

Détection Multi-Utilisateurs

*3^{ème} année Sciences du Numérique
Parcours Télécoms sans Fil et Objets Connectés*

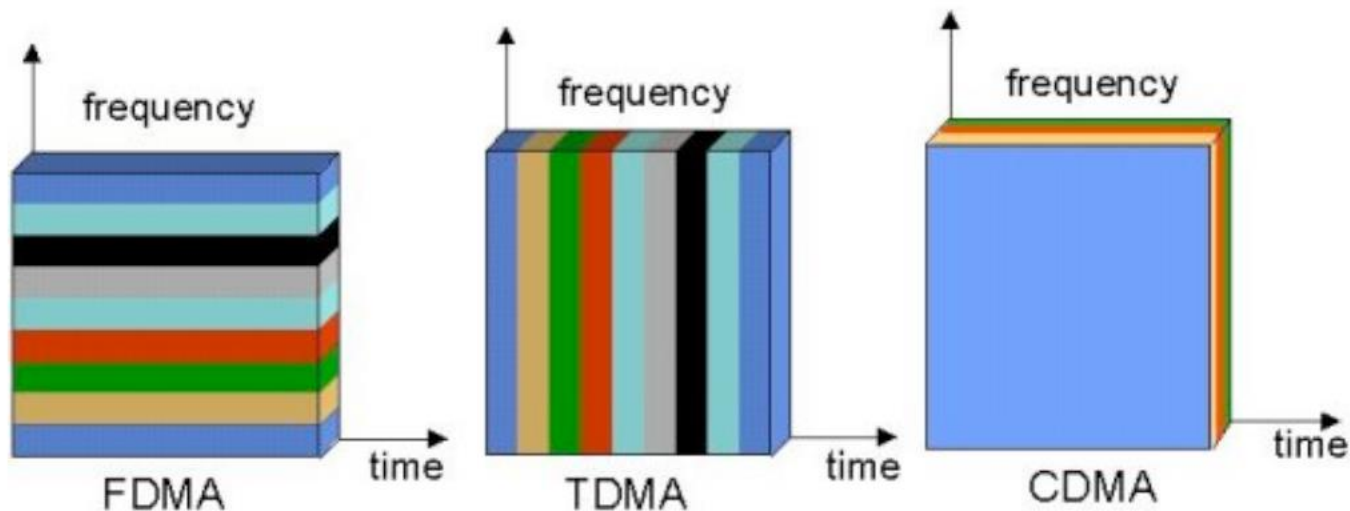
*Communications sans Fil
Multi-Antennes et Multi-Utilisateurs*

Martial COULON

INP-ENSEEIH

Position du Problème

- Systèmes de communications (sans fil) ;
typiquement téléphonie mobile (2G, 3G, 4G, 5G)
- Système à accès multiple : plusieurs utilisateurs accèdent au système simultanément (\Rightarrow interférences possibles)
- Comment séparer les données des utilisateurs en voie montante/descendante ?
- Solutions dépendantes de la méthode d'accès
(FDMA, TDMA, CDMA, OFDMA, SC-FDMA, SDMA, CRDSA(satellite),...)



Objectifs du cours

- ✓ Présenter les grands principes des différentes méthodes de détection multi-utilisateurs
- ✓ Comparaison des algorithmes en termes de performance/complexité
- ✓ Se concentrer sur les grandes lignes \Rightarrow modèles de transmission simples
- ✓ Se limiter au modèle 3G (CDMA) avec codes d'étalement et canaux de transmission non-sélectifs en fréquence
- ✓ Généralisation possible (plus compliquée) pour systèmes 4G/5G de type OFDMA+MIMO

Position du problème dans un cadre CDMA

Principe du CDMA (rappel) : attribution d'un code d'étalement (signature) à chaque utilisateur pour étaler la puissance sur une bande plus large que nécessaire, en maintenant une « certaine » orthogonalité entre utilisateurs.

CDMA orthogonal : signatures des utilisateurs orthogonales

Intérêt : détecteur optimal = corrélateur, simple à mettre en œuvre
Pb : nb d'utilisateurs K limité à $K=2BT$ (modulations antipodales)
où B = bande disponible, T = durée du signal

CDMA non-orthogonal : signatures des utilisateurs non-orthogonales

Intérêts :

- ✓ utilisateurs asynchrones (en utilisant la quasi-orthogonalité)
- ✓ nb d'utilisateurs K non limité $2BT$
- ✓ partage dynamique des ressources

(Nb *potentiel* d'utilisateurs \gg Nb *simultanés* d'utilisateurs)

Pb : détecteur optimal plus complexe \Rightarrow détecteurs sous-optimaux

Modèle de Canal CDMA Synchrones

Modèle « one-shot » :

$$y(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) + n(t), \quad t \in [0, T]$$

K nombre d'utilisateurs

T période symbole

$s_k(t)$ signature (ou code, ou forme d'onde) du $k^{\text{ème}}$ utilisateur, normalisée :

$$\|s_k\|^2 = \int_0^T s_k^2(t) dt = 1$$

$s_k(t)$ nulle en dehors de $[0, T] \implies$ pas d'interférence inter-symbole

A_k : amplitude du $k^{\text{ème}}$ utilisateur $\implies A_k^2 =$ énergie du $k^{\text{ème}}$ utilisateur

$b_k = \pm 1$ bit émis par le $k^{\text{ème}}$ utilisateur

$n(t)$: bruit blanc gaussien de moyenne nulle et variance σ^2 .

