

Segona Sessió Laboratori de DdS (L2)

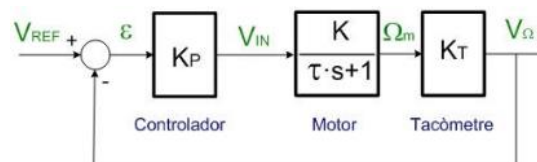
Control de velocitat (tacòmetre)

Dades disponibles: $\tau = 0,3$, $K = 55$ i $K_T = 0,017$

Exercici L2 1 - Resposta d'un sistema amb un controlador P:

Fre magnètic desactivat, senyal consigna quadrada de període 6 segons (3 segons valor alt i 3 segons valor baix) i amplitud 2V. Sistema realimentat proporcional. $K_P = 1$.

- Analitzeu el diagrama de blocs del sistema de control. Indiqueu l'ordre i el tipus del sistema.



Es tracta d'un sistema de laç tancat de 1r ordre.

$$F.T. = \frac{\frac{K_P K K_T}{\tau s + 1}}{1 + \frac{K_P K K_T}{\tau s + 1}} = \frac{K_P K K_T}{\tau s + K_P K K_T + 1}$$

$$\text{Transmitància de laç: } GH = \frac{K_P K K_T}{s^0(\tau s + 1)}, r = 0$$

- Executeu l'experiment. Obtingueu a la pantalla del computador la resposta indicial del sistema.

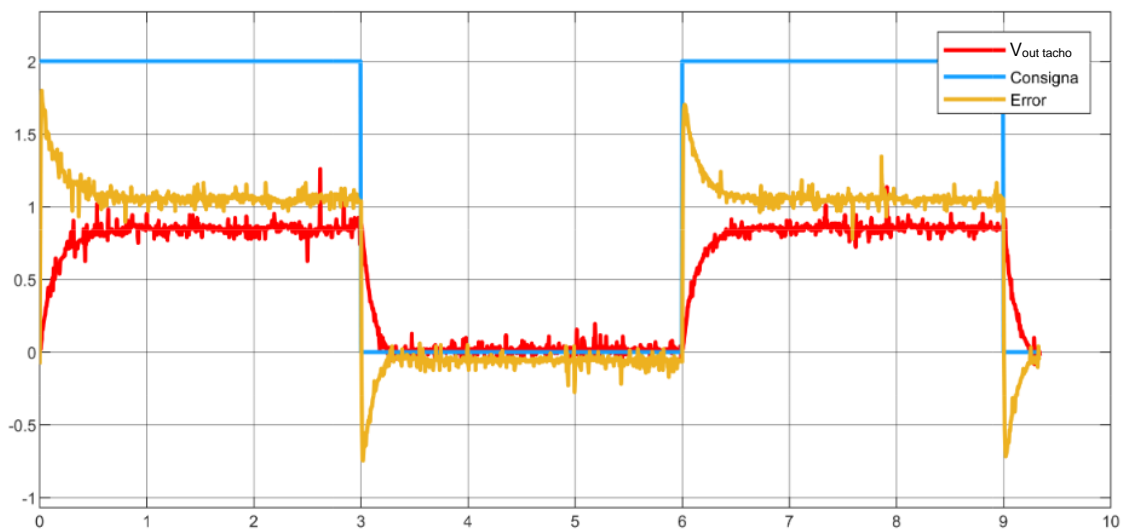


Figura 1: L21 - Kp 1

- Mesureu el valor final de la velocitat i de l'error en estat estacionari.

En estat estacionari, l'error mesurat és de $1,1V$ i el voltatge del tacòmetre $0,9V$. Com $V_{\Omega} = \Omega_m * K_T$ podem aïllar i trobar Ω_m : $\Omega_m = V_{\Omega}/K_T = 0,9/0,017 = 52,94 \text{ rad/s}$.

Com $r = 0$ i l'entrada és un graó de magnitud $2V \Rightarrow \varepsilon_{pg} = \frac{2}{1+K_P K K_T} = 1,033V$

- Repetiu l'experiment amb $K_P = 10$. Compareu el comportament amb el del cas anterior ($K_P = 1$) i raoneu les diferències.

