ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ #1

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : ΑΡΓΥΡΙΟΣ ΚΟΚΚΙΝΗΣ

Α.Ε.Μ. : 8459

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2020

Περιεχόμενα

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

f_p = 3 KHz , f_s = 6 KHz ,

και

a_{max} =0.8 dB , a_{min} =19.5 dB

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

- Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στο πλαίσιο της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\log\left[\frac{10^{a_{min}/10} - 1}{10^{a_{max}/10} - 1}\right]}{2\log(\omega_s/\omega_p)}$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες διάβασης και αποκοπής σε γωνιακές άρα θα έχουμε :

$\omega_p=2\pi f_p$ = 18849 rad/sec

$\omega_s=2\pi f_s$ = 37699 rad/sec

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή n= 4.38.

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος στρογγυλοποιούμε στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο και χρησιμοποιούμε αυτόν για να ορίσουμε την τάξη του φίλτρου. Δηλαδή ,

n = 5

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{[10^{a_{\max/10}} - 1]^{1/2n}}$$

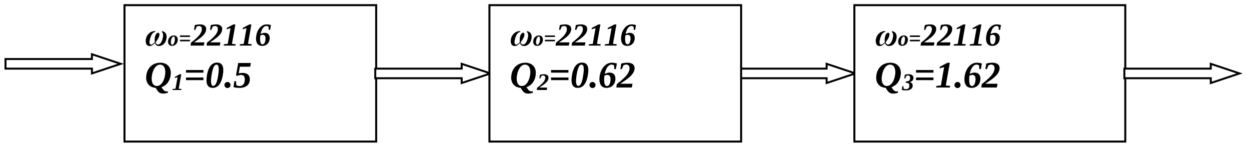
Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε α > a_{min} για ω=ω_s. Δηλαδή οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται. Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω_0 είναι :

ω_0=22116 rad/sec

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών προκύπτουν από του αντίστοιχους πίνακες για φίλτρα Butterworth 5ης τάξης και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

ψ_κ	**Q**	p_κ
0°	0.5	-1.0
±36°	0.62	-0.8090 ± j0.5877
±72°	1.62	-0.3090 ± j0.9510

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 3 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



Μονάδα 1 (I) Μονάδα 2 (II) Μονάδα 3 (III)

• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση θεωρώντας $k_f = \omega_0$ για να βρούμε τις πραγματικές συναρτήσεις μεταφοράς κάθε μονάδας.

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο .

Η γενικευμένη συνάρτηση μεταφοράς αυτού του φίλτρου είναι.

$$T_1(s) = \frac{p_1}{s + p_1}$$

Με p_1 να είναι ο πόλος και η συχνότητα ημίσειας ισχύος του φίλτρου. $p_1 = \frac{1}{RC} = 1$ ($\omega_0 = 1$). Και επιλέγω R=C=1.

Κλιμακοποίηση

Επειδή έχω $\omega_0 = 22116 \frac{rad}{sec}$ επιλέγω $k_f = \omega_0 = 22116 \frac{rad}{sec}$. Προκειμένου να έχουμε πυκνωτή C = 0.01μF , υπολογίζω το $k_m = \frac{1}{Ck_f} = \frac{10^6}{0.01*22116}$ = 4522Ohm

Άρα χρησιμοποιώ R = 4.5kOhm

Τελικά προκύπτει η κλιμακοποιημένη συνάρτηση μεταφοράς.

$$T_1(s) = \frac{22116}{s + 22116}$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα αυτή θα υλοποιηθεί με ένα κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (στρατηγική 1η).

Με την μέθοδο των ίσων πυκνωτών ίσων αντιστάσεων.

Αρχικά για $\omega_0 = \frac{1rad}{s}$, $C_1 = C_2 = 1$ και $R_1 = R_2 = 1$.

Το $Q_2 = 0.62 = \frac{1}{3-k}$ με $k = 3 - \frac{1}{Q_2} = 1 + \frac{r_2}{r_1}$ = 1.38 .

Θέτοντας $r_1 = 1$ προκύπτει $r_2 = 0.38$

Κλιμακοποίηση

Κλιμακοποιούμε θεωρώντας $k_f = \omega_0 = \frac{22116 rad}{s}$

Προκειμένου να έχουμε πυκνωτή 0.01μF θέτουμε τον $C_{new} = 0.01\mu F$ και υπολογίζουμε.

$$C_{new} = \frac{1}{k_f k_m} C_{old}$$

Προκύπτει $k_m = 4522$, Οπότε $R_1 = R_2 = r_1 = k_m R_{old} = 4.5kOhm$, $r_2 = k_m r_{2old}$= 1.74 kOhm.Οπότε η συνάρτηση μεταφοράς της 2ης μονάδας είναι:

$$T_2(s) = k\frac{{\omega_0}^2}{s^2+\omega_0/Q_2\, s+{\omega_0}^2} = 1.38\frac{22116^2}{s^2+35670s+22116^2}$$

<u>ΜΟΝΑΔΑ (III)</u>

Για την 3η μονάδα εφαρμόζεται η ίδια διαδικασία που έγινε και με την 2η μονάδα.

Η 3η μονάδα έχει $Q_3 = 1.6$, άρα k = 3 - $\frac{1}{Q_3}$ = 2.38 και για $C_1 = C_2 = 1$,

$R_1 = R_2 = 1$, $r_2 = 1.38$

<u>Κλιμακοποίηση</u>

Αντίστοιχα με την 2η μονάδα κλιμακοποιείται και η 3η. Για $C_1 = C_2 = 0.01\mu F$,

Και για $R_1 = R_2 = 4.5kOhm$, $r_1 = 4.5kOhm$, $r_2 = k_m r_{2old} = 6.21kOhm$

Η συνάρτηση μεταφοράς της 3ης μονάδας είναι:

$$T_3(s) = \frac{k{\omega_0}^2}{s^2+\omega_0/Q_3 s+{\omega_0}^2} = 2.38\, \frac{22116^2}{s^2+13651s+22116^2}$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος του φίλτρου στα 0 dB. Λόγω της στρατηγικής που επιλέχθηκε το κέρδος βγαίνει $k_2 k_3 = 3.28$. Δηλαδή $20\log 3.28 = 10.31\ dB$. Επομένως θα πρέπει να κάνουμε απόσβεση προκειμένου να φτάσουμε στα 0 dB. Δηλαδή θα πρέπει να κάνω το συνολικό κέρδος $20\log K = 0 \Rightarrow K = 1$. Αυτό το επιτυγχάνω χρησιμοποιώντας κύκλωμα μη αναστρέφουσας συνδεσμολογίας με λόγο αντιστάσεων $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{k_2 k_3} = 0.304 = k$. Επιλέγω $R_2 = 3kOhm$ και $R_1 = 10kOhm$.

<u>Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων</u>

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_1(s) = \frac{\omega_0}{s+\omega_0} = \frac{22116}{s+22116}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key (στρατηγική 1η), η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_2(s) = \frac{{\omega_0}^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + {\omega_0}^2}k_2 = \frac{489117456}{s^2 + 35670s + 489117456} * 1.38$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει :

$$T_3(s) = \frac{{\omega_0}^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_3}s + {\omega_0}^2}k_3 = \frac{489117456}{s^2 + 13651s + 489117456} * 2.38$$