Intercorrélations entre signatures : $\rho_{ij} = \langle s_i, s_j \rangle = \int_0^T s_i(t) s_j(t) dt, \quad |\rho_{ij}| \leq 1$

Ex : $K=2$ utilisateurs : $y(t) = A_1 b_1 s_1(t) + A_2 b_2 s_2(t) + n(t), \quad \rho = \int_0^T s_1(t) s_2(t) dt$

Modèle Synchrone Discret

3 types de discrétisation :

- ✓ classique : $y_k = y(kT_e)$
- ✓ par **projections** sur une famille orthonormée définie sur $[0, T]$
- ✓ par **corrélation**

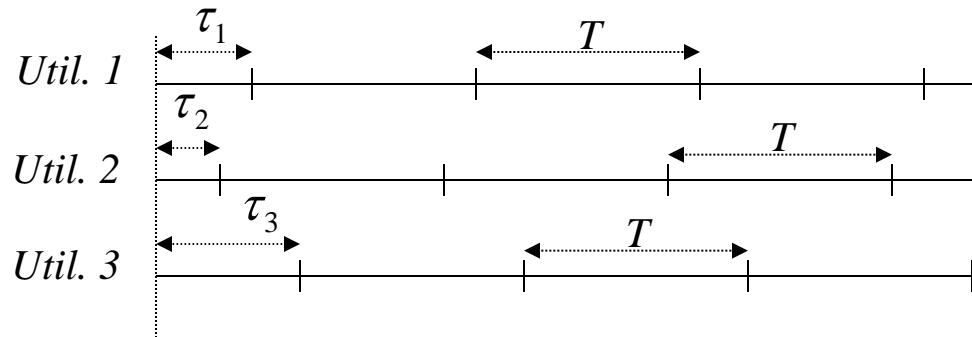
$$\begin{array}{c} y(t) \rightarrow \boxed{\int_0^T s_k \cdot} \rightarrow y_k \end{array} \quad y_k = \langle y, s_k \rangle = \int_0^T y(t) s_k(t) dt = \boxed{A_k b_k + \sum_{j \neq k} A_j b_j \rho_{jk} + n_k}$$
$$n_k \sim N(0, \sigma^2)$$

Sous forme matricielle :

$$\boxed{\underline{y} = R A \underline{b} + \underline{n}} \quad \underline{y} = [y_1, \dots, y_K]^T, \underline{b} = [b_1, \dots, b_K]^T, A = \text{diag}(A_1, \dots, A_K)$$
$$R = (\rho_{ij})_{i,j}, \underline{n} \sim N(0, \sigma^2 R)$$

\underline{y} contient toute l'information contenue dans $y(t)$
nécessaire à la détection

Modèle de Canal CDMA Asynchrone



Utilisateur $k \Rightarrow$ bits $[b_k(-M), \dots, b_k(0), \dots, b_k(M)]$

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k b_k(i) s_k(t - iT - \tau_k) + n(t), \quad t \in [0, T]$$

(rq: $\tau_1 = \dots = \tau_K \Rightarrow$ modèle synchrone)

Intercorrélations entre signatures pour $i < j$:

$$\rho_{ij}(\tau) = \int_{\tau}^T s_i(t) s_j(t - \tau) dt$$

$$\rho_{ji}(\tau) = \int_{\tau}^T s_i(t) s_j(t + T - \tau) dt$$

Pour $\tau_1 \leq \dots \leq \tau_K$, $\rho_{ij} = \rho_{ij}(\tau_j - \tau_i)$

Modèle Asynchrone Discret

3 types de discrétisation :

- ✓ classique : $y_k = y(kT_e)$
- ✓ par **projections** sur une famille orthonormée définie sur $[0, T]$
- ✓ par **corrélation**

$$y(t) \rightarrow \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} y(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt \rightarrow y_k(i)$$

$$y_k(i) = \int_{iT+\tau_k}^{(i+1)T+\tau_k} y(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt$$

$$y_k(i) = A_k b_k(i) + \sum_{j < k} A_j b_j(i+1) \rho_{kj} + \sum_{j < k} A_j b_j(i) \rho_{jk}$$

$$\sum_{j > k} A_j b_j(i) \rho_{kj} + \sum_{j > k} A_j b_j(i-1) \rho_{jk} + n_k(i)$$

Sous forme matricielle :

$$\underline{y}(i) = R_1^T A \underline{b}(i+1) + R_0 A \underline{b}(i) + R_1 A \underline{b}(i-1) + \underline{n}(i)$$

R_0 et R_1 matrices dépendant des ρ_{jk}

$$\mathbf{y} = \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{n}$$

Détection par Filtre Adapté (1)

Détecteur Optimal (minimise le BER) dans **2** cas :

- **Pour $K=1$** : $y(t) = Abs(t) + n(t), t \in [0, T] \implies y = Ab + n$

$$\boxed{\hat{b} = \text{sgn}(\langle y, s \rangle)} \implies \boxed{BER(\sigma) = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)}$$

- **Pour Canal Synchrone Orthogonal** :

Pas d'interférences : $\rho_{ij} = 0, i \neq j \implies y_k = A_k b_k + n_k$

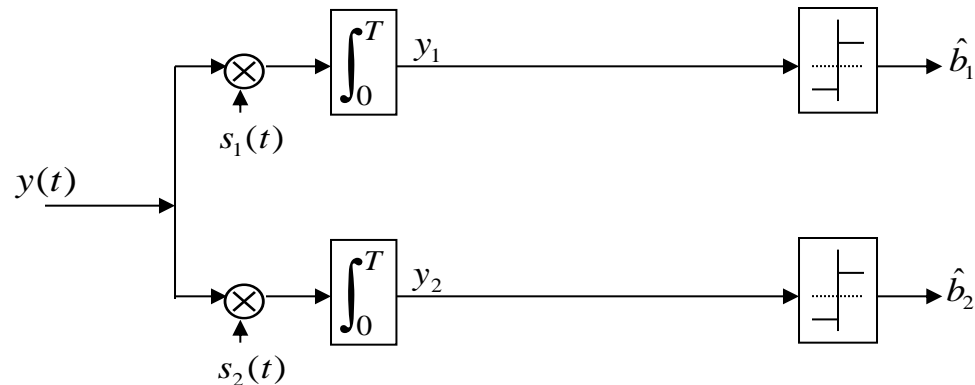
$$\boxed{\hat{b}_k = \text{sgn}(\langle y, s_k \rangle) = \text{sgn}(y_k)} \implies \boxed{BER_k(\sigma) = Q\left(\frac{A_k}{\sigma}\right)}$$