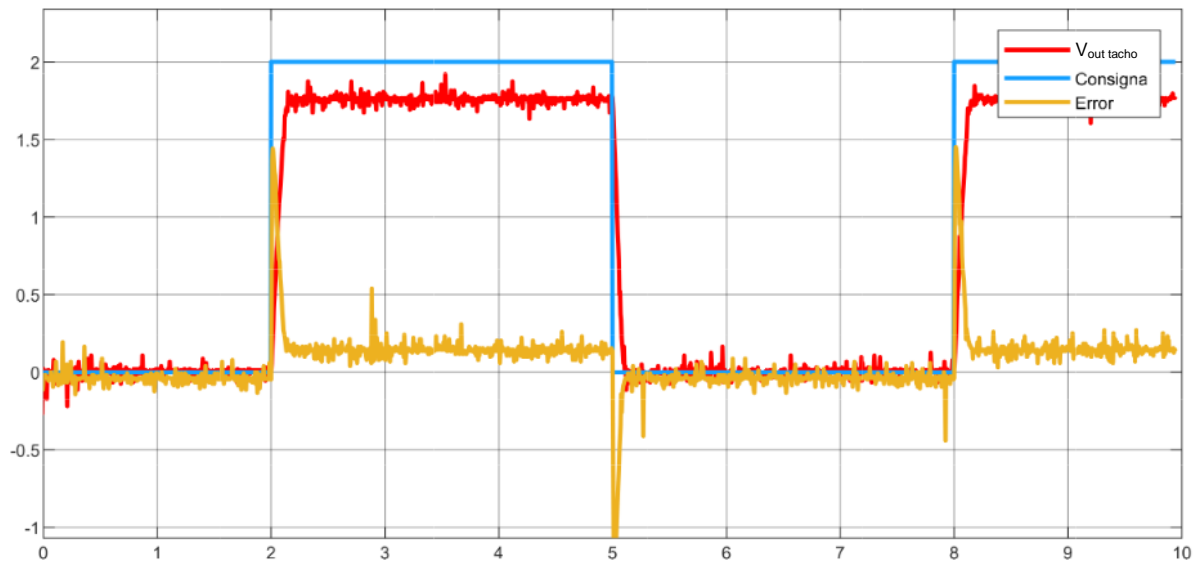


Figura 2: L21 - $K_P 10$

En estat estacionari, l'error mesurat és de $0,2V$ i el voltatge del tacòmetre $1,8V$. Com $V_{\Omega} = \Omega_m * K_T$ podem aïllar i trobar Ω_m : $\Omega_m = V_{\Omega}/K_T = 1,8/0,017 = 105,88 \text{ rad/s}$.

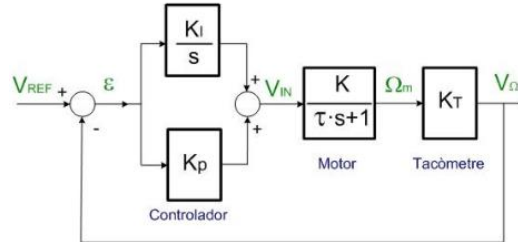
Com $r = 0$ i l'entrada és un graó de magnitud $2V \Rightarrow \varepsilon_{pg} = \frac{2}{1+K_P K K_T} = 0,19V$

Podem veure que una correcció més agressiva (K_P més alt) en efecte correig més i per tant l'error en estat estacionari és menor. Si busquem l'error permanent per al graó veurem que $\varepsilon_{pg} = \frac{1}{1+K_P K K_T}$, on K_P es troba dividint.

Exercici L2 2 - Resposta del sistema amb un controlador PI:

Utilitzant la configuració de l'exercici anterior (Ex. L2 1) activeu el controlador I i poseu $K_P = 1$ i $K_I = 2$.

- Analitzeu el diagrama de blocs del sistema de control. Indiqueu l'ordre i el tipus del sistema.