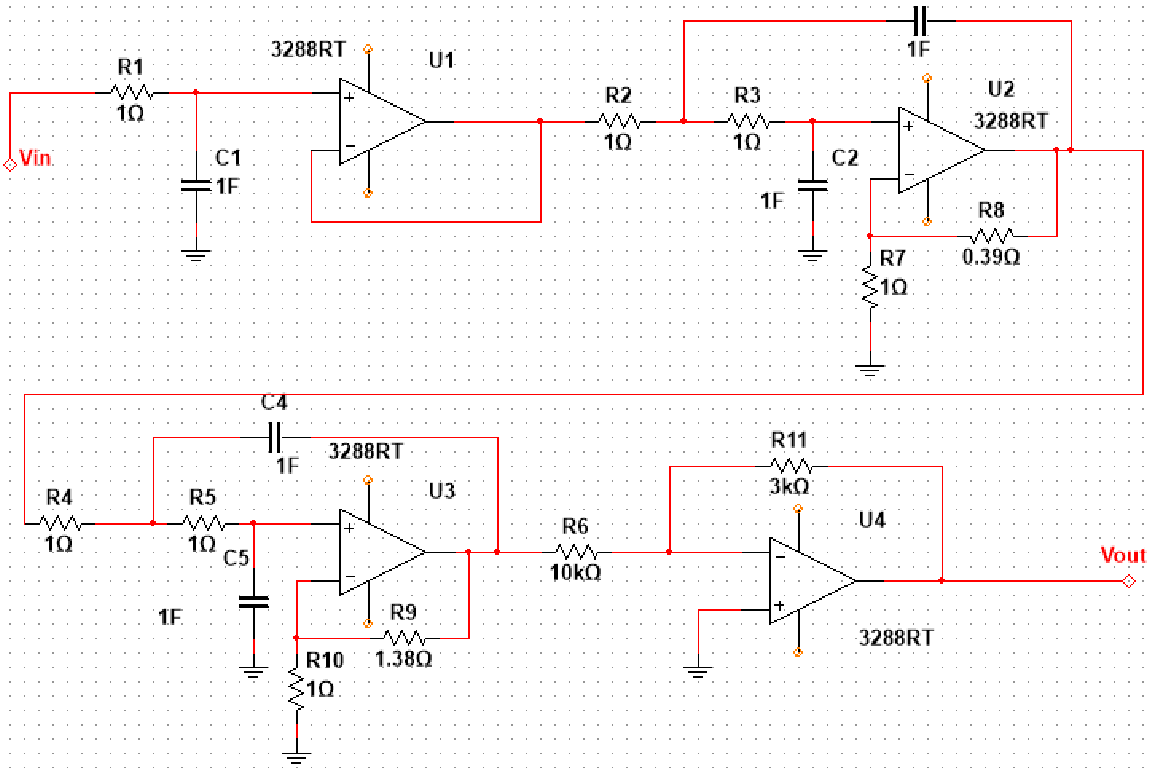
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου είναι:

$T_{LP}(s)=k * T_1(s) * T_2(s) * T_3(s)$:

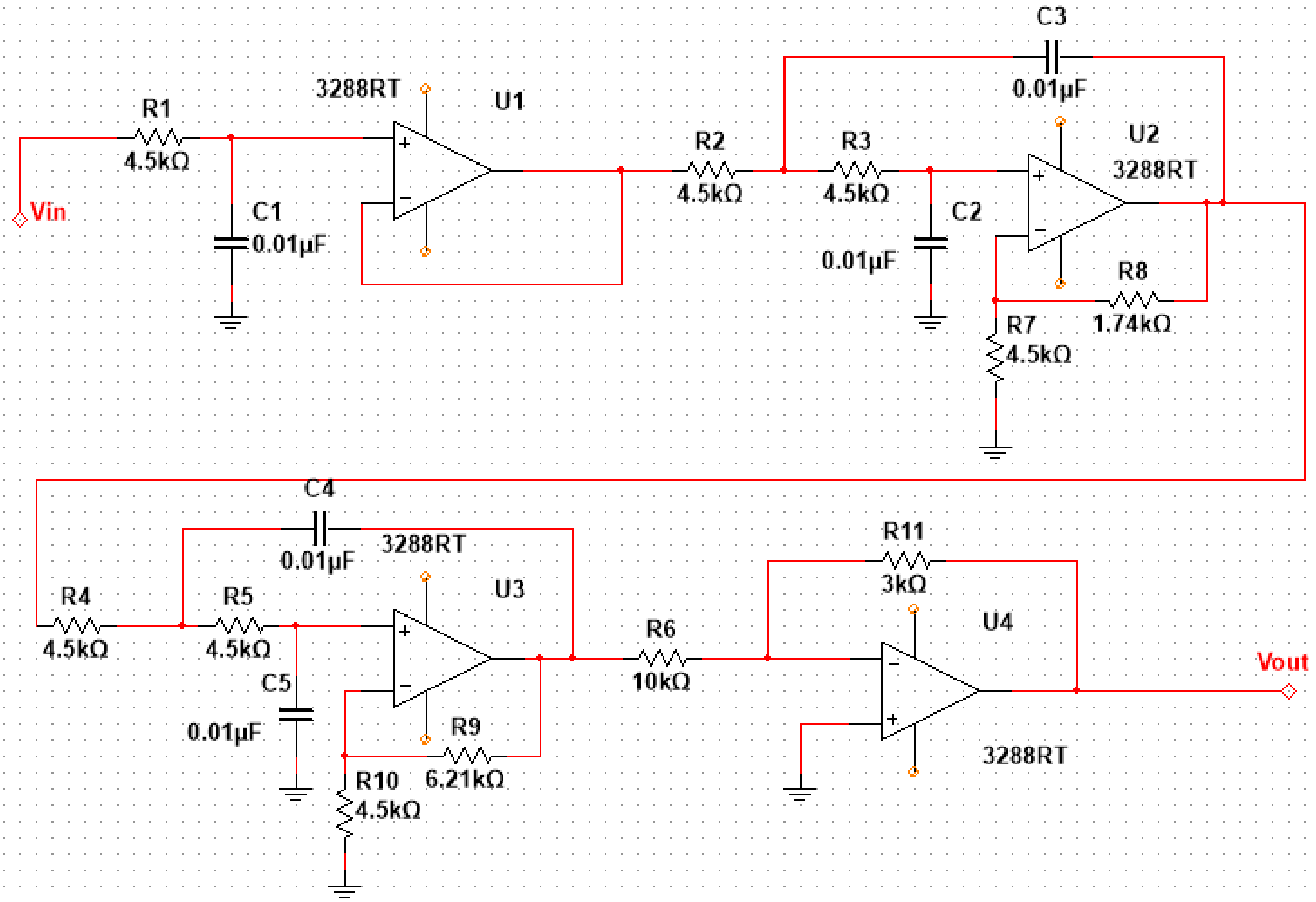
$$T_{LP}(s) = 0{,}304 * \frac{22116}{s+22116} * \frac{489117456}{s^2 + 35670s + 489117456} * 1.38 * \frac{489117456}{s^2 + 13651s + 489117456} * 2.38$$

$$T_{LP}(s) = \frac{5.28 * 10^{21}}{s^5 + 71439s^4 + (2.55 * 10^9)s^3 + (5{,}63 * 10^{13})s^2 + (7.72 * 10^{17})s + 5.28 * 10^{21}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλοεπιδρούν η μια στην άλλη. Τέλος, φαίνεται και η μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους.