Détecteur **simple** \implies idée de généraliser à K quelconque

Détection par Filtre Adapté (2)

Canal Synchrone Non-Orthogonal

Pour $K=2$: $y_1 = A_1 b_1 + A_2 b_2 \rho + n_1$: (existence d'interférences)



$$BER_1(\sigma) = \frac{1}{2} Q\left(\frac{A_1 - A_2 |\rho|}{\sigma}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{A_1 + A_2 |\rho|}{\sigma}\right)$$

2 cas :

- $A_2 / A_1 < 1/|\rho| \Rightarrow BER_1(\sigma) \xrightarrow{\sigma \rightarrow 0} 0$
- $A_2 / A_1 > 1/|\rho| \Rightarrow BER_1(\sigma) \xrightarrow{\sigma \rightarrow 0} 1/2$: effet *Near-Far* (éblouissement)

Détection par Filtre Adapté (3) Canal Synchrone Non-Orthogonal

Pour K quelconque : $y_k = A_k b_k + \sum_{j \neq k} A_j b_j \rho_{jk} + n_k$

Décision : $\hat{b}_k = \text{sgn}(\langle y, s_k \rangle) = \text{sgn}(y_k)$

$$\Rightarrow BER_k(\sigma) \approx Q\left(A_k / \sqrt{\sigma^2 + \sum_{j \neq k} A_j \rho_{jk}^2}\right)$$

\Rightarrow les interférences agissent comme un **bruit supplémentaire**

Condition « **d'œil ouvert** »:

$$BER_k(\sigma) \xrightarrow{\sigma \rightarrow 0} 0 \quad \text{ssi} \quad A_k > \sum_{j \neq k} A_j |\rho_{jk}|$$

Bilan :

- ✓ détection **simple** à mettre en œuvre
- ✓ détection **non-optimale**

Détection par Filtre Adapté (4) Canal Asynchrone

$$\hat{b}_k = \operatorname{sgn}(\langle y, s_k \rangle) = \operatorname{sgn}(y_k)$$

Condition « d'œil ouvert »:

$$BER_k(\sigma) \xrightarrow[\sigma \rightarrow 0]{} 0 \quad \text{ssi} \quad A_k > \sum_{j \neq k} A_j (|\rho_{jk}| + |\rho_{kj}|)$$

Rq: *quelles que soient les signatures, il existe un ensemble d'offsets et d'énergies tels que l'œil soit **fermé**.*

- ⇒ Les interférences dominant sur le bruit
- ⇒ il existe des erreurs même sans bruit
- ⇒ le filtre adapté élimine le bruit mais pas les interférences

FIGURE 3.8.
 Bit-error-rate of
 single-user
 matched filter with
 two synchronous
 users and
 $\rho = 0.2$.

