

## Examen bancs de filtres et OFDM avancés- 3 SN-T

On considère donc un multiplex fréquentiel de N canaux de largeur B échantillonné à  $F_e = NB$ .

La fréquence centrale du canal k est  $f_k = kB$ .

Le gabarit du filtre  $h(n)$  utilisé dans le banc de filtres est donné en figure 1.

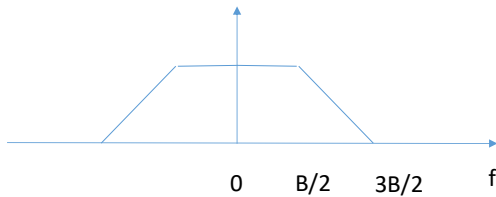


Figure 1

- 1- Tracer la densité spectrale de puissance du multiplex fréquentiel
- 2- Expliquez pourquoi le multiplex fréquentiel est un signal complexe et non réel
- 3- Proposer une chaîne de traitement pour le canal n°k. On notera M le facteur de décimation.
- 4- Expliquer pourquoi le facteur de décimation M dans la chaîne de traitement de la question 3) est égal à  $N/2$
- 5- Montrez que le signal  $y_k(n)$  en sortie de la chaîne de traitement du canal k est égal à :

$$y_k(n) = \sum_m h\left(n\frac{N}{2} - m\right) x(m) \exp\left(-2j\pi \frac{mk}{N}\right)$$

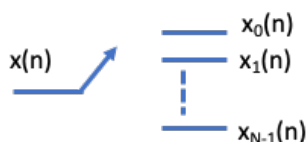
*On admettra ce résultat dans la suite du problème (en cas d'échec de la démonstration...)*

- 6- En effectuant une décomposition de l'indice m montrez que  $y_k(n)$  peut s'écrire :

$$y_k(n) = \sum_{r=0}^{N-1} \sum_l h\left[\left(n - 2l\right)\frac{N}{2} - r\right] x(lN + r) \exp\left(-2j\pi \frac{kr}{N}\right)$$

*On admettra ce résultat dans la suite du problème (en cas d'échec de la démonstration...)*

- 7- On définit :  $h_r(n) = h\left(n\frac{N}{2} - r\right)$  et  $x_r(n) = x(nN + r)$ 
  - a) Ecrire  $y_k(n)$  en fonction de  $h_r(n)$  et  $x_r(n)$ .
  - b) Combien a-t-on de filtres  $h_r(n)$  ? Quel est le nombre de coefficients par filtre (on notera  $N_c$  le nombre de coefficients de  $h(n)$ ) ?
  - c) Comment passe-t-on de  $x(n)$  à  $x_r(n)$  ? (Aide : on utilisera un commutateur comme ci-dessous dont on définira le sens de rotation)



- 8- On définit  $z_r(n) = \sum_l h_r(n - 2l)x_r(l)$ . Comment passe-t-on de  $x_r(n)$  à  $z_r(n)$  ? (aide : il y a une opération d'interpolation ...)
- 9- En déduire le schéma de la figure 2

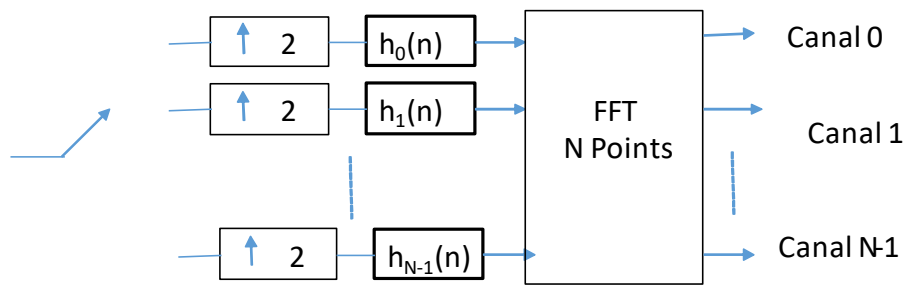


Figure 2

- 10- Quelles sont les fréquences d'échantillonnage en chaque point de la chaîne de la figure 2 ?
- 11- Proposer un schéma de réalisation à base de filtres polyphases pour la partie interpolation par 2 en entrée de la FFT.
- 12- Calcul de complexité :
  - a) Calculer le nombre de multiplications réelles par seconde pour une branche en entrée de la FFT puis pour les N branches
  - b) Calculer le nombre de multiplications réelles par seconde pour la FFT (on prendra pour le calcul de 1 FFT de N points avec entrées complexes :  $2N\log_2(N)$  multiplications réelles).
  - c) Calculer le nombre total de multiplications réelles par seconde