Στην επόμενη σελίδα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

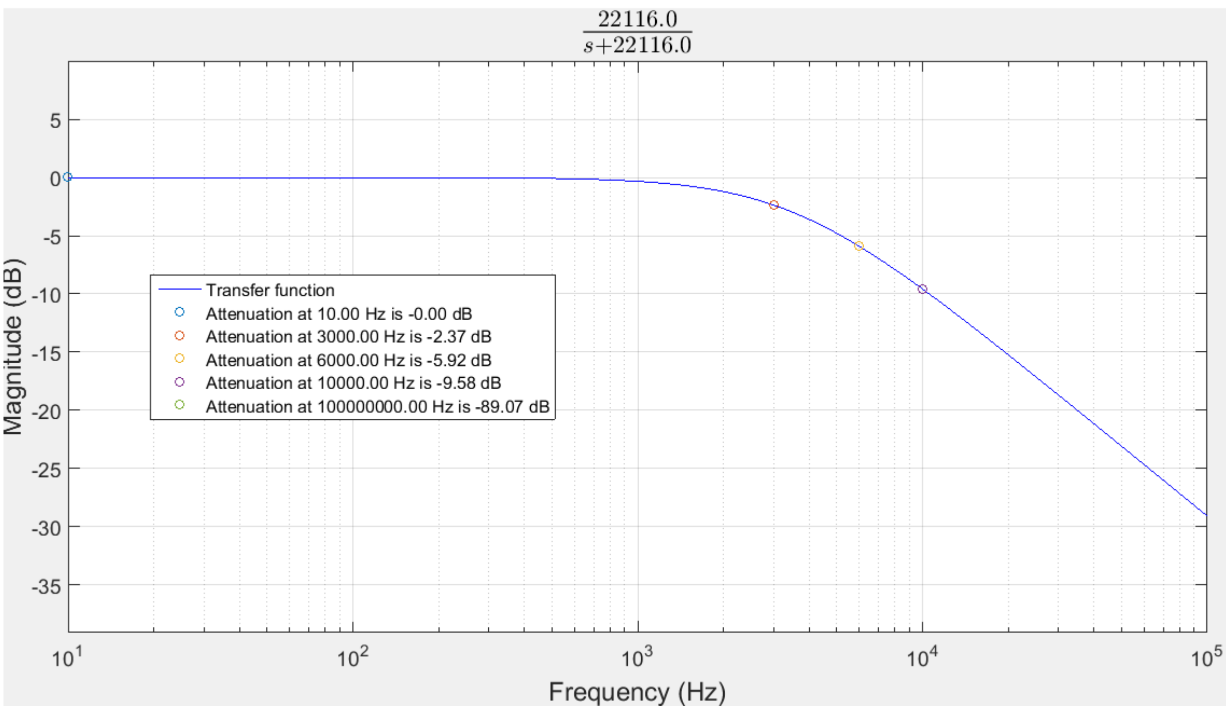


R1
4.5kΩ
Vin
C1
0.01μF
3288RT
U1
R2
4.5kΩ
R3
4.5kΩ
C2
0.01μF
C3
0.01μF
U2
3288RT
R7
4.5kΩ
R8
1.74kΩ
C4
0.01μF
3288RT
U3
R4
4.5kΩ
R5
4.5kΩ
C5
0.01μF
R9
6.21kΩ
R10
4.5kΩ
R6
10kΩ
R11
3kΩ
U4
3288RT
Vout

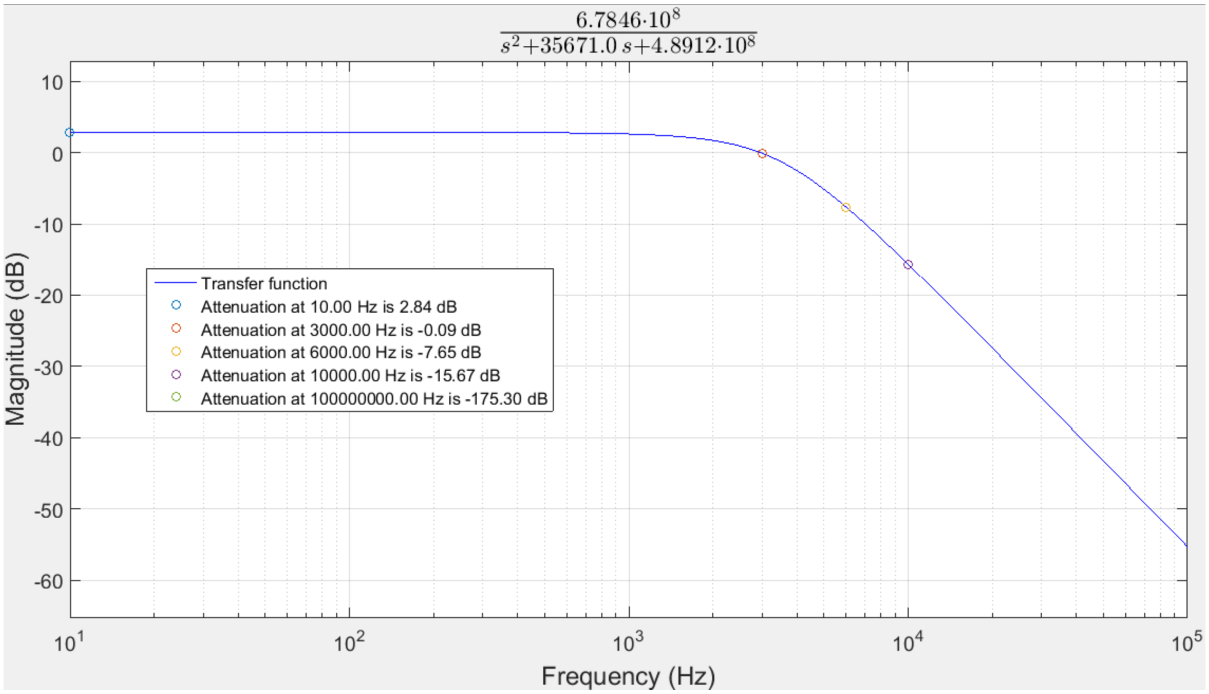
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των τριών μονάδων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο MATLAB χρησιμοποιώντας την παρεχόμενη συνάρτηση plot_transfer_function.m με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων, καθώς και τις κρίσιμες συχνότητες αυτών.

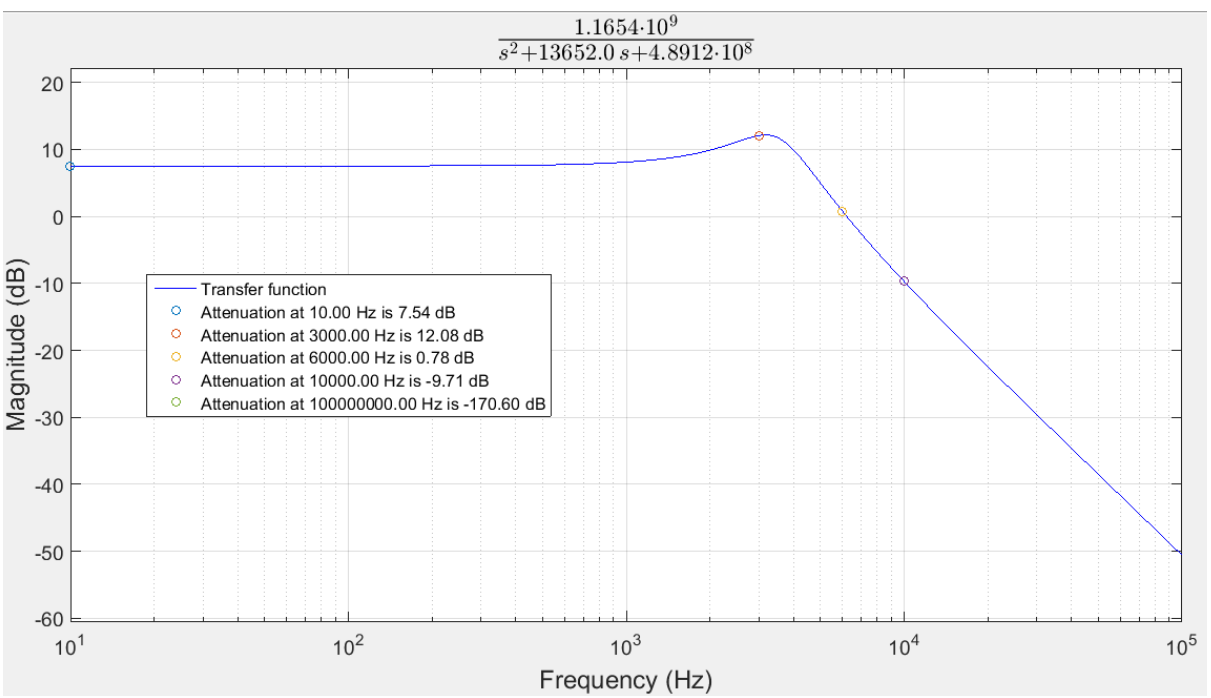
$1^{η}$ Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης.