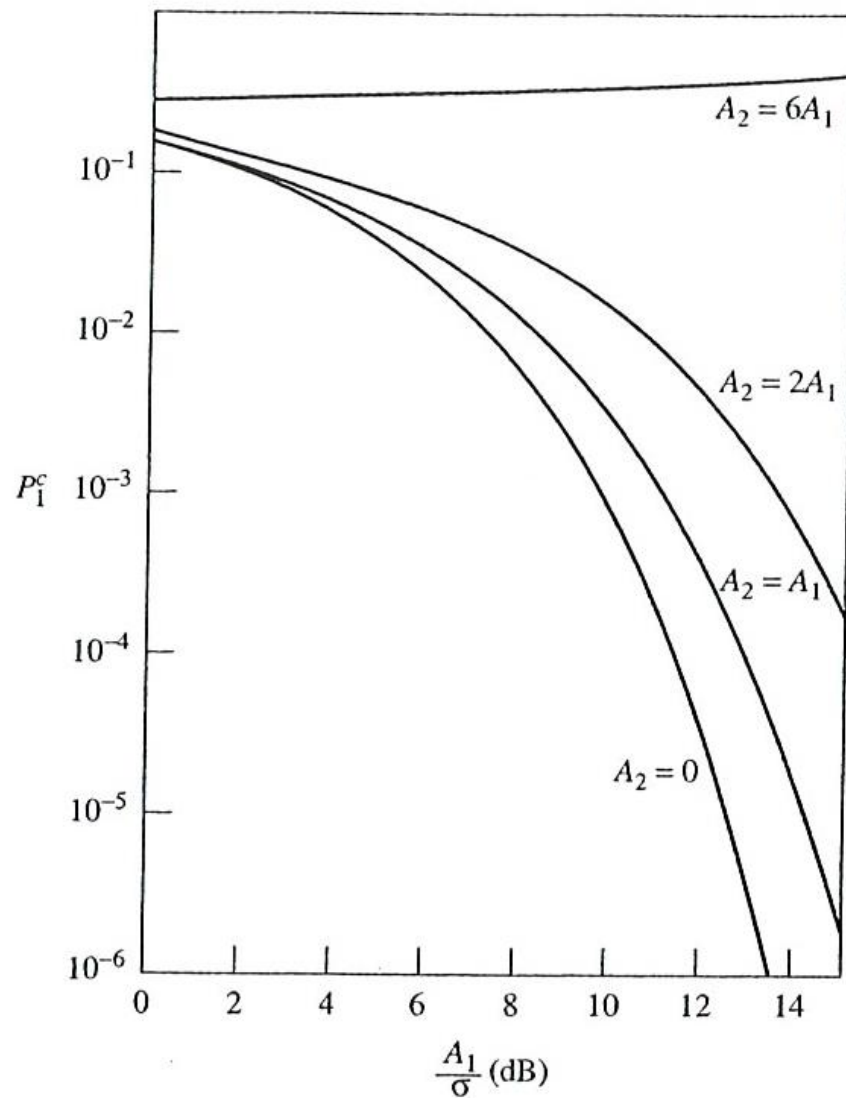
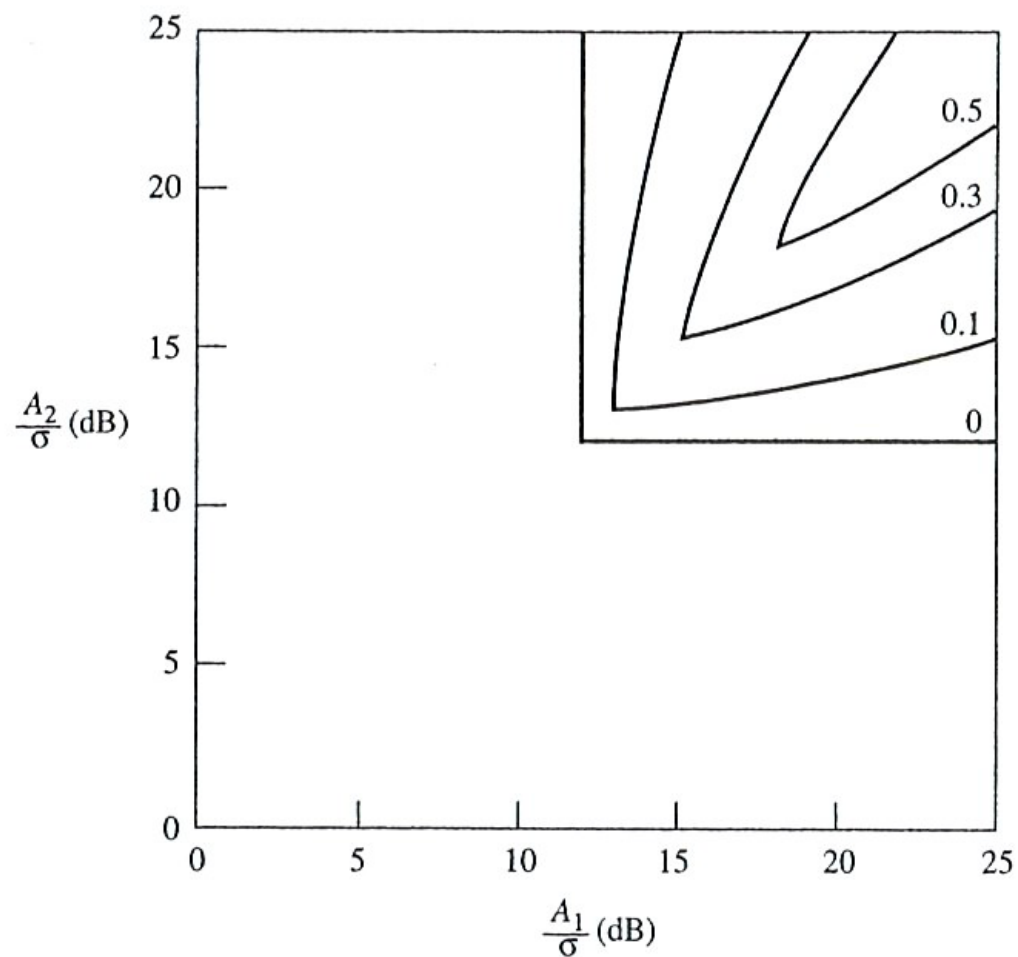


FIGURE 3.9.
Signal-to-noise
ratios necessary
to achieve
bit-error-rate not
higher than
 3×10^{-5} for both
users,
parametrized by
 ρ .



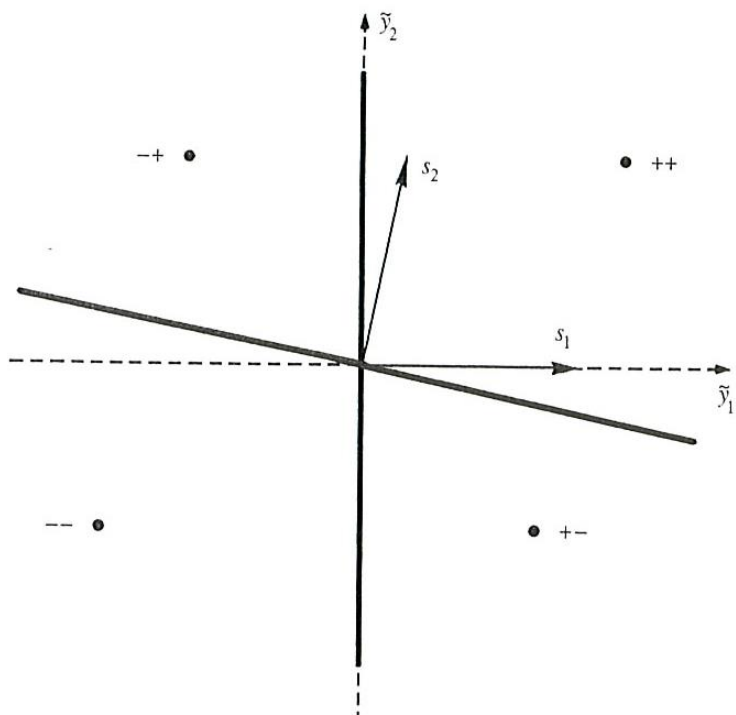


FIGURE 3.12.
Decision regions
of matched filter
detector
(orthogonal
space); $A_1 = A_2$.

