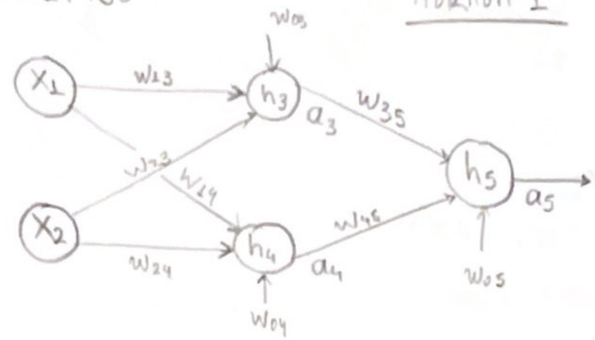
Αργυρώ Τσίπη
031 19950

Άσκηση 1



Δεδομένα.

$x_1 = -1$, $x_2 = 1$ } είσοδοι

$\Delta w_{03} = d_3$

$\Delta w_{04} = d_4$

Βρες $\Delta w_{13,23,14,24}$ συν. d_3, d_4.

a) Με βάση το βιβλίο "Προσομοίωση Φυσιολογικών Συστημάτων" της κ. Νικήτα Κεφάλαιο 9 (σελ. 206), έχουμε τη σχέση:

$$w_{pji}(n+1) = w_{pji}(n) + \eta\, \delta_{pj}(n)\, O_{pi}(n)$$

όπου $w_{pji}(n)$ είναι το βάρος της σύνδεσης ενός ενδιάμεσου νευρώνα j με ένα νευρώνα i του προηγούμενου στρώματος

O_{pj} είναι η έξοδος του νευρώνα i (ή η είσοδος i στο δίκτυο)

η είναι ένας όρος κέρδους γνωστός ως ρυθμός εκπαίδευσης (learning rate)

δ_{ij} είναι ένας όρος σφάλματος για τον νευρώνα j.

Άρα $\Delta w_{pji} = \eta \cdot \delta_{pj}(n) \cdot O_{pi}(n)$

Οπότε, ξεκινάω (έστω $\alpha = 0$ η ορμή)

$\Delta w_{03} = \eta \cdot \delta_3 \cdot 1 = d_3 \rightsquigarrow \delta_3 = d_3/\eta$
(δεν έχει x_i είσοδο, οπότε 1)

$\Delta w_{04} = \eta \cdot \delta_4 \cdot 1 = d_4 \rightsquigarrow \delta_4 = d_4/\eta$

$\Delta w_{13} = \eta \cdot \delta_3 \cdot x_1 = \eta \cdot \frac{d_3}{\eta} \cdot x_1 = d_3 \cdot x_1 \overset{(x_1=-1)}{=} -d_3$

$\Delta w_{23} = \eta \cdot \delta_3 \cdot x_2 = \eta \cdot \frac{d_3}{\eta} \cdot x_2 = d_3 \cdot x_2 \overset{(x_2=1)}{=} d_3$

$\Delta w_{14} = \eta \cdot \delta_4 \cdot x_1 = \eta \cdot \frac{d_4}{\eta} \cdot x_1 = d_4 \cdot x_1 \overset{(x_1=-1)}{=} -d_4$

$\Delta w_{24} = \eta \cdot \delta_4 \cdot x_2 = \eta \cdot \frac{d_4}{\eta} \cdot x_2 = d_4 \cdot x_2 \overset{(x_2=1)}{=} d_4$

$\Rightarrow$

Άρα

$\Delta w_{03} = d_3$

$\Delta w_{04} = d_4$

$\Delta w_{13} = -d_3$

$\Delta w_{23} = d_3$

$\Delta w_{14} = -d_4$

$\Delta w_{24} = d_4$.