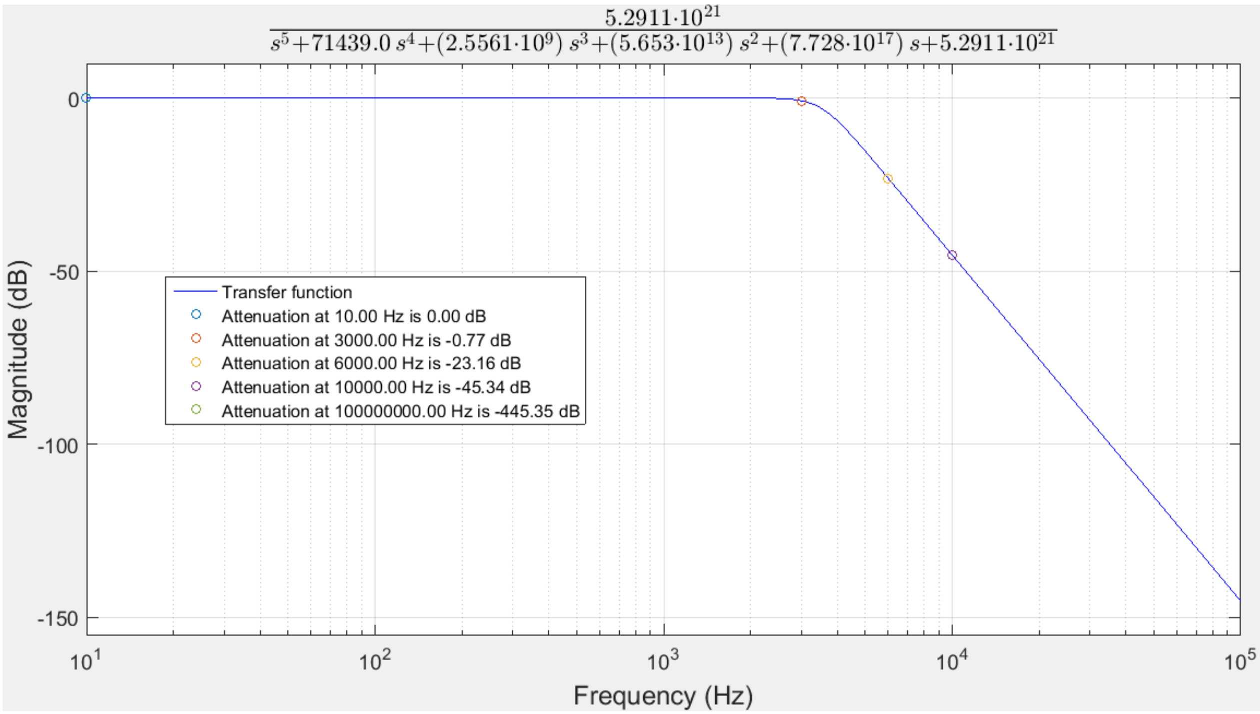
2η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



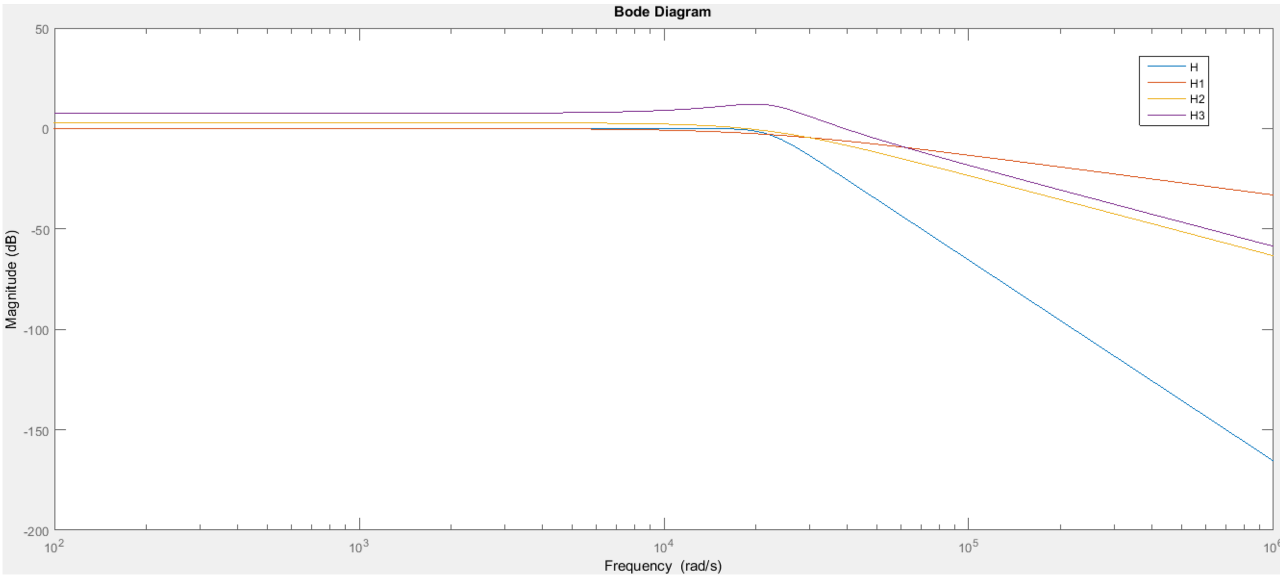
3η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



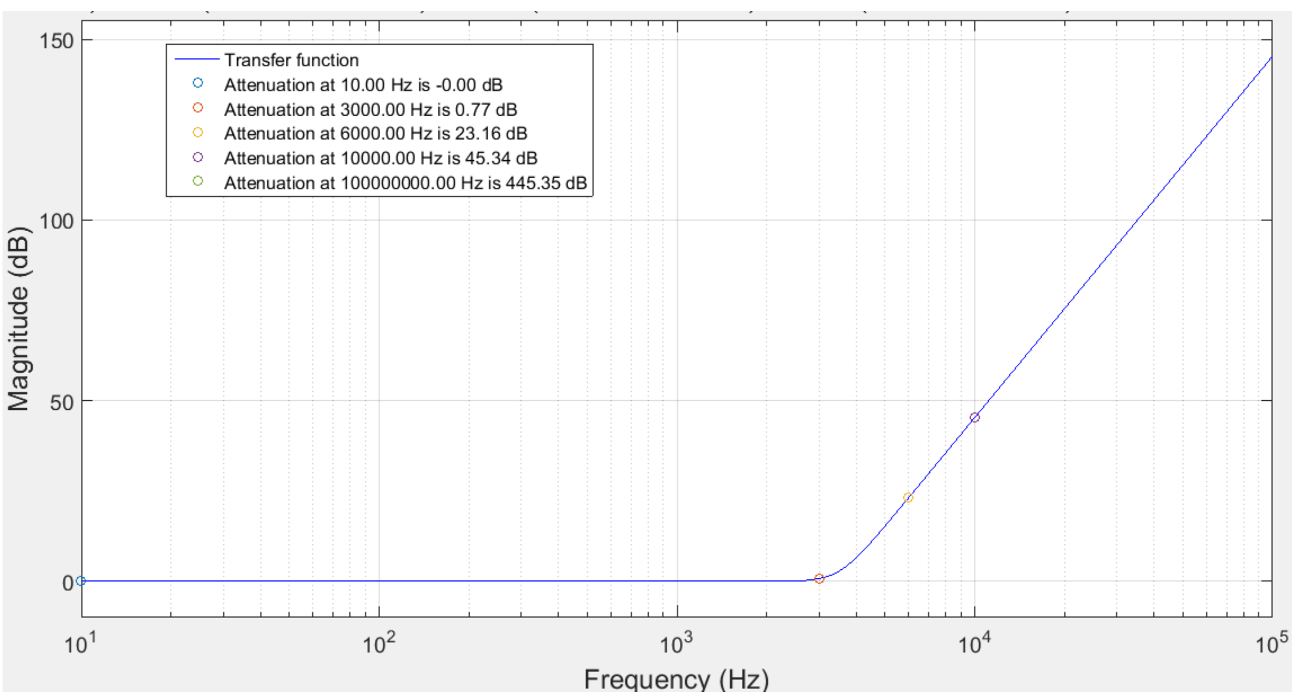
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας με χρήση της συνάρτησης plot_transfer_function.



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



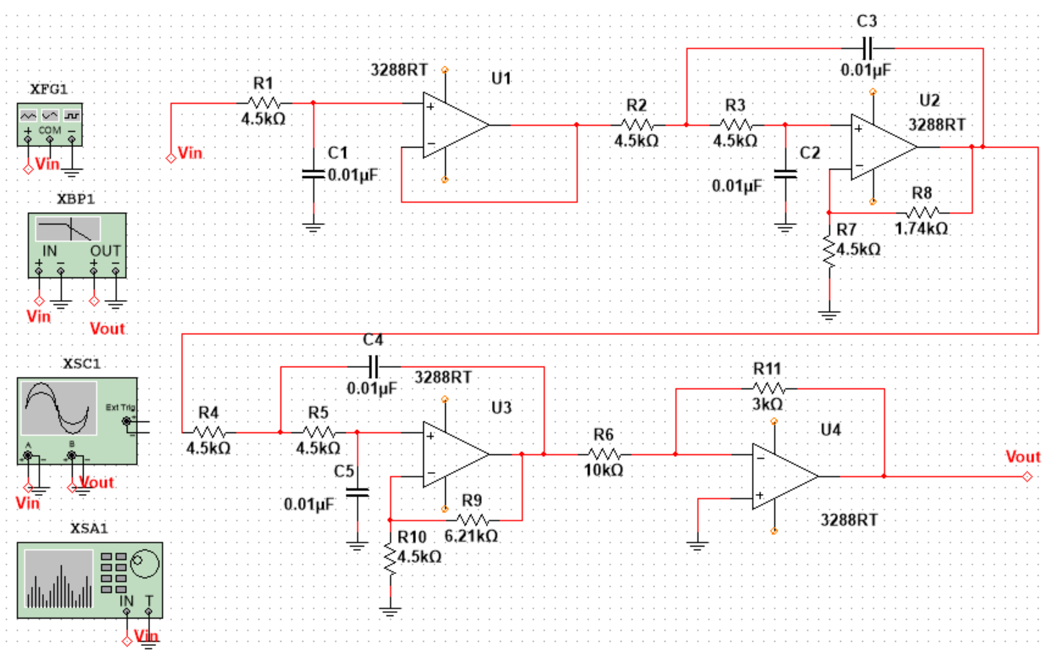
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