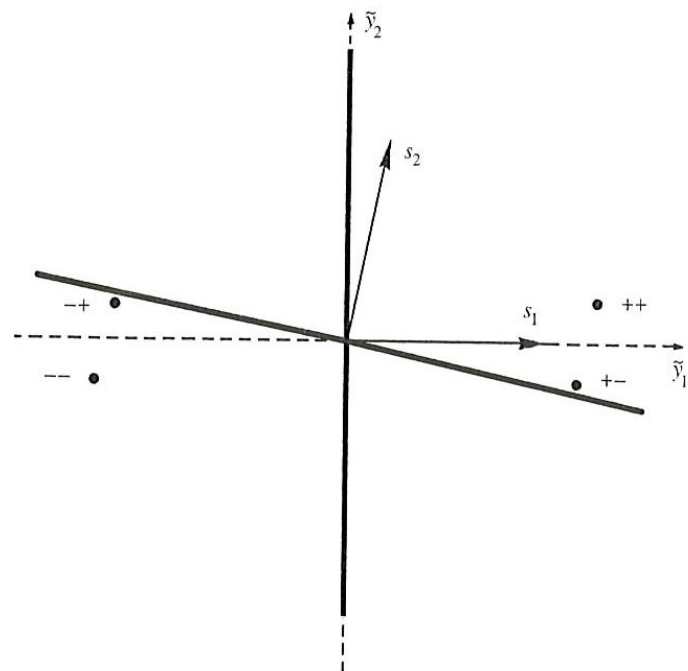


FIGURE 3.13.
Decision regions
of matched filter
detector
(orthogonal
space);
 $A_1 = 6A_2$.

FIGURE 3.14.
Bit-error-rate of the
single-user
matched filter with
10 equal-energy
users and
identical
crosscorrelations
 $\rho_{kl} = 0.08$;
(a) exact,
(b) Gaussian
approximation.

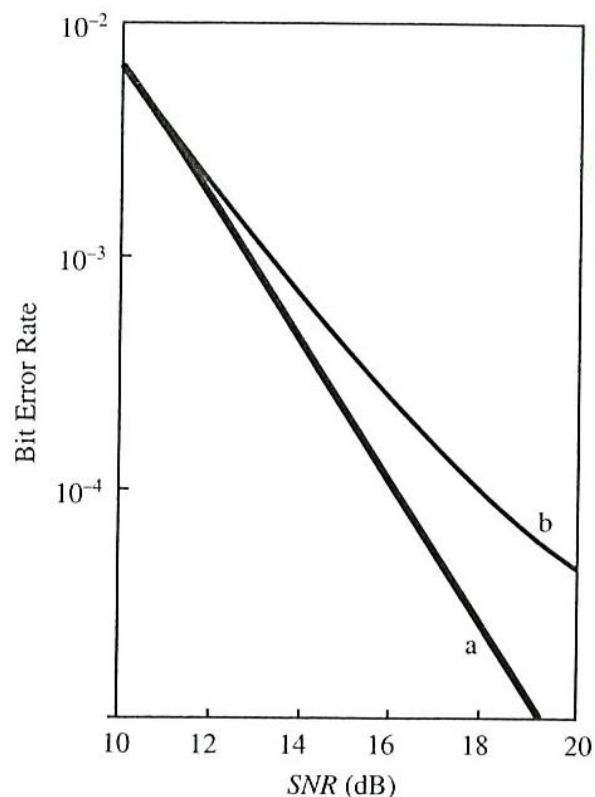
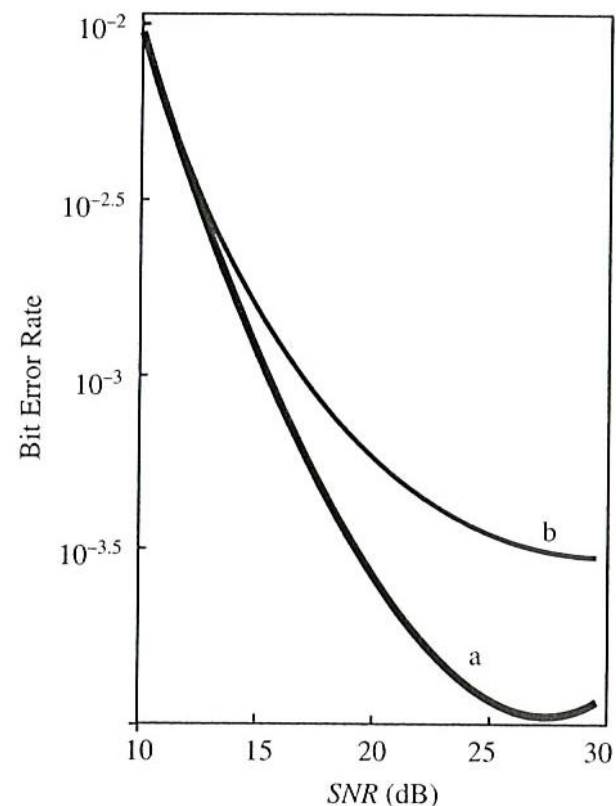


FIGURE 3.15.
Bit-error-rate of the
single-user
matched filter with
14 equal-energy
users and
identical
crosscorrelations
 $\rho_{kl} = 0.08$;
(a) exact,
(b) Gaussian
approximation.