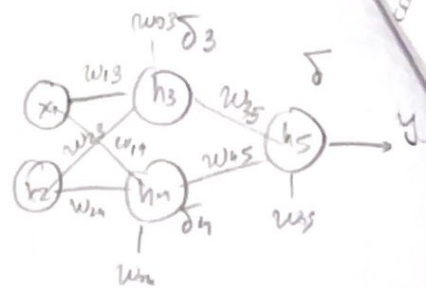
β) Δεδομένα

$y = 1$

$w_{03} = 1 \quad w_{13} = -1 \quad w_{23} = -1 \qquad x_1 = -1$

$w_{04} = -2 \quad w_{14} = -1 \quad w_{24} = -1 \qquad x_2 = 1$

$w_{05} = 2 \quad w_{35} = -1 \quad w_{45} = 1 \qquad n = 1$



$$a_3 = w_{03} + w_{13} \cdot x_1 + w_{23} \cdot x_2 = 1 + (-1)(-1) + (-1) \cdot 1 = 1$$

$$a_4 = w_{04} + w_{14} \cdot x_1 + w_{24} \cdot x_2 = -2 + (-1) \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 = -2$$

$$a_5 = w_{05} + a_3 \cdot w_{35} + a_4 \cdot w_{45} = 2 + 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 1 = -1$$

$$g_3(1) = \frac{1}{1+e^{-1}} = 0,731$$

$$g_4(-2) = \frac{1}{1+e^{2}} = 0,119$$

$$g_5(-1) = \frac{1}{1+e} = 0,268$$

$$\delta = (y - g(-1)) \cdot g(-1) \cdot (1 - g(-1))$$
$$= (1 - 0,268) \cdot 0,268 \cdot (1 - 0,268)$$
$$= 0,143$$

$$w_{05}' = w_{05} + n \cdot \delta \cdot g_5(-1) = 2 + 0,143 \cdot 0,268 = 2,038$$

$$w_{35}' = w_{35} + \eta \cdot \delta \cdot g_3(1) = -1 + 0,143 \cdot 0,731 = -0,895$$

$$w_{45}' = w_{45} + \eta \cdot \delta \cdot g_4(-2) = 1 + 0,143 \cdot 0,119 = 1,017$$

$$\delta_3 = g_3(1)(1 - g_3(1)) \cdot (\delta \cdot w_{35}) = 0,731(1 - 0,731) \cdot (0,143 \cdot (-1)) = -0,028$$

$$\delta_4 = g_4(-2)(1 - g_4(-2)) \cdot (\delta \cdot w_{45}) = 0,119(1 - 0,119)(0,143 \cdot 1) = 0,014$$

$$w_{03}' = w_{03} + \delta_3 \cdot 1 = 1 + (-0,028) = 0,972$$

$$w_{13}' = w_{13} + \delta_3 \cdot x_1 = -1 - 0,028 \cdot (-1) = -0,972$$

$$w_{23}' = w_{23} + \delta_3 \cdot x_2 = -1 - 0,028(1) = -1,028$$

$$w_{14}' = w_{14} + \delta_4 \cdot x_1 = -1 + 0,014 \cdot (-1) = -1,014$$

$$w_{24}' = w_{24} + \delta_4 \cdot x_2 = -1 + 0,014(1) = -0,986$$

$$w_{04}' = w_{04} + \delta_4 \cdot 1 = -2 + 0,014 \cdot 1 = -1,986.$$

α)

...την διαφορά $g(x) = \tanh(x)$.

...ρα έχω ίδια: $a_3 = 1,\ a_4 = -2,\ a_5 = -1$

$g_3(1) = \tanh(1) = 0.761$

$g_4(-2) = \tanh(-2) = -0,964$

$g_5(-1) = \tanh(-1) = -0,761$

$\delta = (y - g(-1)) \cdot g(-1) \cdot (1 - g(-1)) = (1 + 0,761) \cdot (-0,761) \cdot (1 + 0,761)$
$= -2,359$

$w_{05}' = w_{05} + \eta \cdot \delta \cdot g_5(-1) = 2 + (-2,359) \cdot (-0,761) = 3,795$

$w_{35}' = w_{35} + \eta \cdot \delta \cdot g_3(1) = -1 + (-2,359) \cdot (0,761) = -2,795$

$w_{45}' = w_{45} + \eta \cdot \delta \cdot g_4(-2) = 1 + (-2,359) \cdot (-0,964) = 3,274$

$\delta_3 = g_3(1) \cdot (1 - g_3(1)) \cdot (\delta \cdot w_{35}) = 0,761\,(1 - 0,761) \cdot (-2,359) \cdot (-1) = 0,429$

$\delta_4 = g_4(-2) \cdot (1 - g_4(-2)) \cdot (\delta \cdot w_{45}) = (-0,964)(1 + 0,964)(-2,359)(1) = 4,466$

