Tercera Sessió Laboratori de DdS (L3)

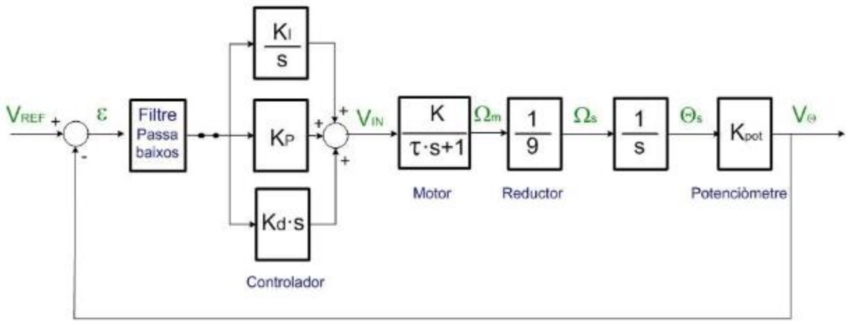
Control de posició (potenciòmetre)

Dades disponibles: τ = 0,3 , K = 55 i K_{Pot} = 1,62

Exercici L3 1 - Disseny d'un controlador PID per assignació de pols:

Posicionar els pols del sistema en anell tancat als valors: s1 = - 5; s2 = - 0,6 + j9; s3 = - 0,6 - j9.

- Reduïu el diagrama de blocs a un quocient de polinomis en s. Les arrels del polinomi del denominador (o polinomi característic) són els pols del sistema en anell tancat. Noteu que els coeficients són funció de K_P, K_I i K_D.



$$F.T = \frac{KK_{pot}K_Ds^2 + KK_{pot}K_Ps + KK_{pot}K_I}{9\tau s^3 + \left(9 + KK_{pot}K_D\right)s^2 + KK_{pot}K_Ps + KK_{pot}K_I} =$$

$$= \frac{89{,}1K_Ds^2 + 89{,}1K_Ps + 89{,}1K_I}{2{,}7s^3 + (9 + 89{,}1K_D)s^2 + 89{,}1K_Ps + 89{,}1K_I}$$

$$\boxed{D_1(s) = s^3 + \left({}^{10}\!/_{3} + 33K_D\right)s^2 + 33K_Ps + 33K_I = 0}$$

- Determineu el polinomi que té com arrels els pols desitjats: (s-s1)·(s-s2)·(s-s3)

$$D_2(s) = (s+5)(s+0{,}6-j9)(s+0{,}6+j9) =$$

$$= (s+5)(s^2 + 0{,}6s + \cancel{j9s} + 0{,}6s + 0{,}36 + \cancel{j5{,}4} - \cancel{j9s} - \cancel{j5{,}4} + 81) =$$

$$= (s+5)(s^2 + 1{,}2s + 81{,}36) = s^3 + 1{,}2s^2 + 81{,}36s + 5s^2 + 6s + 406{,}8$$

$$\boxed{D_2(s) = s^3 + 6{,}2s^2 + 87{,}36s + 406{,}8 = 0}$$

- Igualeu els dos polinomis i identifiqueu, terme a terme, els coeficients corresponents. Aïlleu els valors de K_P, K_I i K_D

$$D_1(s) = D_2(s)$$

$$\left({}^{10}/_{3} + 33K_D\right) = 6{,}2 \;\Rightarrow\; \boxed{K_D = \frac{43}{495} = 0{,}0\overline{86}}$$