Es tracta d'un sistema de llaç tancat de $2n$ ordre.

$$F.T. = \frac{\left(\frac{K_I}{s} + K_P\right) \frac{KK_T}{\tau s + 1}}{1 + \left(\frac{K_I}{s} + K_P\right) \frac{KK_T}{\tau s + 1}} = \frac{sK_PKK_T + K_IKK_T}{\tau s^2 + s(K_PKK_T + 1) + K_IKK_T}$$

$$\text{Transmitància de llaç: } GH = \left(\frac{K_I}{s} + K_P\right) \frac{KK_T}{\tau s + 1} = \frac{(s^{K_P/K_I+1})K_IKK_T}{s^1(\tau s + 1)}, r = 1$$

- Reduïu el diagrama de blocs.

Si reduïm el diagrama a un sol bloc amb entrada V_{REF} i sortida V_{Ω} queda una funció de transferència del sistema tal que:

$$F.T. = \frac{sK_PKK_T + K_IKK_T}{\tau s^2 + s(K_PKK_T + 1) + K_IKK_T}$$

- Executeu l'experiment. Obtingueu a la pantalla del computador la resposta indicial del sistema. Determineu el valor final de la mesura de velocitat i de l'error en estat estacionari.

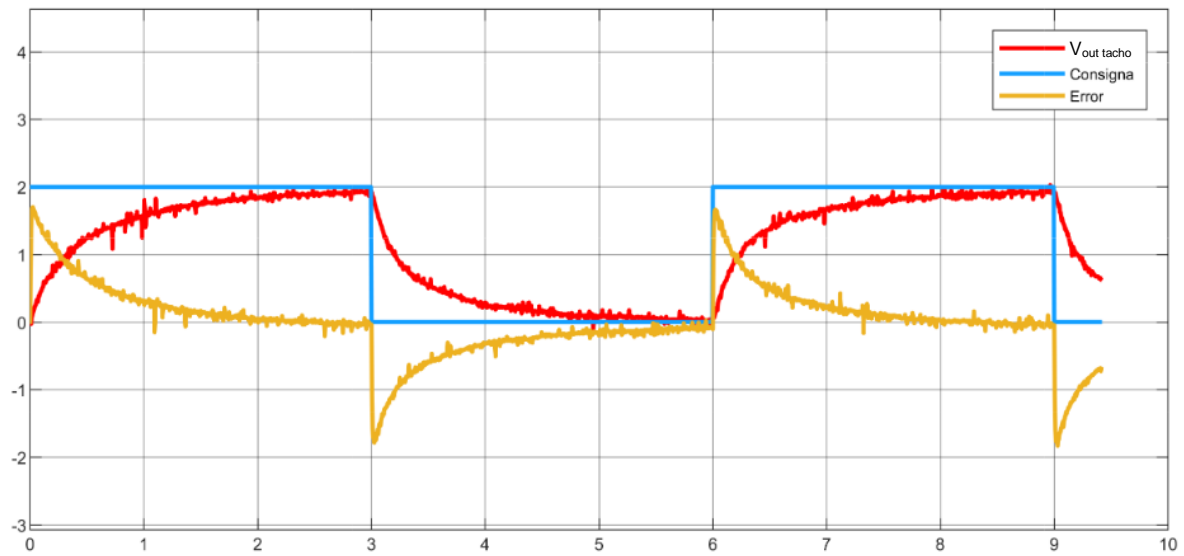


Figura 3: L22 - Kp 1 - Ki 2

En estat estacionari, l'error mesurat tendeix a 0 i el voltatge del tacòmetre 2V. Com $V_{\Omega} = \Omega_m * K_T$ podem aïllar i trobar Ω_m : $\Omega_m = V_{\Omega}/K_T = 2/0,017 = 117,65 \text{ rad/s}$.

Com $r = 1$ i l'entrada és un graó $\Rightarrow \varepsilon_{pg} = 0V$

- Repetiu l'experiment amb $K_I = 6$. Compareu el comportament amb el cas anterior ($K_I = 2$) i raoneu les diferències.