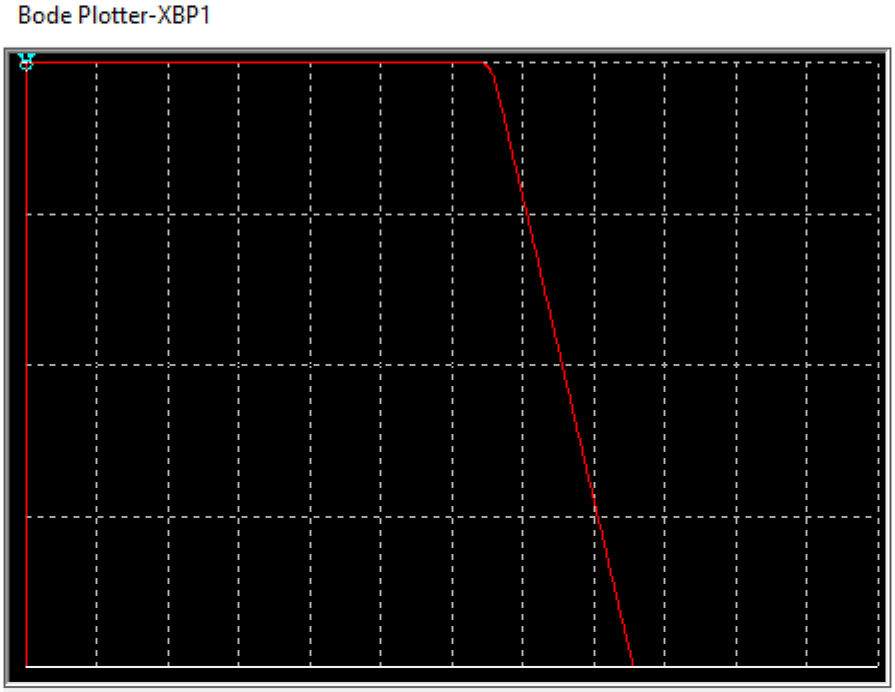
Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την f_p=3kHz και την f_s=6Hz, μια χαμηλή συχνότητα 10Hz και δύο υψηλές που βρίσκονται στην περιοχή αποκοπής, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρώντας της απόκριση του φίλτρου καθώς και την συνάρτηση απόσβεσης διαπιστώνουμε ότι πληρούνται οι απαιτήσεις που θέσαμε στη αρχή. Αρχικά βλέπουμε ότι το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι 0dB όπως δηλαδή απαιτήσαμε από την σχεδίαση. Επιπλέον στην ζώνη διόδου (fp=3kHz) έχουμε απόσβεση 0.77 dB μικρότερη από την μέγιστη 0.8 dB , ενώ στην ζώνη αποκοπής (fs=6kHz) η απόσβεση που έχουμε είναι 23.16 dB μεγαλύτερη από την ελάχιστη 19.5 dB

Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM

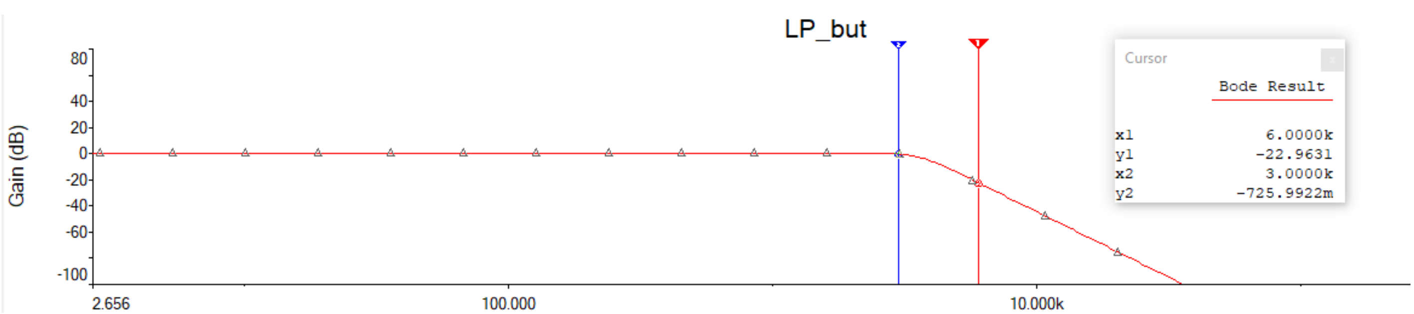
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο ElectronicWorkBench (MULTISIM) προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.
Εισάγουμε αρχικά είσοδο ένα ημιτονοειδές σήμα (1kHz) μέσω του function generator στο φίλτρο που έχουμε σχεδιάσει στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον MULTISIM και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



•   Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



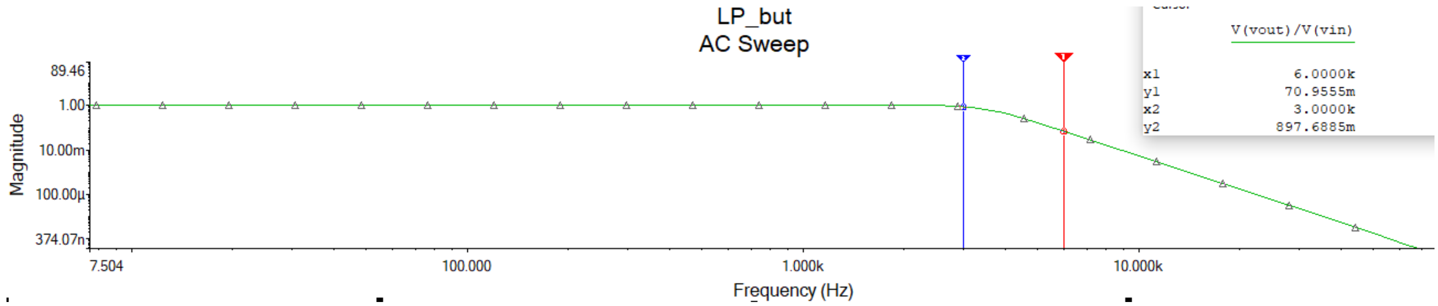
Το παρακάτω διάγραμμα του Multisim απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



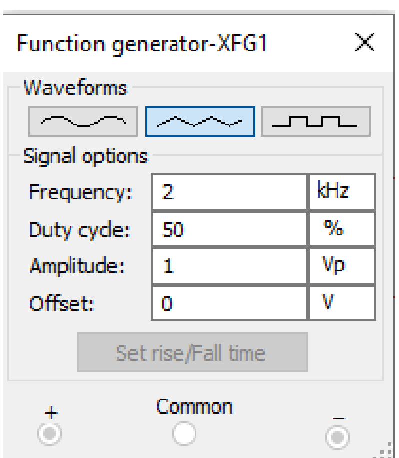
Από αυτά τα διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι κρίσιμες συχνότητες και η απόκριση του φίλτρου σε αυτές γίνεται φανερό ότι είμαστε πολύ κοντά με την θεωρητική ανάλυση του φίλτρου που κάναμε προηγουμένως στο MATLAB.

Συγκεκριμένα στην ζώνη διόδου έχουμε απόσβεση περίπου 0.725 dB πολύ κοντά στο 0.77 που βρήκαμε. Ενώ στην ζώνη αποκοπής έχουμε απόσβεση περίπου 22.9 dB επίσης κοντά στο 23.16 dB. Τέλος βλέπουμε ότι το κέρδος στις χαμηλές συχνότητες είναι σχεδόν μηδέν όπως αναμέναμε.

