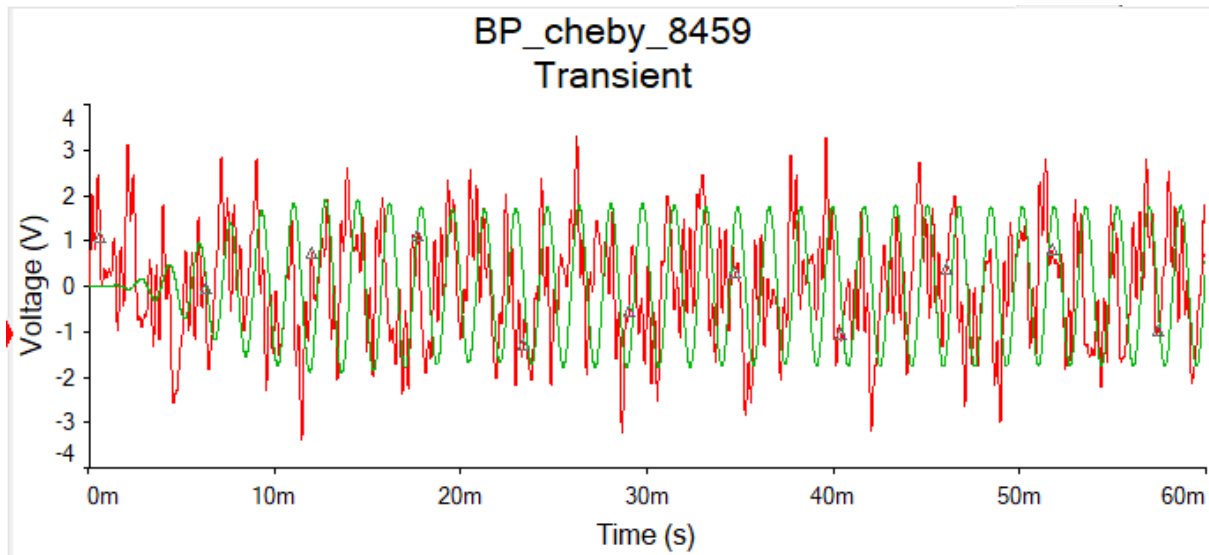


Σήμα Εξόδου :

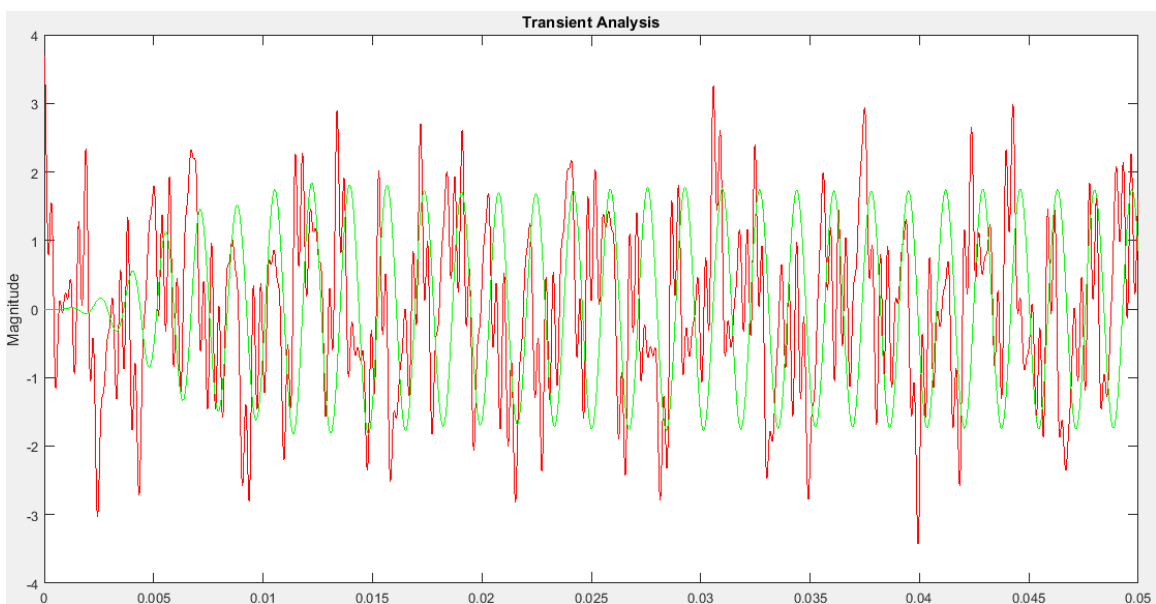




Transient analysis σήματος εισόδου και εξόδου.