Détection par Filtre Adapté (4)

Canal de Rayleigh

Coefficients de Fading aléatoires : $A_k = |A_k| R_k$ où $R_k \sim Rayleigh$

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=-M}^M A_k b_k(i) s_k(t - iT) + n(t), \quad t \in [0, T]$$

Détection cohérente : coefficients de Fading connus

Pour $K=1$:

$$\boxed{\hat{b} = \text{sgn}(\text{Re}(A y^*))} \quad \Rightarrow \quad BER^F(\sigma) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|A|^2}{\sqrt{|A|^2 + \sigma^2}} \right)$$

Pour K quelconque :

$$\boxed{\hat{b}_k = \text{sgn}(\text{Re}(A y^*)_k)} \quad \Rightarrow \quad BER_k^F(\sigma) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|A_k|}{\sqrt{\sigma^2 + \sum_{j \neq k} |A_j|^2 \rho_{jk}^2}} \right)$$

\Rightarrow les interférences agissent comme un **bruit supplémentaire**

Détection Optimale (1)

Canal Synchrone

Pour $K=2$:
$$y(t) = A_1 b_1 s_1(t) + A_2 b_2 s_2(t) + n(t)$$

2 types de détection optimale :

- détection *individuelle* :

$$\boxed{\hat{b}_1 \text{ maximise } P[b_1 | y(t), 0 \leq t \leq T]} \implies \hat{b}_1 = \text{sgn} \left(y_1 - \frac{\sigma^2}{2A_1} \log \frac{\cosh\left(\frac{A_2 y_2 + A_1 A_2 \rho}{\sigma^2}\right)}{\cosh\left(\frac{A_2 y_2 - A_1 A_2 \rho}{\sigma^2}\right)} \right)$$

$$\max \left(Q\left(\frac{A_1}{\sigma}\right), \frac{1}{2} Q\left(\frac{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 |\rho|}}{\sigma}\right) \right) \leq \text{BER}_1(\sigma) \leq Q\left(\frac{A_1}{\sigma}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\frac{\sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 |\rho|}}{\sigma}\right)$$

- détection *conjointe* :

$$\boxed{(\hat{b}_1, \hat{b}_2) \text{ maximise } P[(b_1, b_2) | y(t), 0 \leq t \leq T]}$$

$$\implies \hat{b}_1 = \text{sgn} \left(A_1 y_1 + \frac{1}{2} |A_2 y_2 - A_1 A_2 \rho| - \frac{1}{2} |A_2 y_2 + A_1 A_2 \rho| \right)$$

Détection Optimale (2) Canal Synchrone

Pour K quelconque : $y(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) + n(t), \quad t \in [0, T]$

détection *individuelle* :

$$\hat{b}_k \text{ minimise } L_k(b) = \sum_{\underline{b}, b_k=b} \exp(\Omega(\underline{b})/2\sigma^2)$$

détection *conjointe* :

$$\underline{\hat{b}} \text{ maximise } \Omega(\underline{b}) \quad \text{avec} \quad \Omega(\underline{b}) = 2\underline{b}^T \underline{A} \underline{y} - \underline{b}^T \underline{A} \underline{R} \underline{A} \underline{b}$$

Avantage : détection *optimale*

Inconvénients : ✓ détection (très) *complexe* (pour canal asynchrone, optimisation par algorithme de programmation dynamique - cf algorithme de Viterbi)
✓ besoin de *beaucoup d'information a priori*

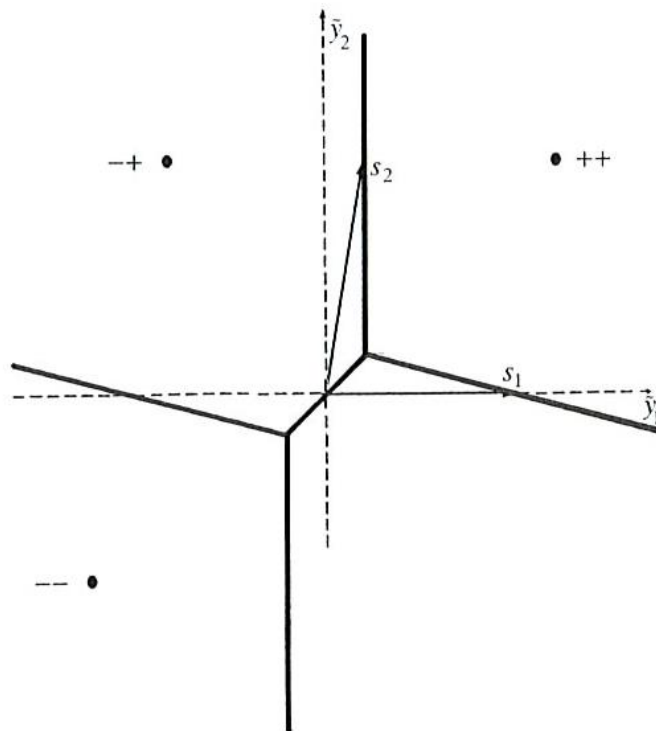


FIGURE 4.1.
Decision regions
of jointly optimum
detector for
 $A_1 = A_2$,
 $\rho = 0.2$.

