**3SN-T : TD Accès Multiple**

## I –Convolution rapide

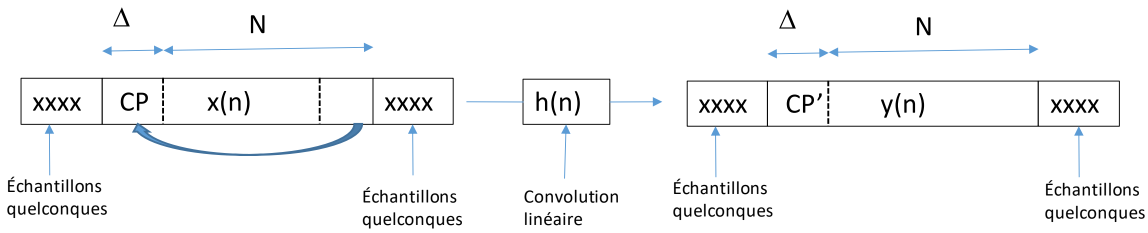
Rappel : soit $x_N(n)$, $h_N(n)$ deux suites périodiques de période N.

On note $y_N(n)$ la convolution de $x_N(n)$ et de $h_N(n)$, appelée convolution circulaire. C'est aussi une suite périodique de période N.

$$y_N(n) = x_N(n) \otimes h_N(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_N(n-k) h_N(k)$$

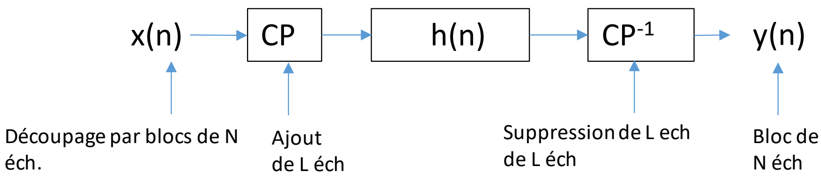
Propriété : TF($y_N(n)$)=TFD($x_N(n)$).TFD($h_N(n)$) (convolution rapide)

1) Soit x(n) (resp. h(n) et y(n)) les N premiers échantillons de $x_N(n)$ (resp. $h_N(n)$ et $y_N(n)$)
   On suppose que h(n) est tel que seuls les M premiers échantillons h(0) à h(M-1) sont non nuls.
   a) Exprimer y(n) en fonction de x(n) et h(n) pour n=0,…,N-1
   b) Montrez que y(n) est obtenu en sortie de la chaîne suivante :

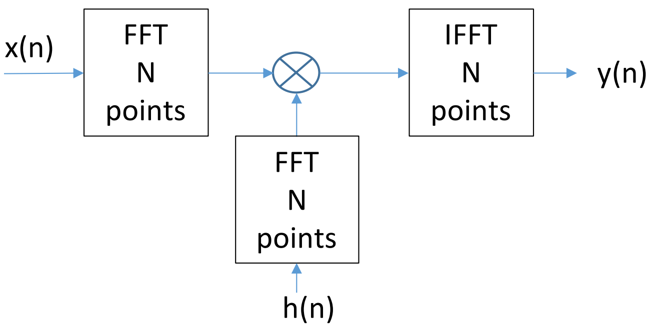



« CP » est la recopie des Δ derniers échantillons de x(n) avec Δ=M-1.

   c) En déduire que le schéma suivant permet de transformer une convolution linéaire en convolution circulaire ($L \geq M-1$).

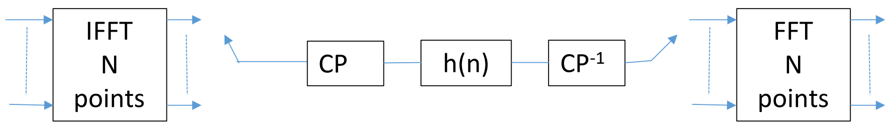



En déduire que le schéma ci-dessus est équivalent au schéma ci-dessous (on précisera les entrées de la FFT côté canal h(n)):

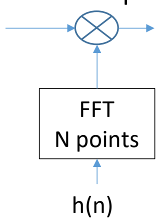


## II-Application à l'OFDM/ MC-CDMA

x(n) est un signal OFDM composé de N sous-porteuses (certaines peuvent être nulles). La fréquence d'échantillonnage est Fe=NRs où Rs est le débit symbole d'une sous porteuse.
Le schéma de transmission est le suivant (h(n) est le filtre canal à M échantillons tel que $L \geq M-1$) où L est la longueur du CP).



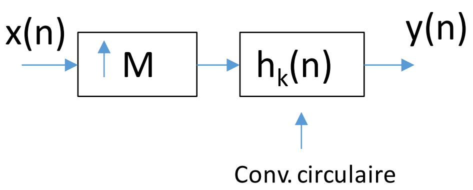

Montrez que le schéma est équivalent à :




Retrouvez le fait que les canaux associés aux sous porteuses sont non sélectifs en fréquence c'est à dire : $Y_k(n) = H_k X_k(n)$ où $Y_k(n)$ est l'échantillon n° n de la sortie n° k de la FFT (=sous-porteuse n° k), $X_k(n)$ est le symbole émis n°n de la sous porteuse n° k (on néglige le retard de transmission) et $H_k$ est le canal non-sélectif en fréquence n°k .
Comment obtient on les $H_k$ ?

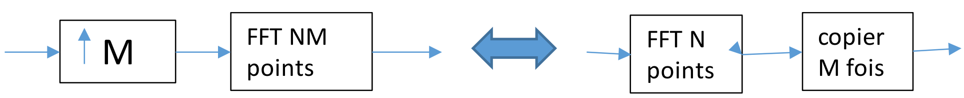
### III- Application au SC-FDMA : cas de l'émetteur

On considère une modulation mono-porteuse où le filtrage de mise en forme est remplacé par une convolution circulaire. Le filtre étant implanté dans l'émetteur, il n'est pas nécessaire d'utiliser un CP pour transformer une convolution linéaire en convolution circulaire : on implante directement la convolution circulaire. Notez que cela n'est pas possible lorsque le filtre à circulariser est celui du canal (=> en être convaincu !).

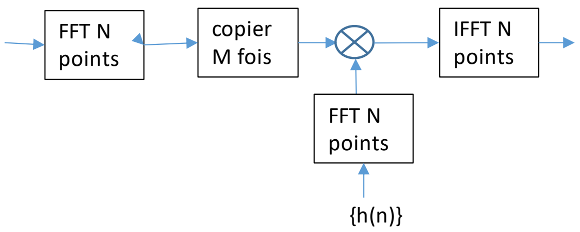



$h_k(n)$ est un filtre à coefficients complexes (décalage en fréquence d'un filtre passe-bas).

a) Montrez que :




En déduire que y(n) peut être obtenu à partir de x(n) à partir du schéma suivant :




On suppose que $H_k$ est tel $H_k(iN : iN+N-1)=1$ (0 ailleurs). Comment est modifié le schéma de a) ?