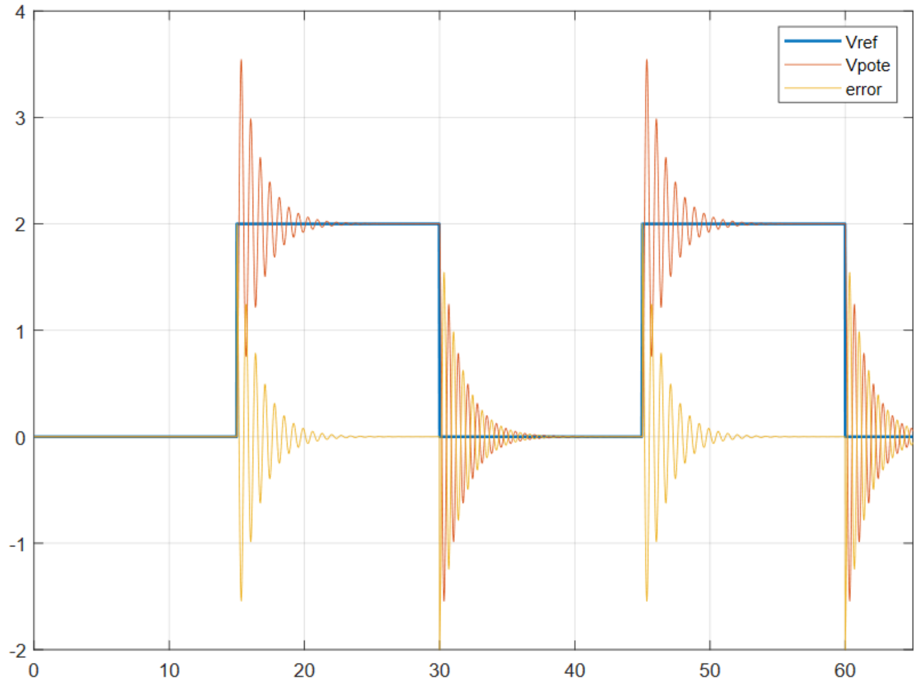
$$33K_P = 87{,}36 \;\Rightarrow\; \boxed{K_P = \frac{728}{275} = 2{,}64\overline{72}}$$

$$33K_I = 406{,}8 \;\Rightarrow\; \boxed{K_I = \frac{678}{55} = 12{,}32\overline{72}}$$

Exercici L3 2 - Anàlisi de la resposta del sistema amb un controlador PID:

Activeu els controlador P, I i D, fixant els valor de KP, KI i KD als valors arrodonits de l'exercici L 3.1 .

- Dibuixeu i raoneu si la resposta observada és consistent amb les especificacions desitjades.



1) Com $Re(p_i) < 0 \;\forall i \in \{1,2,3\}$ el sistema és estable.

2) Com $\frac{Re(p_1)}{Re(p_{2,3})} > 5 \;\Rightarrow\; p_{2,3}$ dominants, podem aproximar a un sistema de segon ordre:

$$(s - s_2)(s - s_3) = s^2 + 1{,}2s + 81{,}36$$

$$\begin{cases} 2\xi\omega_n = 1{,}2 \\ {\omega_n}^2 = 81{,}36 \end{cases} \Rightarrow \; \xi = 0{,}06652 < 1$$

Sistema subesmorteït, es correspon amb el gràfic.

3) Analitzem el comportament en règim estable amb TVF:

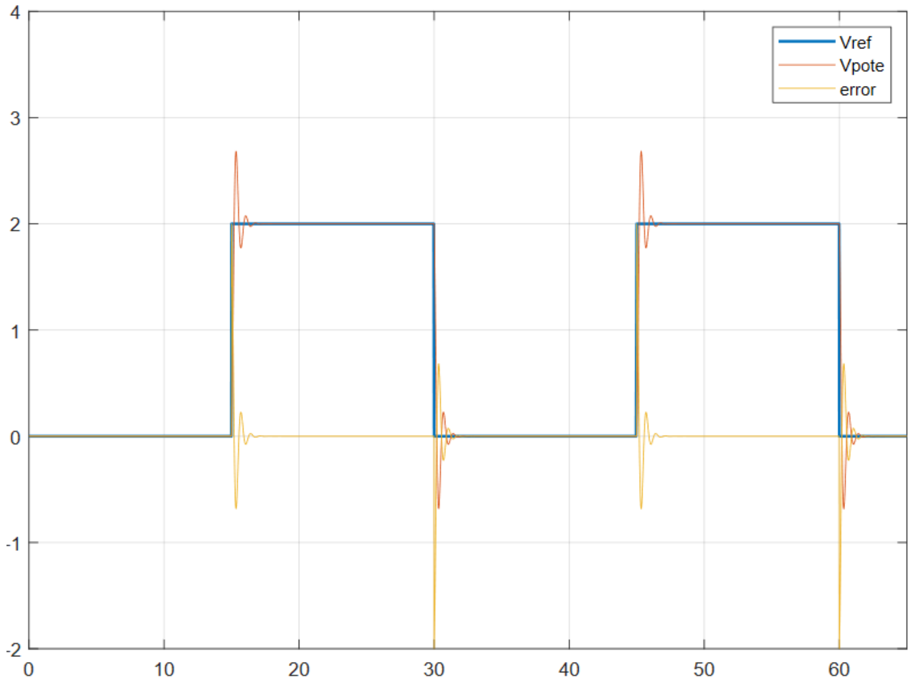
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot X(s) \cdot W(s) =$$

$$= \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{2}{\cancel{s}} \cdot \frac{\cancel{8{,}019s^2 + 236{,}1s} + 1099}{\cancel{2{,}7s^3 + 17{,}02s^2 + 236{,}1s} + 1099} = 2$$

Coincideix amb el gràfic.