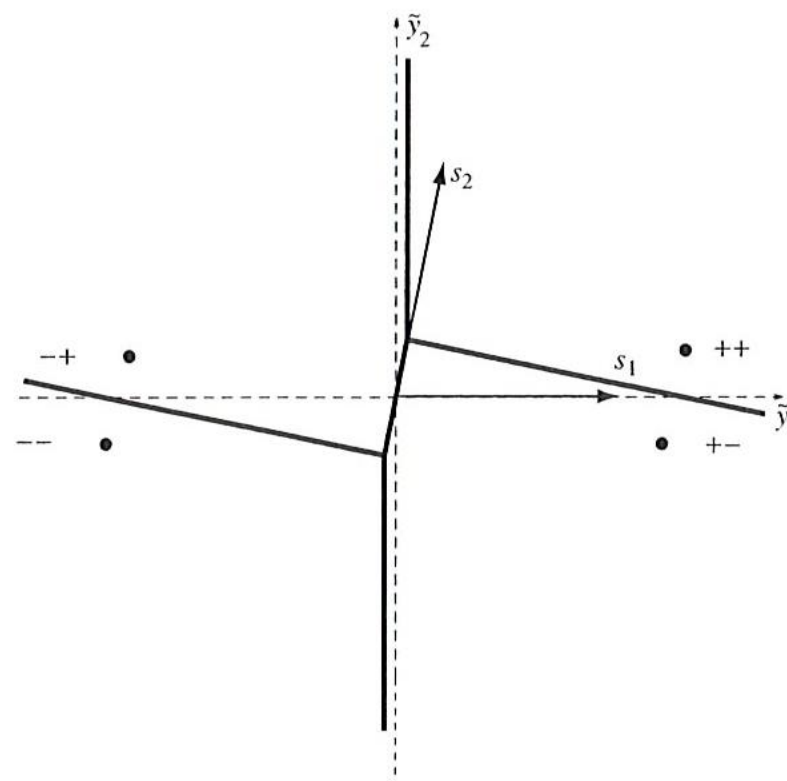


FIGURE 4.2.
Decision regions
of jointly optimum
detector for
 $A_1 = 6A_2$,
 $\rho = 0.2$.

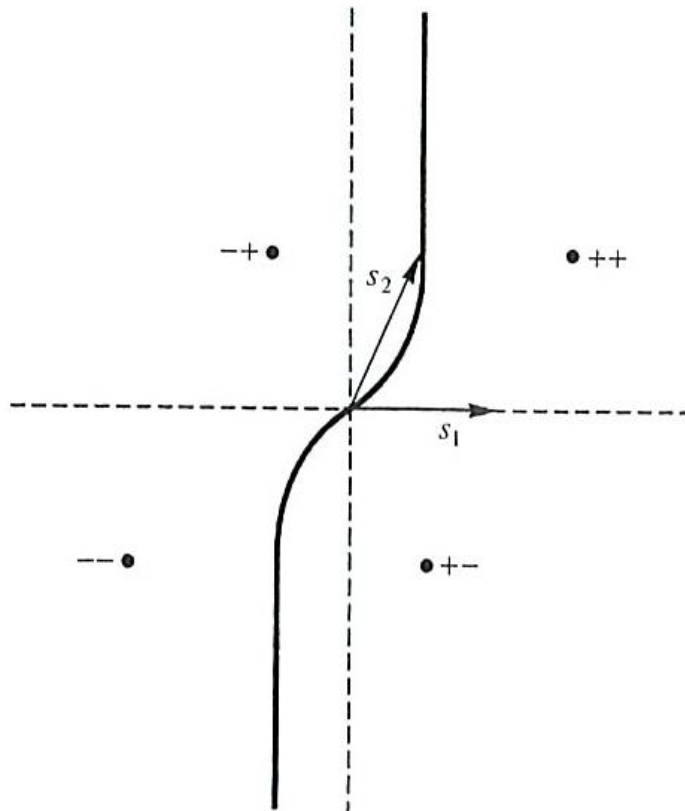


FIGURE 4.5.
Decision regions
of minimum
bit-error-rate
detector for user
1. $A_1 = A_2$,
 $\rho = 0.2$.