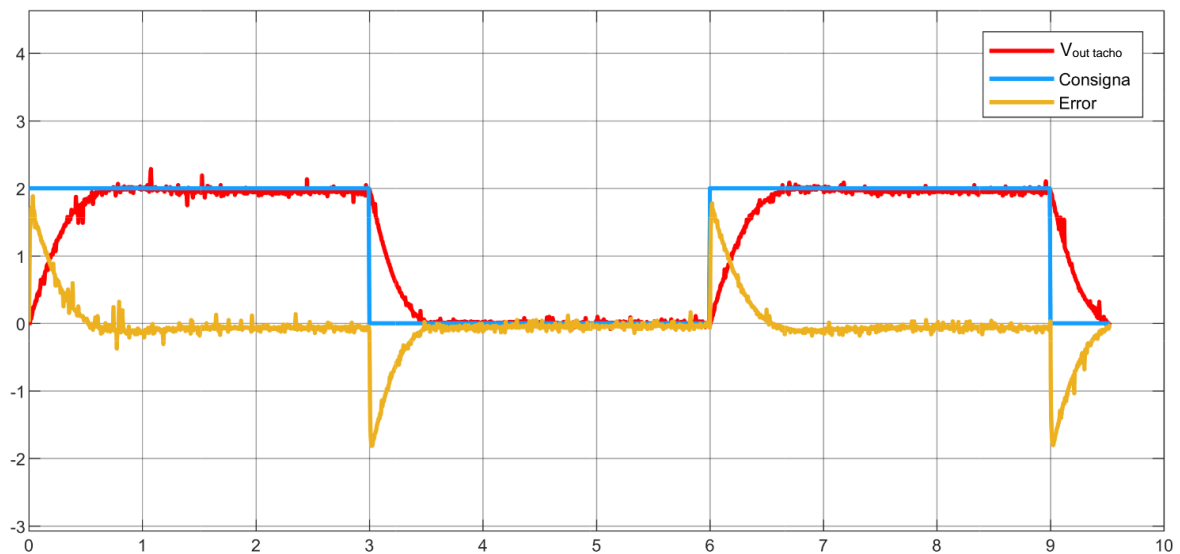


Figura 4: L22 - Kp 1 - Ki 6

En estat estacionari, l'error mesurat tendeix a 0V i el voltatge del tacòmetre 2V. Com $V_\Omega = \Omega_m * K_T$ podem aïllar i trobar Ω_m : $\Omega_m = V_\Omega / K_T = 2 / 0,017 = 117,65 \text{ rad/s}$.

Com $r = 1$ i l'entrada és un graó $\Rightarrow \varepsilon_{pg} = 0V$

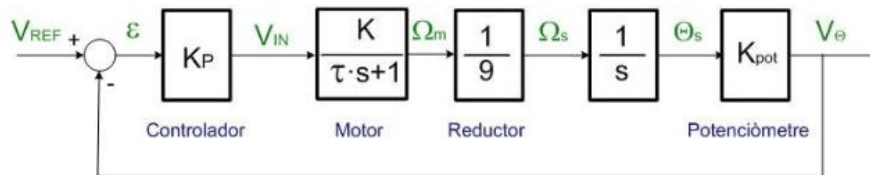
Control de posició (potenciòmetre)

Dades disponibles: $\tau = 0,3$, $K = 55$ i $K_{Pot} = 1,62$

Exercici L2 3 - Resposta del sistema amb un controlador P:

Utilitzant la configuració de l'exercici anterior (Ex. L2 2) però amb el potenciòmetre embragat i control únicament proporcional, amb $K_P = 1$.

- Analitzeu el diagrama de blocs del sistema de control. Indiqueu l'ordre, el tipus i l'estabilitat del sistema en funció del valor K_P .