Τα αντίστοιχα δεδομένα παρατηρούμε και από την AC ανάλυση του φίλτρου όπως φαίνεται παρακάτω:

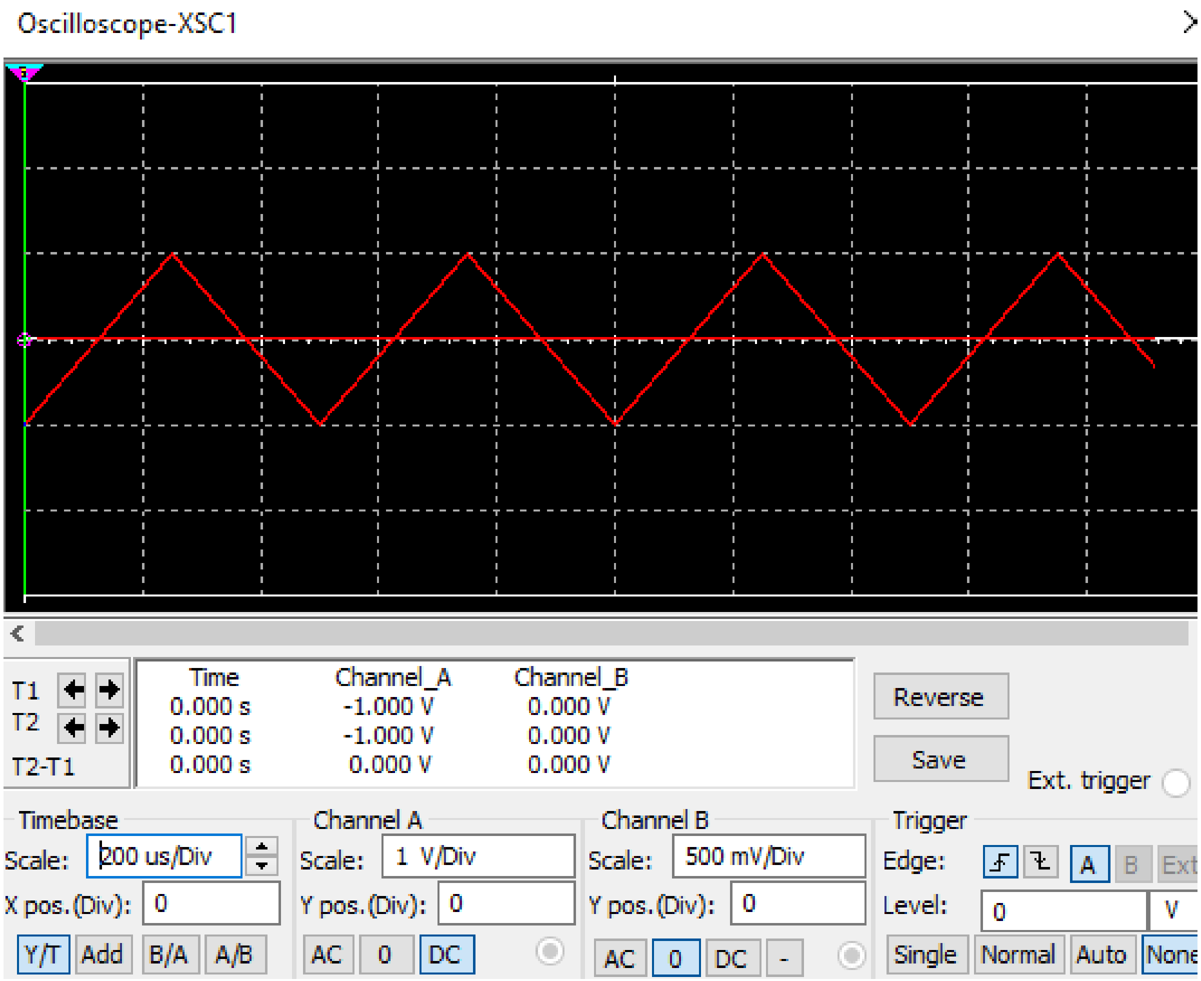


Έπειτα εισάγαμε στο κύκλωμα είσοδο ένα περιοδικό τριγωνικό παλμό επιλέγοντας κατάλληλο σήμα από τον function generator.

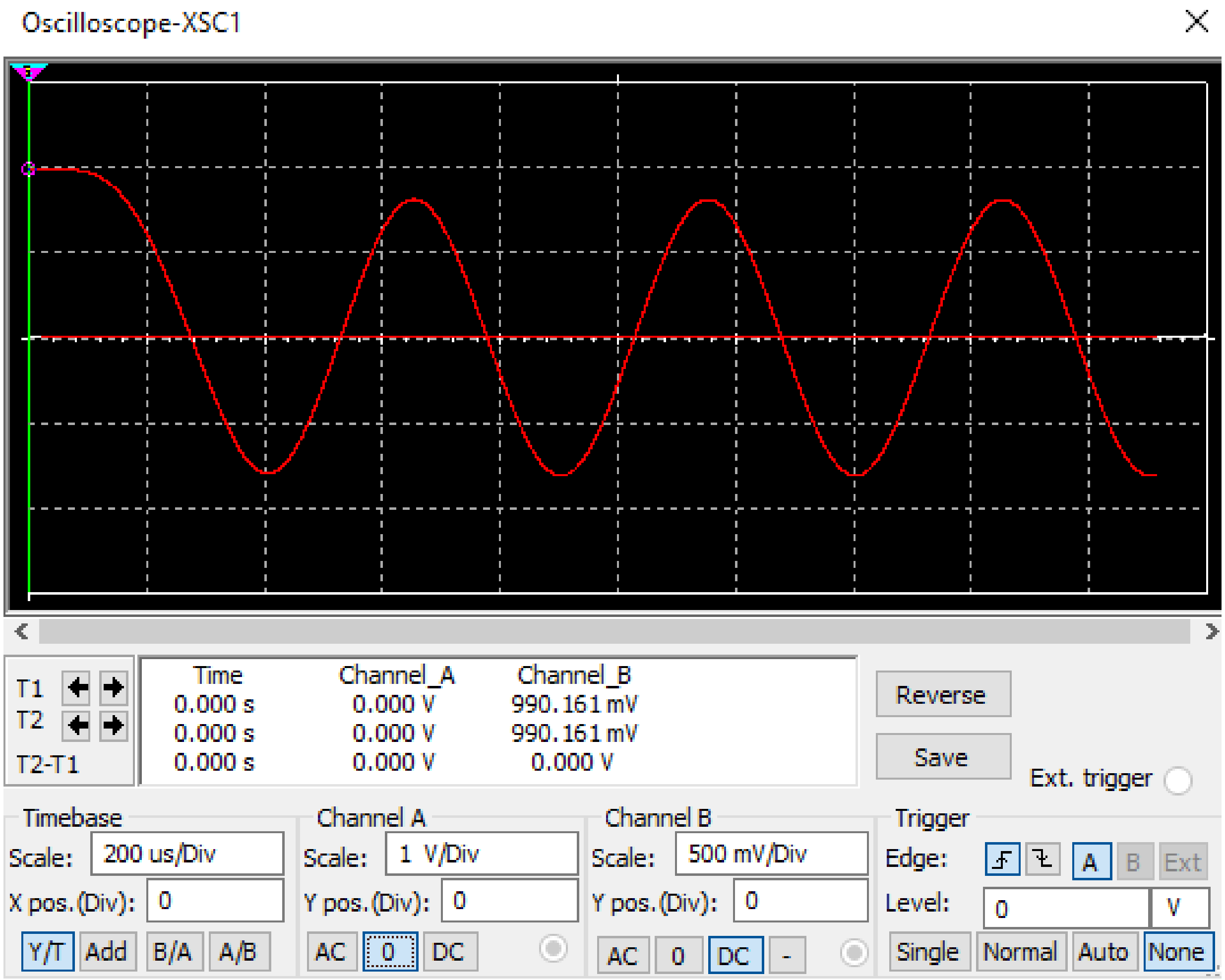


• Ο παλμός που βάλαμε σαν είσοδο έχει συχνότητα 2kHz . Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα.