- Determineu la influència dels components del controlador:

  - Al laboratori, desactivaríeu la component integral I del controlador. Obtindríeu una gràfica com la de la figura *L32b_PositionControl_PIDController_Ki_0.pdf*. Raoneu el comportament resultant.

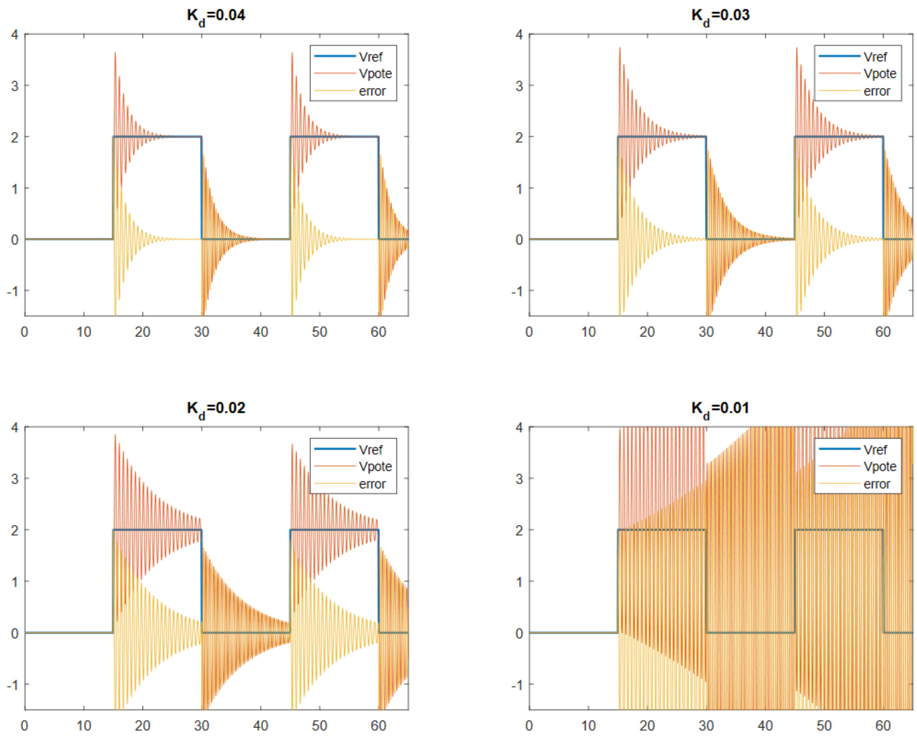


$$W(s)|_{K_I=0} = \frac{\cancel{s}(8{,}019s + 236{,}1)}{\cancel{s}(2{,}7s^2 + 17{,}02s + 236{,}1)} = \frac{2{,}97s + 87{,}4}{s^2 + 6{,}3s + 87{,}4}$$

$$\begin{cases} 2\xi'\omega_n' = 6{,}3 \\ {\omega_n'}^2 = 87{,}4 \end{cases} \Rightarrow \xi' = 0{,}337$$

Com $\xi' > \xi$ hi ha menys oscil·lacions.

- Activant la component integral I del controlador i disminuint progressivament el valor de K_D, obtindríeu les gràfiques que podeu veure a la figura *L32c_PositionControl_PIDController_Kd0_04_0_01.pdf*. Raoneu el comportament resultant.



A mesura que K_D s'apropa a 0 el sistema perd estabilitat. Com els pols depenen del coeficients K_k és raonable pensar que la disminució de K_D mou els pols cap a $Re(p_i) > 0$.

EXERCICI L3 3 - Simulació del sistema de control de posició amb el controlador PID:

Utilitzeu el MATLAB per a fer la simulació.