$w_{03}' = w_{03} + \delta_3 \cdot 1 = 1 + 0,429 \cdot 1 = 1,429$

$w_{13}' = w_{13} + \delta_3 \cdot x_1 = -1 + 0,429 \cdot (-1) = -1,429$

$w_{23}' = w_{23} + \delta_3 \cdot x_2 = -1 + 0,429 \cdot (1) = -0,571$

$w_{14}' = w_{14} + \delta_4 \cdot x_1 = -1 + 4,466 \cdot (-1) = -5,466$

$w_{24}' = w_{24} + \delta_4 \cdot x_2 = -1 + 4,466 \cdot (1) = 3,466$

$w_{04}' = w_{04} + \delta_4 \cdot 1 = -2 + 4,466 \cdot 1 = 2,466$

Άσκηση 2

$369 \times 369 \times 3$ εικόνες

$11 \times 11 \times 3$ φίλτρο στο 1ο convolution layer

πλήθος φίλτρων $K = 96$
stride $S = 3$
padding $P = 1$
μέγεθος φίλτρων $F = 11 \times 11 \times 3$

$W_1 = 369$
$H_1 = 369$
$D_1 = 3$

α)
Στην έξοδο του Convolution Layer θα πάρω τένσορες μεγέθους $W_2 \times H_2 \times D$:

$$W_2 = \left(\frac{W_1 - F + 2*P}{S}\right) + 1 = \frac{(369 - 11 + 2*1)}{3} + 1 = 120$$

$$H_2 = \left(\frac{H_1 - F + 2*P}{S}\right) + 1 = \frac{(369 - 11 + 2*1)}{3} + 1 = 120$$

$D_3 = K = 96$

Άρα $120 \times 120 \times 96$

β) Κάθε pixel στην έξοδο είναι 1 unit/φίλτρο. Άρα, έχουμε:
$120 \times 120 \times 96 = 1.382.400$ units

γ) Κάθε φίλτρο έχει μέγεθος $11 \times 11 \times 3 = 363$
363 βάρη + 1 bias = 364 παράμετροι/φίλτρο.

Με 96 φίλτρα: $96 \times 364 = 34.944$ παράμετροι

δ) input: $369 \times 369 \times 3 = 408483$
το συνδέω με FeedForward 256 νευρώνες. $\Rightarrow$

$\Rightarrow 408.483 \times 256 + 256$ bias $= 104.571.904$ Παράμετροι

Άσκηση 3

Έχουμε:

$h_0 = [0, 0, 0]$

$W_{xh} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad W_{hh} = I \quad$ $W_{hy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

bias $b = 0$.

1. "This was horrible"

this → $[0, -1, 2]$

was → $[0, 0, 0]$ αφού δεν υπάρχει στο λεξικό, γι'αυτό χρησιμοποιείται <UNK>.

horrible → $[-2, -2, 1]$

Άρα, embeddings: $x_1 = [0, -1, 2]^T$

$x_2 = [0, 0, 0]^T$

$x_3 = [-2, -2, 1]^T$

Για τα hidden states:

$h_1 = ReLU(W_{xh} \cdot x_1 + W_{hh} \cdot h_0) = ReLU(W_{xh} \cdot x_1)$

• $W_{xh} \cdot x_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)(-1) + 2 \cdot 2 \\ (-2)(-1) \\ (-2)(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow h_1 = [5, 2]$

$h_2 = ReLU(W_{xh} \cdot x_2 + h_1) = ReLU(h_1) = [5, 2] \Rightarrow h_2 = [5, 2]$

$h_3 = ReLU(W_{xh} \cdot x_3 + h_2)$

• $W_{xh} \cdot x_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)(-2) + 2 \cdot 1 \\ 1 \cdot (-2) + (-2)(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+2 \\ -2+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

Άρα $h_3 = ReLU([4, 2] + [5, 2]) = ReLU([9, 4]) \Rightarrow h_3 = [9, 4]$

Τελική έξοδος $y = b + W_{hy} \cdot h_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 4 \\ 1 \cdot 9 \\ 2 \cdot 9 - 1 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 14 \end{bmatrix} \Rightarrow y = [4, 9, 14]$

Η πρόβλεψη $= \arg\max(y)$ → ποιο στοιχείο του y έχει την max τιμή;

y_0 (κατηγορία 0) → θετικό
y_1 (κατηγορία 1) → ουδέτερο
y_2 (κατηγορία 2) → αρνητικό

Εδώ έχουμε $\max(4, 9, 14) = 14$ στο y_2

άρα πρόβλεψη = αρνητική

$f(x) = \tanh(x)$.