Σήμα Εισόδου :

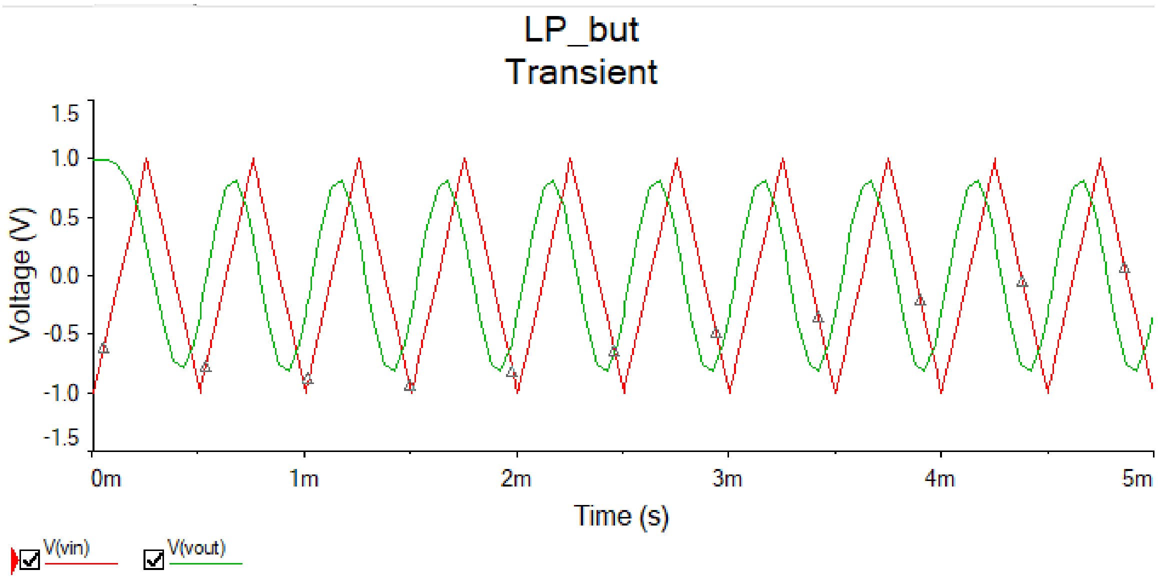


Σήμα Εξόδου :



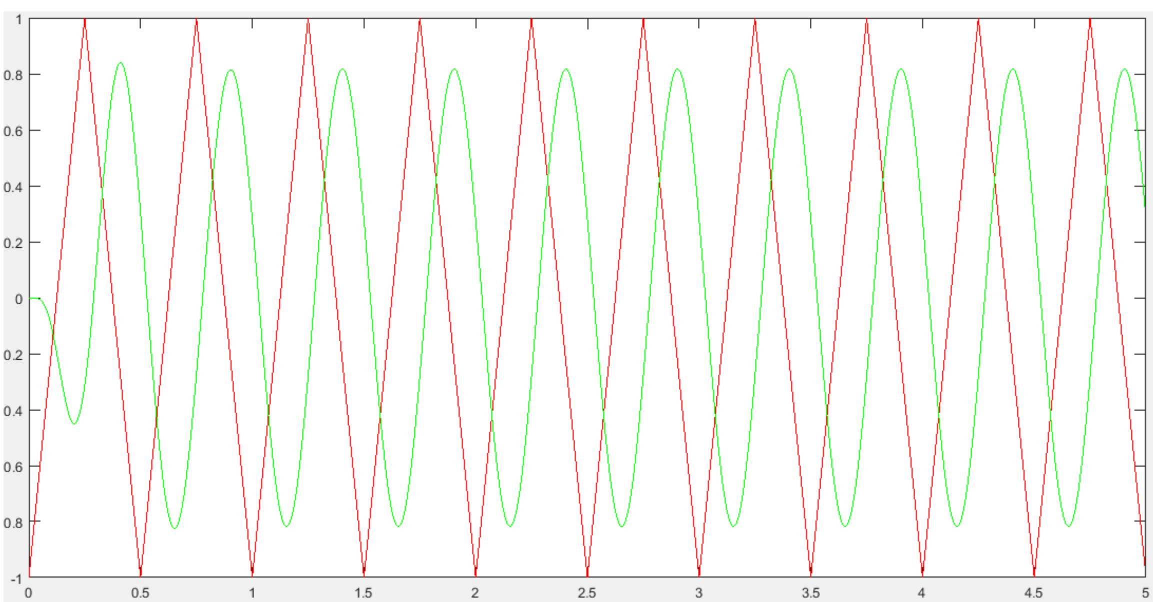
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

Με transient analysis εξάγουμε τα δύο σήματα εισόδου και εξόδου σε κοινό διάγραμμα.



Με πράσινο το σήμα εξόδου και κόκκινο το σήμα εισόδου. Αρχικά παρατηρούμε ότι το φίλτρο είναι κατωδιαβατό καθώς οι υψηλές αρμονικές του τριγωνικού παλμού έχουν αποκοπεί αφού η έξοδος μας δεν περιέχει τις ακμές του τριγωνικού παλμού οι οποίες οφείλονται σε αυτές τις συνιστώσες. Επιπλέον , διαπιστώνουμε ότι το σήμα εξόδου δεν έχει υποστεί ενίσχυση ή απόσβεση όπως ήταν επιθυμητό.

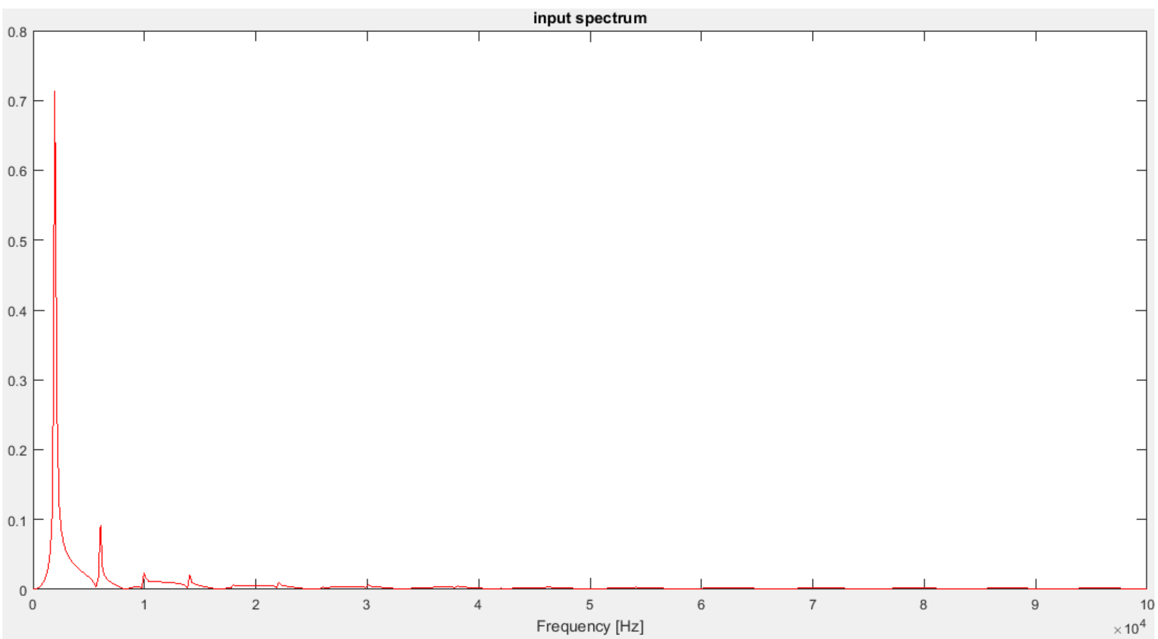
Ακόμη δημιουργώντας αντίστοιχο σήμα εισόδου στο MATLAB και δοκιμάζοντας το στο φίλτρο που σχεδιάσαμε παίρνουμε αντίστοιχα αποτελέσματα με την κυκλωματική ανάλυση που κάναμε στο Multisim , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



• Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim όσο και στο MATLAB. Στο Multisim χρησιμοποιήθηκε ο Spectrum analyzer και έγινε Fourier analysis η είσοδος και η έξοδος του φίλτρου. Στο MATLAB χρησιμοποιήθηκε ο FFT για την εξαγωγή των φασμάτων. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