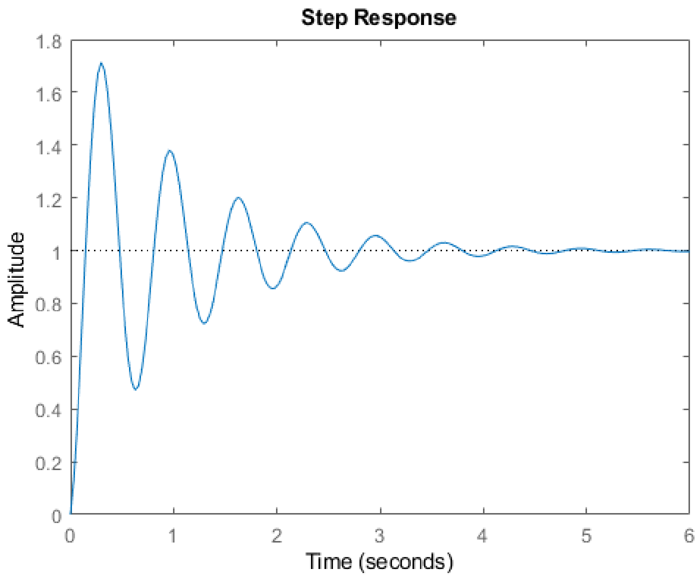
Amb els valors arrodonits de K_P, K_I i K_D:

- Obriu un nou script i, fent servir les comandes *tf*, *feedback*, i *step*, trobeu la resposta a una entrada graó per aquest sistema. Dibuixeu aquesta resposta.

```
% Setup
format compact

%Variables
tau = 0.3;
K = 55;
Kpot = 1.62;
Kp = 728/275;
Kpa = 3;
Ki = 678/55;
Kia = 12;
Kd = 43/495;
Kda = 0.09;

%F.T.
Wa = tf([89.1*Kda 89.1*Kpa 89.1*Kia], [2.7 9+89.1*Kda 89.1*Kpa
89.1*Kia])
```

```
Wa =

      8.019 s^2 + 267.3 s + 1069
  ------------------------------------
  2.7 s^3 + 17.02 s^2 + 267.3 s + 1069

Continuous-time transfer function.
```

```
step(Wa)
```



- Trobeu els pols del sistema fent servir la comanda *pole*. Heu aconseguit una bona aproximació amb respecte als pols desitjats?

```
pole(Wa)
```

```
ans = 3×1 complex

  -0.9652 + 9.4671i
  -0.9652 - 9.4671i
  -4.3729 + 0.0000i
```

L'arrodoniment dels pols ocasiona un error considerable.

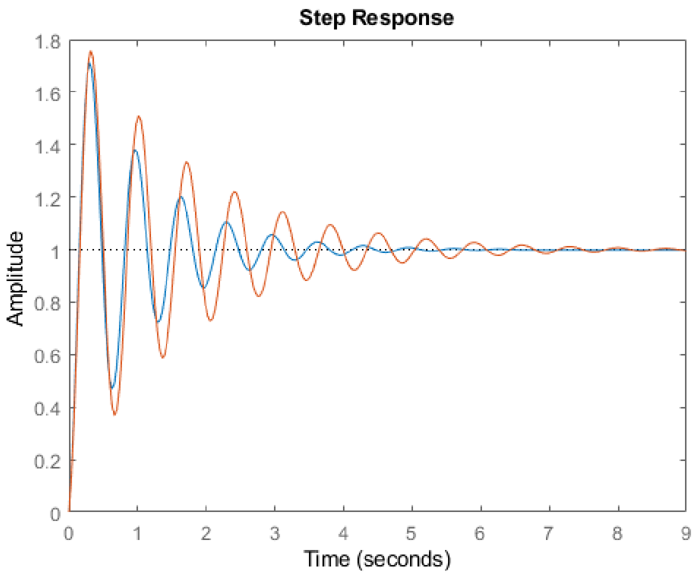
Amb els valors exactes de K_P, K_I i K_D:

- Obriu un nou script i, fent servir les comandes *tf*, *feedback*, i *step()*, trobeu la resposta a una entrada graó per aquest sistema. Dibuixeu aquesta resposta. Quines diferències observeu pel que fa a la resposta obtinguda amb els valors arrodonits?

```
W = tf([89.1*Kd 89.1*Kp 89.1*Ki], [2.7 9+89.1*Kd 89.1*Kp 89.1*Ki])
```

```
W =

       7.74 s^2 + 235.9 s + 1098
  ------------------------------------
  2.7 s^3 + 16.74 s^2 + 235.9 s + 1098

Continuous-time transfer function.
```

```
step(Wa,W) %Plot superposat de la resposta de G i Ga
```



La discrepància augmenta a mesura que avança el temps. La resposta del sistema arrodonit té amplitud i pulsació menors que la del sense arrodonir.