2. Το μοντέλο προβλέπει "αρνητικό" για τη φράση this was horrible
Που είναι σωστό γιατί είναι αρνητικό συναίσθημα.

3. $h_3' = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} = \frac{[5, 2, \ ] + [5, 2, \ ] + [9, 4, \ ]}{3} = \frac{[19, 8, \ ]}{3} = [6,33, 2,66,$

$y' = b + W_{hy} \cdot h_3' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6,33 \\ 2,66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,66 \\ 6,33 \\ 10 \end{bmatrix}$

Πρόβλεψη $y_2 = 10$ → κατηγορία 2: αρνητική

το avg pooling φαίνεται να μείωσε τις τιμές γενικά
αλλά κυριαρχεί πάλι η 2η κατηγορία
και η διαφορά με τις άλλες είναι πάλι στο μισό περίπου

'Άσκηση 4

a) Είσοδος DAA <start>
Έξοδος AD <stop>

embeddings	
D	[0001]
A	[1000]
A	[1000]
<start>	[0000]
A	[1000]
D	[0001]
<stop>	[0000]

Χρησιμοποιώ τους τύπους

- $Q = X \cdot W_Q$
- $K = X \cdot W_K$
- $V = X \cdot W_V$
- $Score = \frac{Q \cdot K^T}{\sqrt{d_k}}$
- $softmax = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^{n} e^{z_j}}$

$$X_D = [0\ 0\ 0\ 1]$$

$$q_D = [0\ 0\ 0\ 1]\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = [3\ \ 0]$$

$$X_A = [1\ 0\ 0\ 0]$$

$$q_A = X_A \cdot W_Q = [1\ 0\ 0\ 0]\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = [0\ \ 3]$$

$D \rightarrow [3\ \ 0]$

$A \rightarrow [0\ \ 3]$

$A \rightarrow [0\ \ 3]$

$\langle start \rangle \rightarrow [0\ \ 0]$ αγνοείται λόγω μηδενικού embedding.

$A \rightarrow [0\ \ 3]$

$D \rightarrow [3\ \ 0]$

$\langle stop \rangle \rightarrow [0\ \ 0]$ —//—

attention scores QK^T

$$\Rightarrow Q = K = V = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 9 & 9 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 9 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 9 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Θα διαιρέσουμε κάθε τιμή με $\sqrt{d_k} = \sqrt{2} = 1,414$

$\frac{9}{\sqrt{2}} \approx 6,36$ μέγεθος διανυσμάτων k

$0 \rightarrow 0$

$$score_{ij} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 6,36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,36 & 0 \\ 0 & 6,36 & 6,36 & 0 & 6,36 & 0 & 0 \\ 0 & 6,36 & 6,36 & 0 & 6,36 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6,36 & 6,36 & 0 & 6,36 & 0 & 0 \\ 6,36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}$$

Και εφαρμόζουμε softmax για να πάρουμε τα weights

$$Softmax(z_i) = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^{n} e^{z_j}}$$

Για γραμμή 1, 6: $[0 \;\; -6,36 \;\; -6,36 \;\; -6,36 \;\; -6,36 \;\; 0 \;\; -6,36]$

αφαιρώ το max στοιχείο.

$e^0 = 1 \quad e^{-6,36} = 0,00174$

υπολογίζω τα εκθετικά

$sum = 1 + 0,00174 = 1,00174$

Κανονικοποιώ

$$softmax = \left[\frac{1}{1,00174} \;\; \frac{0,00174}{1,00174} \;\; -//- \;\; -//- \;\; -//- \;\; \frac{1}{1,00174} \;\; \frac{0,00174}{1,00174}\right]$$

$$= [0,9983 \;\; 0,0017 \;\; 0,0017 \;\; 0,017 \;\; 0,0017 \;\; 0,9983 \;\; 0,0017]$$