Es tracta d'un sistema de laç tancat de 2n ordre.

$$F.T. = \frac{\frac{K_P K K_{Pot}}{(\tau s + 1) 9 s}}{1 + \frac{K_P K K_{Pot}}{(\tau s + 1) 9 s}} = \frac{K_P K K_{Pot}}{9 \tau s^2 + 9 s + K_P K K_{Pot}}$$

$$\text{Transmitància de laç: } GH = \frac{K_P K K_{Pot}}{(\tau s + 1) 9 s} = \frac{K_P K K_{Pot} / 9}{(\tau s + 1) s^1}, r = 1$$

Criteri de Routh: Polinomi $D(s) = 9\tau s^2 + 9s + K_P K K_{Pot} = 2,7s^2 + 9s + 89,1K_P$

2	2,7	89,1K _P
1	9	0
0	$\frac{9 * 89,1K_P - 0}{9} = 89,1K_P$	

El sistema és estable per a tot $K_P > 0$ i marginalment estable per $K_P = 0$.

- Reduïu el diagrama de blocs. Deduïu el coeficient d'amortiment ξ , la pulsació natural ω_n i el guany canònic K' del sistema en funció del valor de K_P .

Si reduïm el sistema queda una F.T. tal que:

$$F.T. = \frac{\frac{K_P K K_{Pot}}{(\tau s + 1)9s}}{1 + \frac{K_P K K_{Pot}}{(\tau s + 1)9s}} = \frac{K_P K K_{Pot}}{9\tau s^2 + 9s + K_P K K_{Pot}} = \frac{K_P K K_{Pot}/9\tau}{s^2 + s/\tau + K_P K K_{Pot}/9\tau}$$

$$\omega_n^2 = \frac{K_P K K_{Pot}}{9\tau} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_P K K_{Pot}}{9\tau}} = \sqrt{K_P} \sqrt{33} = 5,74 \sqrt{K_P}$$

$$2\xi\omega_n = 1/\tau \Rightarrow \xi = 1/2\tau\omega_n = \frac{5\sqrt{33}}{99\sqrt{K_P}} = 0,29/\sqrt{K_P}$$

$$K' = 1$$

- Executeu l'experiment. Obteniu a la pantalla del computador la resposta indicial del sistema i determineu:

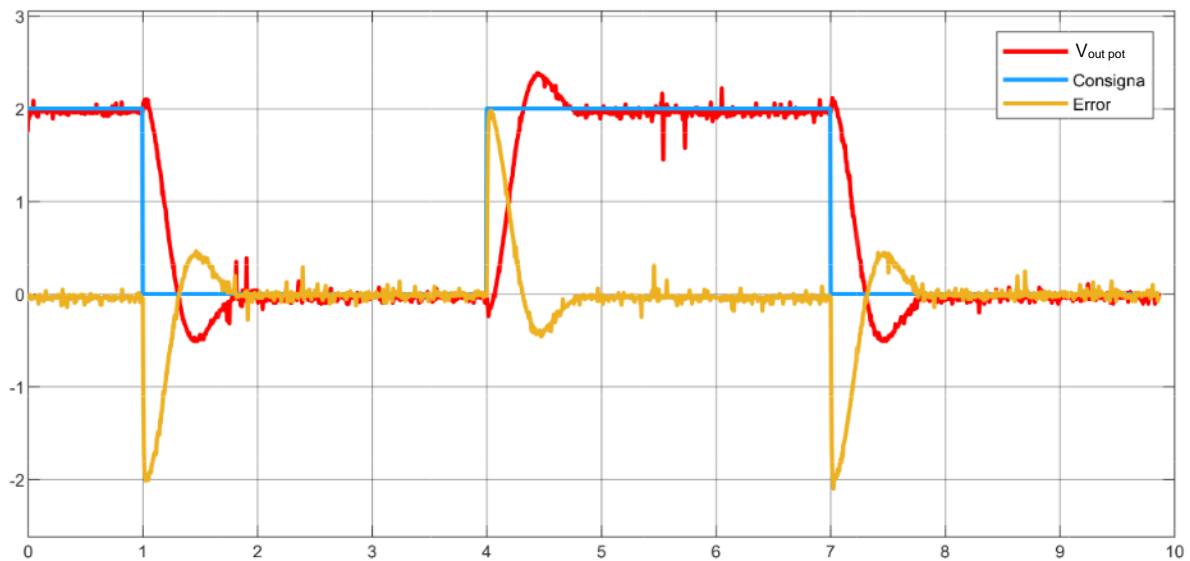


Figura 5: L23 - K_P 1

- El valor final de la tensió elèctrica proporcional a la posició V_f .

$$V_f = 2V$$

- L'error en estat estacionari ε_{ss} .

$$\varepsilon_{ss} = 0V$$

- El temps de pic T_P .