Ενώ δημιουργώντας το αντίστοιχο σήμα εισόδου στο MATLAB και κάνοντας αντίστοιχη προσομοίωση , λαμβάνουμε το ακόλουθο διάγραμμα.(Με κόκκινο η είσοδος , πράσινο η έξοδος).



Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Πιο αναλυτικά, βλέποντας την έξοδο σε σχέση με την είσοδο μπορούμε να συμπεράνουμε ότι όντως πρόκειται για ζωνοδιαβατό φίλτρο. Η είσοδος αποτελείται από άθροισμα αρμονικών από τις οποίες ορισμένες ανήκουν στην ζώνη διέλευσης του φίλτρου και άλλες όχι. Το αποτέλεσμα είναι ότι στην έξοδο θα έχουν μείνει μόνο οι συχνότητες που ανήκουν στην ζώνη διέλευσης. Παρατηρώντας το σήμα εξόδου, βλέπουμε ότι έχει αποσβέσει τις πολύ αργές και πολύ γρήγορες μεταβολές που εμφανίζονται στην είσοδο, δηλαδή φαίνεται να έχει διώξει τις υψηλές και χαμηλές συχνότητες της εισόδου και να έχει κρατήσει μόνο τις αρμονικές της εισόδου που ανήκουν στην ζώνη διέλευσης. Ακόμη βλέπουμε ότι η έξοδος μοιάζει να είναι τέλειο συνημίτονο, από αυτό μπορούμε να υποθέσουμε ότι μόνο μία από τις θεμελιώδεις συχνότητες της εισόδου ανήκει στην ζώνη διέλευσης και αυτή είναι που έχει κυριαρχήσει.

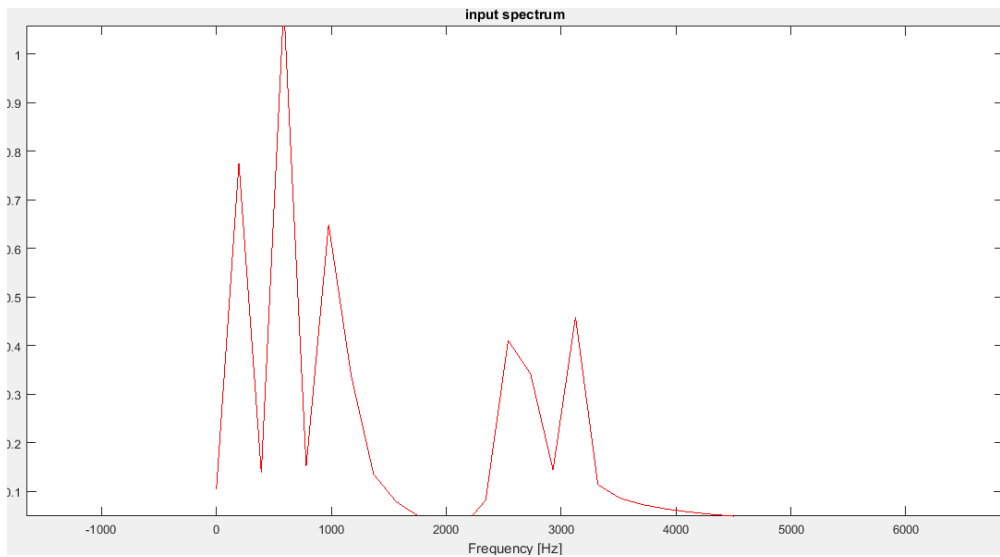
Το πλάτος αυτών των συχνοτήτων πρέπει να έχουν ενισχυθεί κατά 5dB, κάτι που είναι δύσκολο να παρατηρηθεί οπτικά από τα παραπάνω σχήματα.