Για γραμμή 2,3,5 : $[-6,36 \;\; 0 \;\; 0 \;\; -6,36 \;\; 0 \;\; -6,36 \;\; -6,36]$

$$softmax = [0,0017 \;\; 0,9983 \;\; 0,9983 \;\; 0,0017 \;\; 0,9983 \;\; 0,0017 \;\; 0,0017]$$

$$total\_softmax = \begin{bmatrix} 0,9983 & 0,0017 & 0,0017 & 0,0017 & 0,0017 & 0,9983 & 0,0017 \\ 0,0017 & 0,9983 & 0,9983 & 0,0017 & 0,9983 & 0,0017 & 0,0017 \\ 0,0017 & 0,9983 & 0,9983 & 0,0017 & 0,9983 & 0,0017 & 0,0017 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,0017 & 0,9983 & 0,9983 & 0,0017 & 0,9983 & 0,0017 & 0,0017 \\ 0,9983 & 0,0017 & 0,0017 & 0,0017 & 0,0017 & 0,9983 & 0,0017 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Attention matrix = total_softmax · V

όπου $V = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\text{Attention matrix} = \begin{bmatrix} 5{,}9898 & 0{,}0153 \\ 0{,}0102 & 5{,}9949 \\ 0{,}0102 & 8{,}9847 \\ 6 & 9 \\ 0{,}0102 & 8{,}9847 \\ 5{,}9898 & 0{,}0153 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$$

b) $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad W^{(2)}_{Q,K,V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad Q = XW_Q^{(2)} = K = V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\text{score} = \frac{QK^T}{\sqrt{d_k}} = \frac{QK^T}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $e^{2} = 7{,}389$
- $e^{0} = 1$
- $\text{sum} = 5 \cdot 7{,}3 + 2 \approx 38{,}9$

$(i,j) = 2 \rightarrow \frac{7{,}389}{38{,}9} = 0{,}1897$ $\quad (i,j) = 0 \rightarrow \frac{1}{38{,}9} = 0{,}0257$

$$\begin{bmatrix} 0{,}1897 & 0{,}1897 & 0{,}1897 & 0{,}0257 & 0{,}1897 & 0{,}1897 & 0{,}0257 \\ -//- & -//- & -//- & -//- & -//- & -//- & -//- \\ -//- & -//- & -//- & -//- & -//- & -//- & -//- \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0{,}1897 & 0{,}1897 & 0{,}1897 & 0{,}0257 & 0{,}1897 & 0{,}1897 & 0{,}0257 \\ -//- & -//- & -//- & -//- & -//- & -//- & -//- \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = A$$

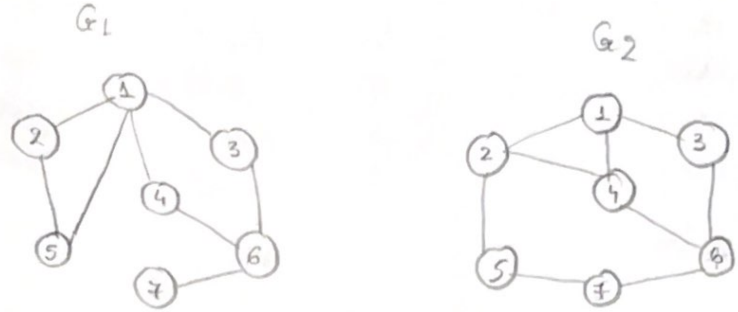
$$\text{attention matrix} = A \cdot V = \begin{bmatrix} 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 5 & 5 \\ 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$H = \left[\text{att\_matrix}_a \;\; \text{att\_matrix}_b\right] = \begin{bmatrix} 5{,}9898 & 0{,}0153 & 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 0{,}0102 & 5{,}9949 & 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 0{,}0102 & 8{,}9847 & 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 6 & 9 & 5 & 5 \\ 0{,}0102 & 8{,}9847 & 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 5{,}9898 & 0{,}0153 & 0{,}9485 & 0{,}9485 \\ 6 & 9 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{MultiHead} = H \cdot W_o^T = \begin{bmatrix} 0{,}9638 & 6{,}9383 & 0{,}9638 & 6{,}9383 \\ 6{,}9434 & 0{,}9587 & 6{,}9434 & 0{,}9587 \\ 9{,}9332 & 0{,}9587 & 9{,}9332 & 0{,}9587 \\ 14 & 11 & 14 & 11 \\ 9{,}9332 & 0{,}9587 & 9{,}9332 & 0{,}9587 \\ 0{,}9638 & 6{,}9383 & 0{,}9638 & 6{,}9383 \\ 14 & 11 & 14 & 11 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 5