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 0,57s \text{ (mesurat } V_P = 0,4s)$$

- El valor de pic V_P .

$$V_P = \left(1 + e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\right) V_F = 2,77V \text{ (mesurat } V_P = 2,4V)$$

- El Sobrepuig en relatiu (en %) S_P .

$$S_P = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} * 100 = 38,6\% \text{ (mesurat } S_P = 20\%)$$

- Modifiqueu el valor de K_P a 5. Repetiu el punt anterior.

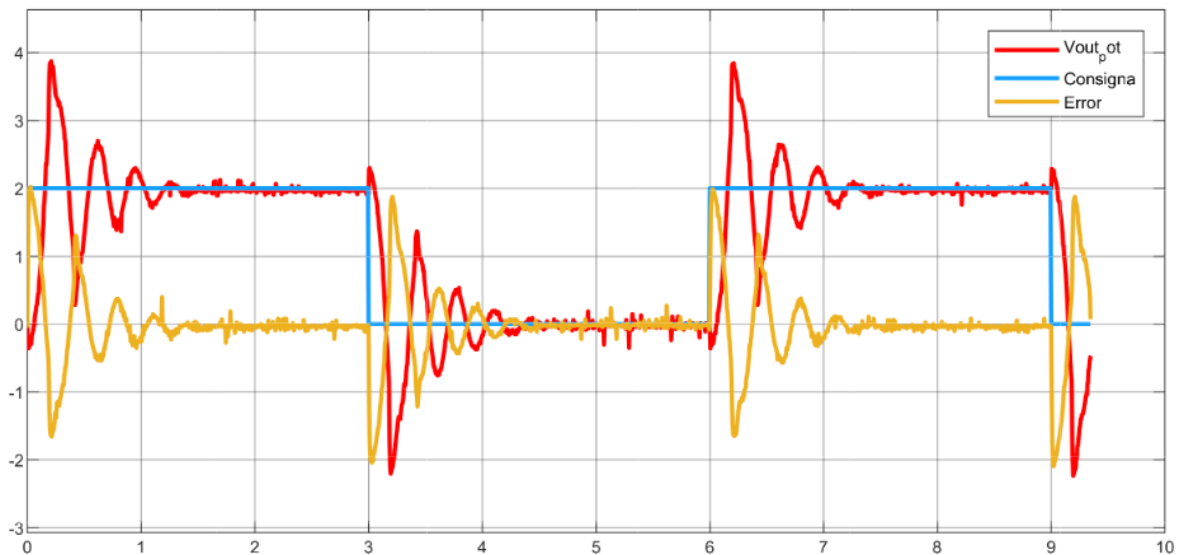


Figura 6: L23 - Kp 5

- El valor final de la tensió elèctrica proporcional a la posició V_f .

$$V_f = 2V$$

- L'error en estat estacionari ess.

$$\varepsilon = 0V$$

- El temps de pic T_P .

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 0,25s$$

- El valor de pic V_P .

$$V_P = \left(1 + e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\right) V_F = 3,33V \text{ (mesurat } V_P = 3,9V)$$

- El Sobrepuig en relatiu (en %) S_P .

$$S_P = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} * 100 = 66,3\% \text{ (mesurat } S_P = 95\%)$$

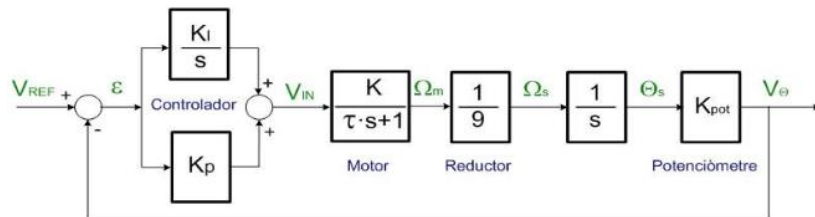
- Determineu, experimentalment, el valor de K_P que produeix un amortiment crític.

$$\xi = 0,29 / \sqrt{K_P} \Rightarrow K_{P_{critic}} = 0,29^2 = 0,0841$$

Exercici L2 4 - Resposta del sistema amb un controlador PI:

Utilitzant la configuració de l'exercici anterior (Ex. L2 3) però amb el controlador I activat poseu $K_P = 5$ i $K_I = 1$.