Αυτό θα φανεί καλύτερα στην ανάλυση φάσματος που παρουσιάζεται στην συνέχεια.

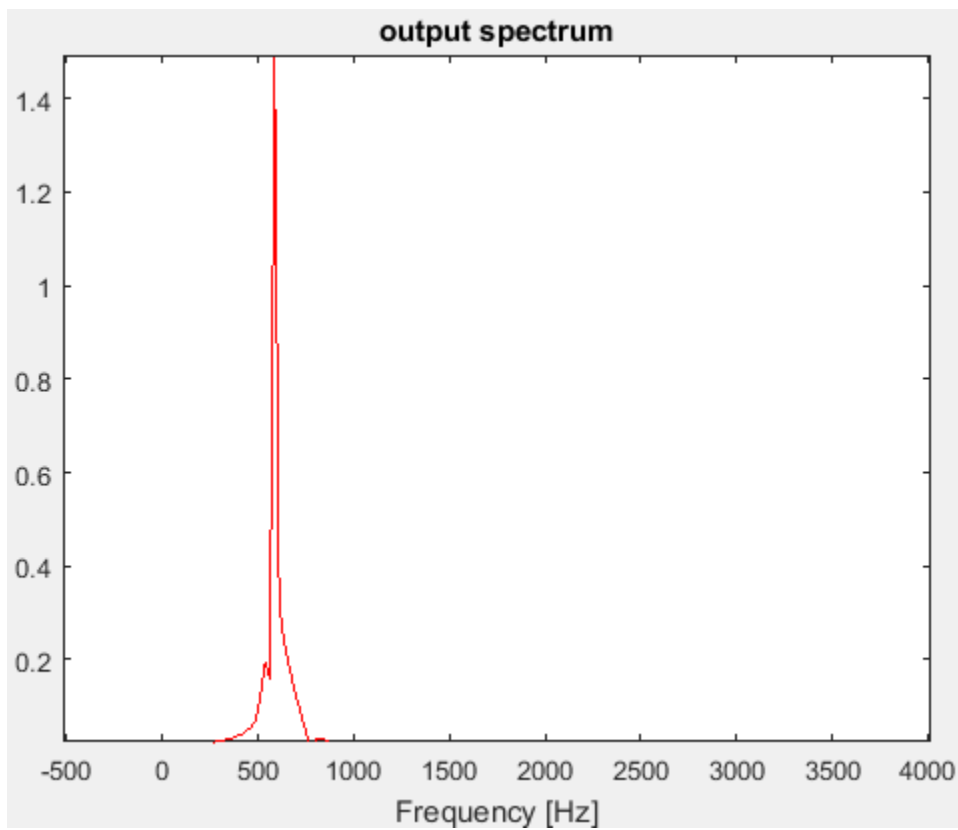
- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο MATLAB. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα. Για να γίνει αυτό στο Multisim χρησιμοποιήσαμε τον Spectrum analyzer στην είσοδο και στην έξοδο.

Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

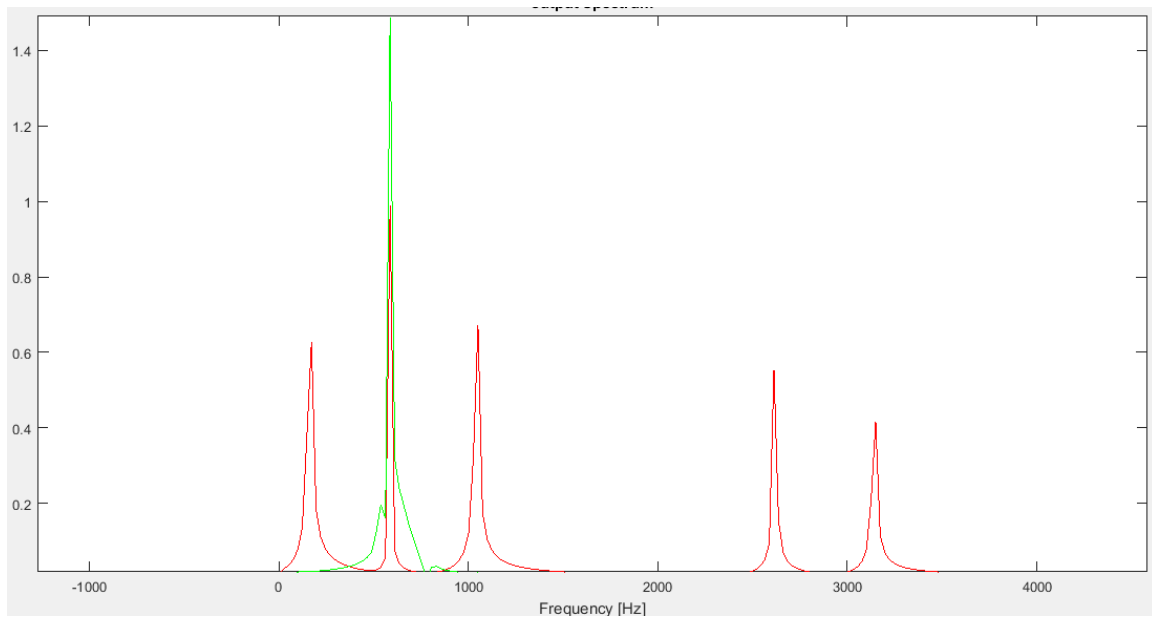
Φάσμα Σήματος Εισόδου(MATLAB) :



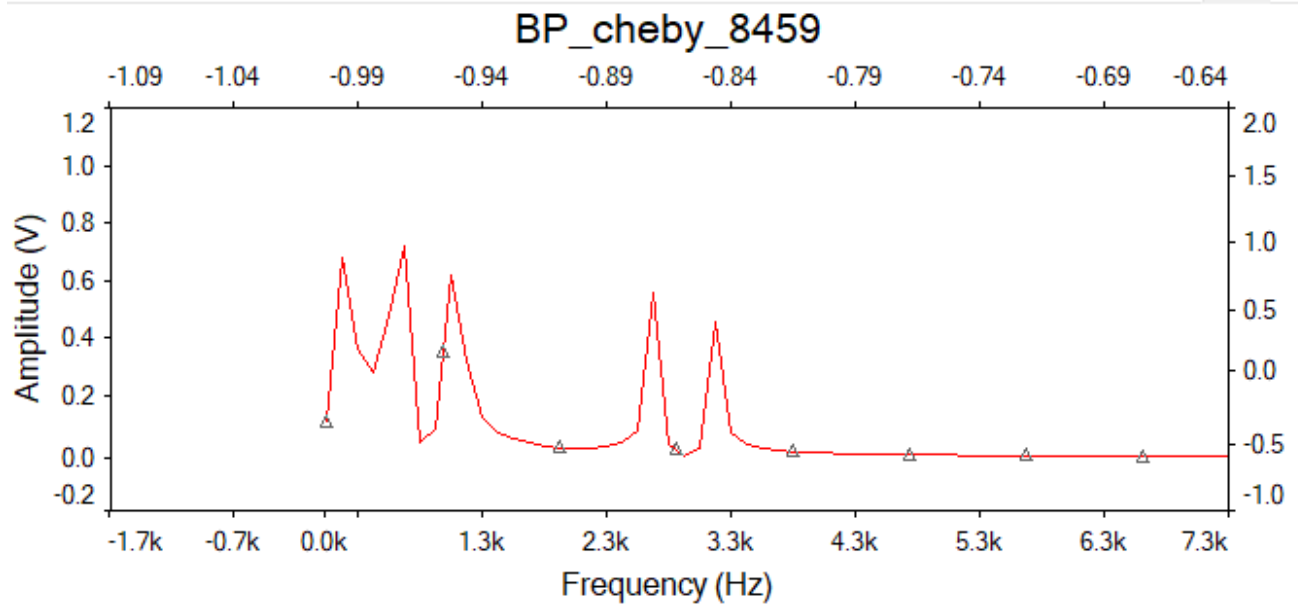
Φάσμα Σήματος Εξόδου(MATLAB) :