G_1 : [0 0 0 0 0 0 0]
G_2 : [0 0 0 0 0 0 0]   αρχικοποίηση κόμβων σε 0



Για G_1 — iteration 1

node 1: βαθμός 4, γείτονες [0 0 0 0] → label = (0| 0,0,0,0) → ID 1
node 2: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0| 0,0) → ID 2
node 3: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0|0,0) → ID 2
node 4: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0|0,0) → ID 2
node 5: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0|0,0) → ID 2
node 6: βαθμός 3, γείτονες [0 0 0] → label = (0|0,0,0) → ID 3
node 7: βαθμός 1, γείτονες [0] → label = (0|0) → ID 4

G_1 = [1 2 2 2 2 3 4] → counter (1:1, 2:4, 3:1, 4:1)

Για G_2

node 1: βαθμός 3, γείτονες [0 0 0] → label = (0|0,0,0) → ID 1
node 2: βαθμός 3, γείτονες [0 0 0] → label = (0|0,0,0) → ID 1
node 3: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0| 0,0) → ID 2
node 4: βαθμός 3, γείτονες [0 0 0] → label = (0| 0,0,0) → ID 1
node 5: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0| 0,0) → ID 2
node 6: βαθμός 3, γείτονες [0 0 0] → label = (0| 0,0,0) → ID 1
node 7: βαθμός 2, γείτονες [0 0] → label = (0| 0,0) → ID 2

G_2 = [1 1 2 1 2 1 2] → counter (1:4, 2:3)

dotproduct = $1\cdot 4 + 4\cdot 3 = 4 + 12 = 16$

iteration 2

G_1:

node 1: (1 | 2, 2, 2, 2) 1
node 2: (2 | 1, 2) 2
node 3: (2 | 1, 3) 3
node 4: (2 | 1, 3) 3
node 5: (2 | 1, 2) 2
node 6: (3 | 2, 2, 4) 4
node 7: (4 | 3) 5

$G_1' = [1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 4\ 5]$

counter 1:1 2:2 3:2 4:1 5:1

G_2:

node 1: (1 | 1, 2, 1) 1
node 2: (1 | 1, 1, 2) 1
node 3: (2 | 1, 1) 2
node 4: (1 | 1, 1, 1) 3
node 5: (2 | 1, 2) 4
node 6: (1 | 2, 1, 2) 5
node 7: (2 | 1, 2) 4

$G_2' = [1\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 4]$

counter: 1:2, 2:1, 3:1, 4:2, 5:1

dot product $= 1\cdot 2 + 2\cdot 1 + 2\cdot 1 + 1\cdot 2 + 1\cdot 1$
$= 2+2+2+2+1 = 9$

iteration 4

G_2:

node 1 (1 | 2, 3, 4) 1
node 2 (2 | 1, 4, 5) 2
node 3 (3 | 1, 6) 3
node 4 (4 | 1, 2, 6) 4
node 5 (5 | 2, 7) 5
node 6 (6 | 3, 4, 7) 6
node 7 (7 | 5, 6) 7

$G_2''' = G_2''$

dot product = 7

iteration 3

G_1:

node 1: (1 | 2, 3, 3, 5) 1
node 2: (2 | 1, 2) 2
node 3: (3 | 1, 4) 3
node 4: (3 | 1, 4) 3
node 5: (2 | 1, 2) 2
node 6: (4 | 3, 3, 5) 4
node 7: (5 | 4) 5

$G_1'' = G_1'$ ίσο

G_2:

node 1: (1 | 1, 2, 3) 1
node 2: (1 | 1, 3, 4) 2
node 3: (2 | 1, 5) 3
node 4: (3 | 1, 1, 5) 4
node 5: (4 | 1, 4) 5
node 6: (5 | 2, 4) 6
node 7: (4 | 4, 5) 7

$G_2'' = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7]$ counters 1

dot product $= 1+2+2+1+1 = 7$

οι ετικέτες δεν αλλάζουν πλέον, άρα η διαδικασία σταματά.

$G_1 = [1\ 2\ 3\ 3\ 2\ 4\ 5]$

$G_2 = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7]$

τελική ομοιότητα

$$
\begin{aligned}
K(G_1, G_2) &= 16\,(h=1) + 9\,(h=2) + \\
&+ 7\,(h=3) + 7\,(h=4) \\
&= 16 + 9 + 14 \\
&= 25 + 14 \\
&= 39
\end{aligned}
$$