- Analitzeu el diagrama de blocs del sistema de control. Indiqueu l'ordre i el tipus del sistema.



Es tracta d'un sistema de llaç tancat de 3r ordre.

$$F.T. = \frac{\left(\frac{K_I}{s} + K_P\right) \frac{KK_{Pot}}{(\tau s + 1)9s}}{1 + \left(\frac{K_I}{s} + K_P\right) \frac{KK_{Pot}}{(\tau s + 1)9s}} = \frac{(sK_P + K_I)KK_{Pot}}{9\tau s^3 + 9s^2 + (sK_P + K_I)KK_{Pot}}$$

- Comproveu que la condició d'estabilitat del sistema és $K_P > \tau \cdot K_I$.

$$\text{Transmitància de llaç: } GH = \left(\frac{K_I}{s} + K_P\right) \frac{KK_{Pot}}{(\tau s + 1)9s} = \frac{(s^{K_P/K_I + 1})^{K_I KK_{Pot}/9}}{(\tau s + 1)s^2}, r = 2$$

Criteri de Routh: Polinomi $D(s) = 9\tau s^3 + 9s^2 + sK_P KK_{Pot} + K_I KK_{Pot}$

3	9τ	$K_P KK_{Pot}$
2	9	$K_I KK_{Pot}$
1	$\frac{9 * K_P KK_{Pot} - 9\tau * K_I KK_{Pot}}{9} = (K_P - \tau K_I) KK_{Pot}$	0
0	$\frac{(K_P - \tau K_I) KK_{Pot} * K_I KK_{Pot} - 0}{(K_P - \tau K_I) KK_{Pot}} = K_I KK_{Pot}$	

El sistema és estable per si $(K_P - \tau K_I) > 0 \Rightarrow K_P > \tau K_I$ i marginalment estable per a $K_P = \tau K_I$

- Executeu l'experiment. Obtingueu a la pantalla del computador la resposta indicial del sistema i determineu:

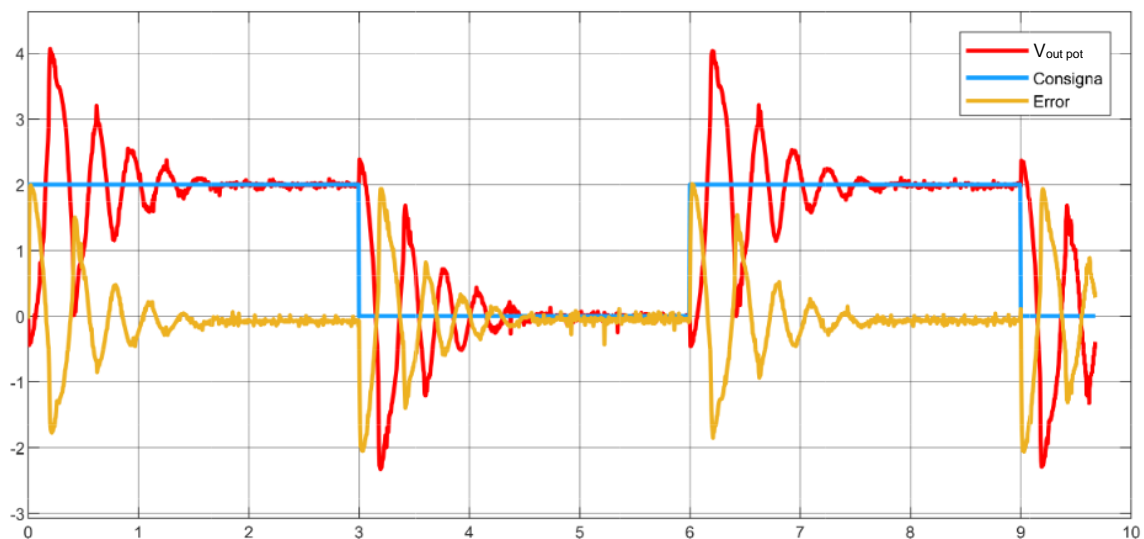


Figura 7: L24 - Kp 5 - Ki 1

- El valor final de la tensió elèctrica proporcional a la posició V_f .