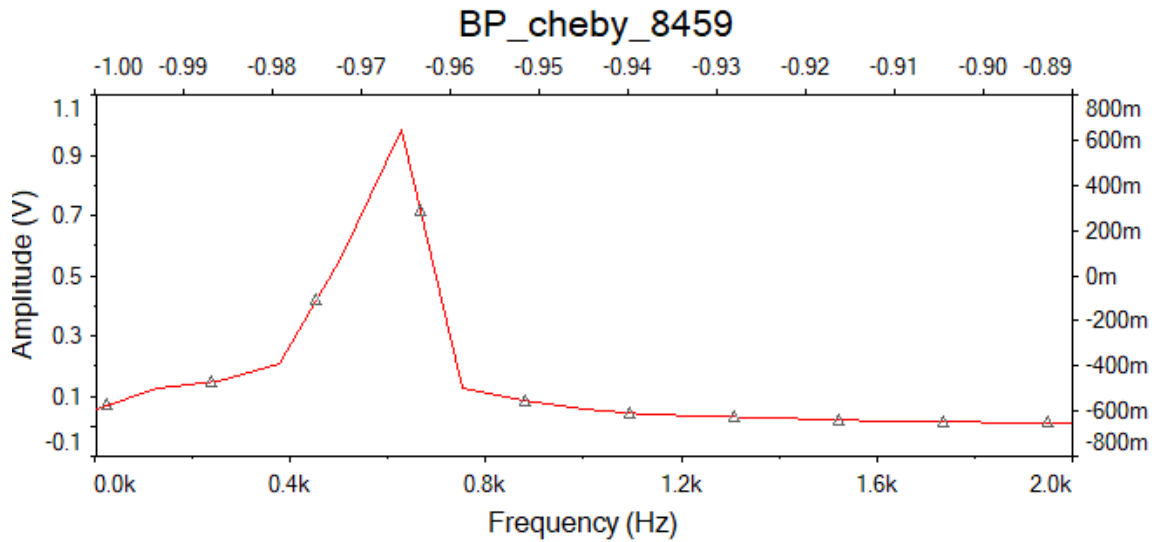
Κοινό διάγραμμα φάσματος εισόδου(κόκκινο)-εξόδου(πράσινο)



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Από τα παραπάνω , αρχικά επαληθεύεται αυτό που υποθέσαμε νωρίτερα ότι δηλαδή μια μόνο ώση(η 587.5Hz) ανήκει στην ζώνη διέλευσης του φίλτρου και αυτή είναι που κυριαρχεί , με αποτέλεσμα η έξοδος να είναι σχεδόν τέλειο συνημίτονο των 587.5Hz.

Παρατηρούμε ότι στην είσοδο εμφανίζονται 5 ώσεις , μια για κάθε πηγή τάσης που βάλαμε στην είσοδο, και οι 4 από τις 5 αποσβένονται από το ζωνοδιαβατό φίλτρο.

Ακόμη διαπιστώνουμε την ενισχυτική λειτουργία του φίλτρου , αφού η ώση των 587.5Hz που εμφανίζεται στην έξοδο είναι πολλαπλασιασμένη με περίπου 1.77 (5dB) σε σχέση με την αντίστοιχη ώση της εισόδου.

Το παραπάνω φαινόμενο γίνεται ιδιαίτερα αντιληπτό στο κοινό διάγραμμα φάσματος εισόδου-εξόδου που δημιουργήθηκε από την θεωρητική ανάλυση μέσω MATLAB.

Εν κατακλείδι, με βάση τα παραπάνω μπορούμε να καταλάβουμε ότι το φίλτρο λειτουργεί ζωνοδιαβατά και ικανοποιεί τις προδιαγραφές που του τέθηκαν.