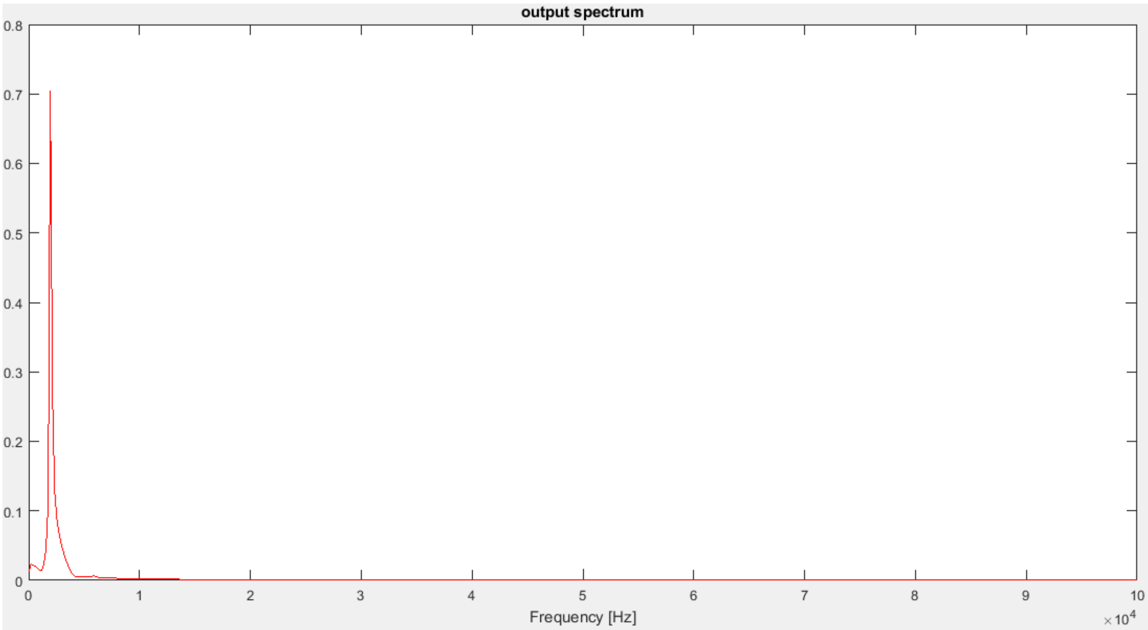
Κατά συνέπεια, παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου (MATLAB) :

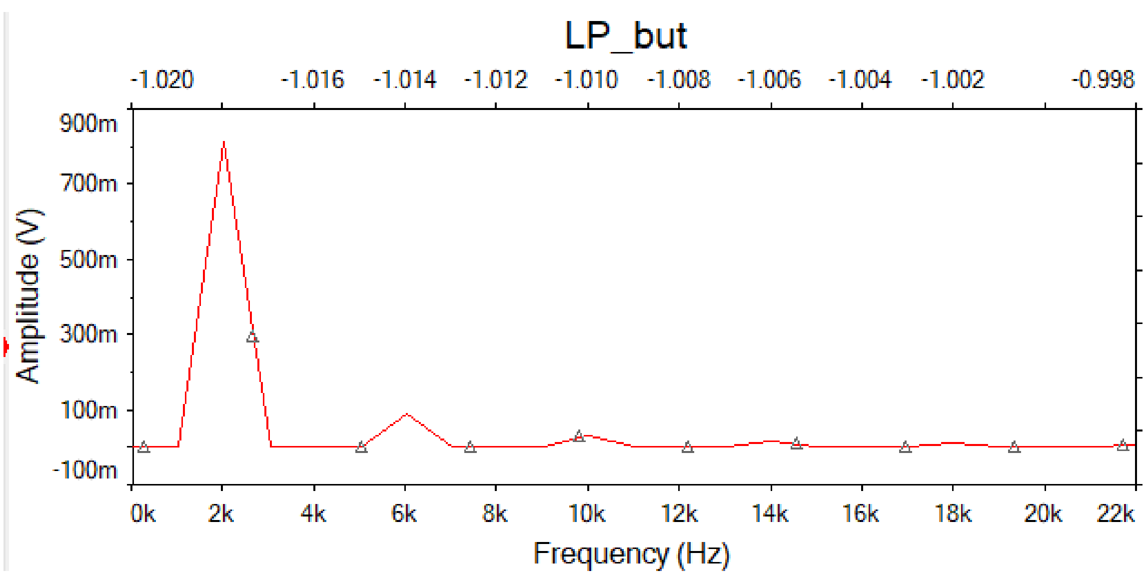


Παρατηρούμε ότι η είσοδος αποτελείται από μια θεμελιώδη συχνότητα στα 2kHz και από πολλές άλλες μικρότερες ώσεις που εκτείνονται στο συχνοτικό φάσμα.

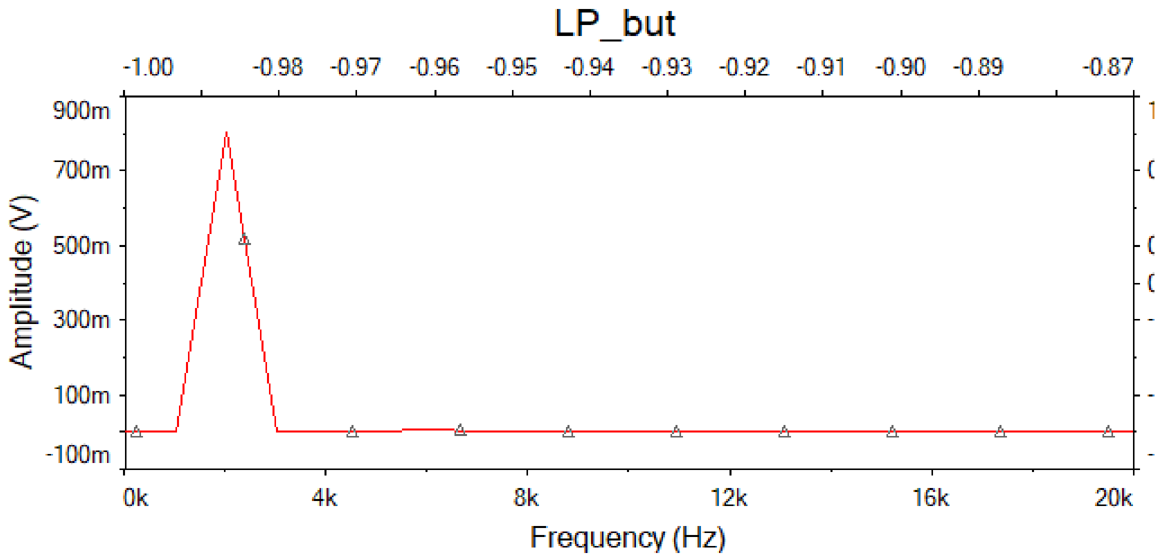
Φάσμα Σήματος Εξόδου (MATLAB) :



Φάσμα Σήματος Εισόδου Multisim:



Φάσμα Σήματος Εξόδου Multisim:



Αρχικά διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα της ανάλυσης στο MATLAB και στο Multisim ταυτίζονται κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον τα σήματα μας είναι τα ίδια. Εφόσον το φίλτρο μας είναι χαμηλοπερατό με μηδενικό κέρδος αυτό που αναμένουμε να δούμε στο φάσμα εξόδου είναι η απόσβεση όλων των συχνοτήτων μεγαλύτερων του $f_s = 3kHz$. Αυτό όντως επαληθεύεται από τα παραπάνω διαγράμματα καθώς βλέπουμε ότι ενώ το φάσμα του σήματος εισόδου εκτείνεται και σε συχνότητες μεγαλύτερες από τα 3kHz, οι συχνότητες αυτές έχουν αποσβεστεί στην έξοδο. Για παράδειγμα παρατηρώντας την ώση της εισόδου στα 6kHz (όπου από τα 6kHz αρχίζει η ζώνη αποκοπής του φίλτρου) βλέπουμε ότι η συγκεκριμένη συχνότητα έχει αποσβεστεί στην έξοδο. Επιπλέον καθώς το φίλτρο μας έχει κέρδος 0dB οι συχνότητες που περνάνε πρέπει να διατηρούν το πλάτος τους αναλλοίωτο , αυτό όντως επαληθεύεται με την συχνότητα των 2kHz που είναι και η μοναδική που περνάει από την ζώνη διέλευσης του φίλτρου. Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι το σχεδιασμένο φίλτρο λειτουργεί σωστά και με βάση τις προδιαγραφές.