$$V_f = 2V$$

- L'error en estat estacionari ε .

$$\varepsilon = 0V$$

- El temps de pic T_P .

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 0,2s$$

- El valor de pic V_P .

$$V_P = \left(1 + e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\right) V_F = 3,33V \text{ (mesurat } V_P = 4,1V)$$

- El Sobrepuig en relatiu (en %) S_P .

$$S_P = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} * 100 = 66,3\% \text{ (mesurat } S_P = 105\%)$$

- Augmenteu progressivament el valor de K_I fins a 12. Avalueu qualitativament com canvia la resposta.

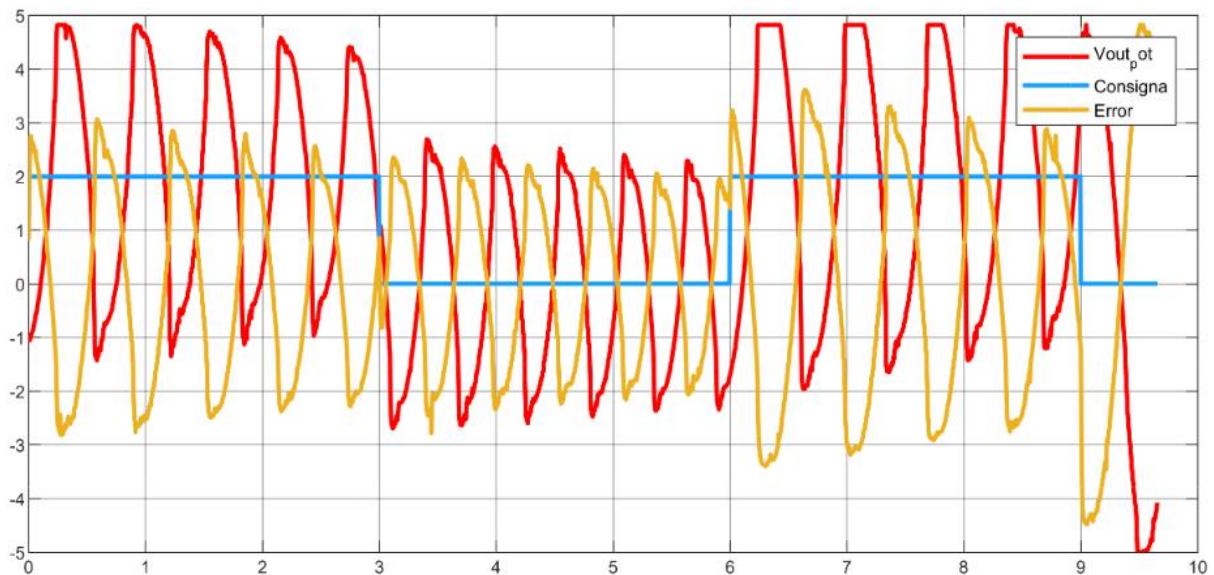


Figura 8: L24 - K_P 5 - K_I 12

Va disminuint el factor d'amortiment i en els valors més alts de K_I sembla un oscil·lador.

- Amb K_I igual a 12, aneu disminuint el valor de K_P fins a que el sistema sigui inestable. Per quin valor succeeix això? Es verifica la condició d'estabilitat deduïda anteriorment?

Per $K_P = 4$ podríem dir que és inestable, donat que el gràfic és pràcticament un oscil·lador. No obstant, es verifica la condició d'estabilitat: $K_P > \tau K_I \Rightarrow 4 > 0,3 * 12 \Rightarrow 4 > 3,6$