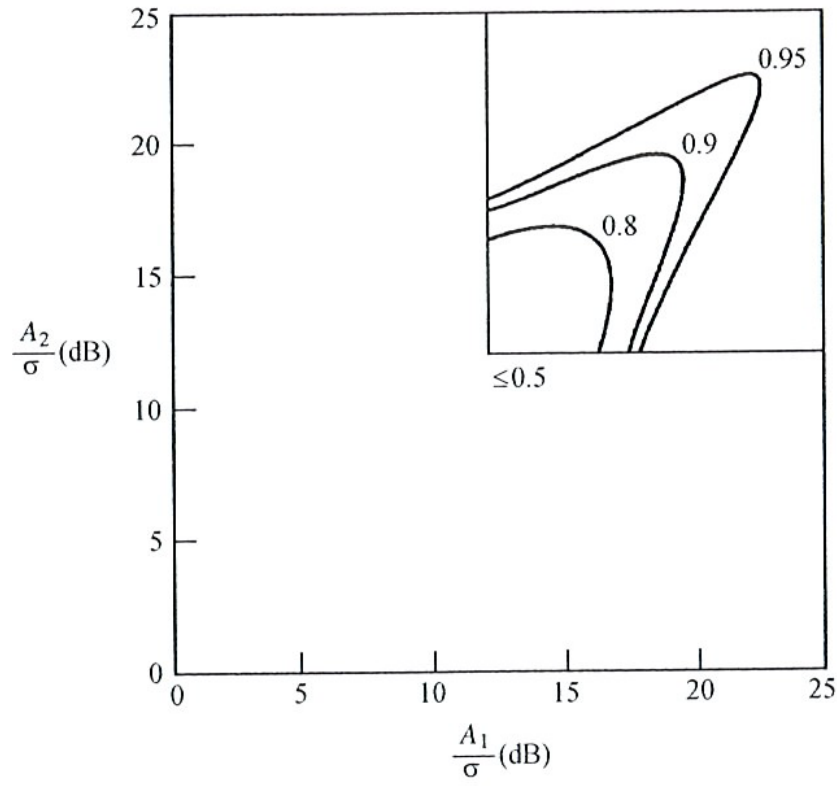


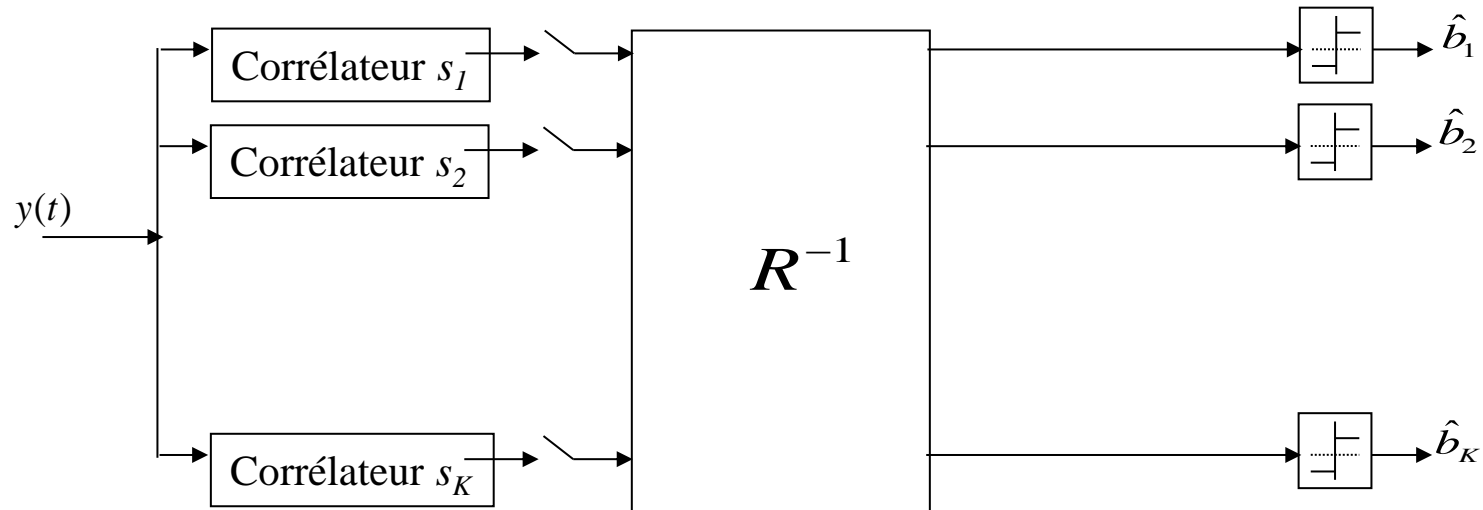
FIGURE 4.14.
Signal-to-noise
ratios necessary
to achieve
optimum
bit-error-rate not
higher than
 3×10^{-5} for both
users.

Détection par Décorrélation (1)

Canal Synchrone

Décision :

$$\hat{b}_k = \text{sgn}\left(\left(R^{-1}y\right)_k\right)$$



$\underline{\hat{b}}$ solution de :

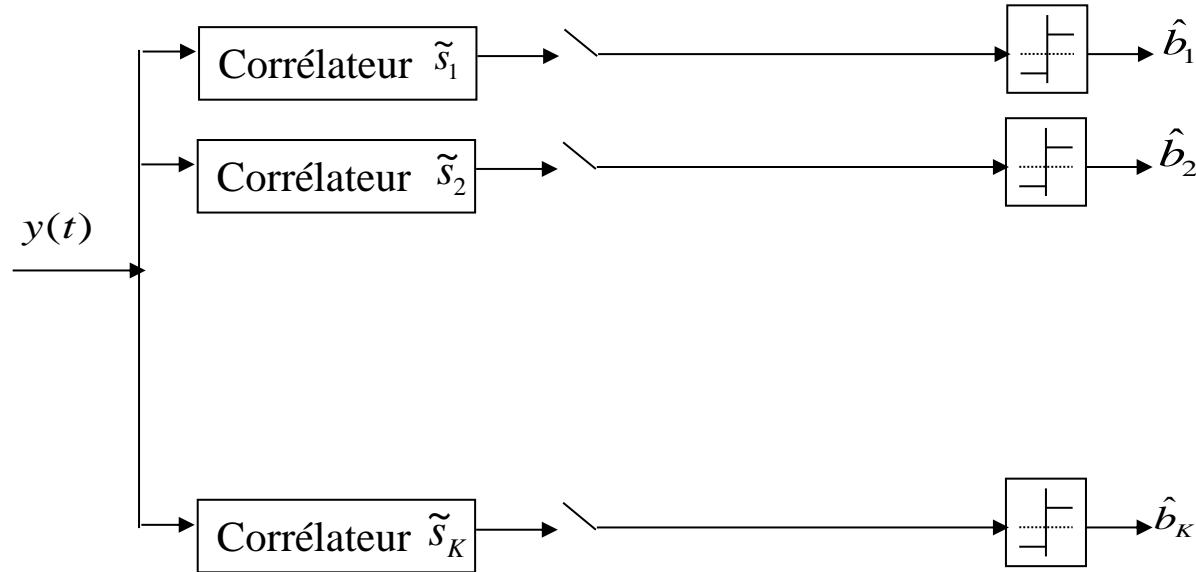
$$\min_{\underline{b} \in \{-1; +1\}^K} \min_{\substack{A_k > 0 \\ k=1, \dots, K}} \int_0^T \left(y(t) - \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) \right)^2 dt$$

Avantages :

- ✓ **pas de connaissance a priori** des amplitudes
- ✓ possibilité de **décentraliser** la détection, çàd :
chaque \hat{b}_k peut être calculé indépendamment des autres

Détection par Décorrélation (2)

Canal Synchrone



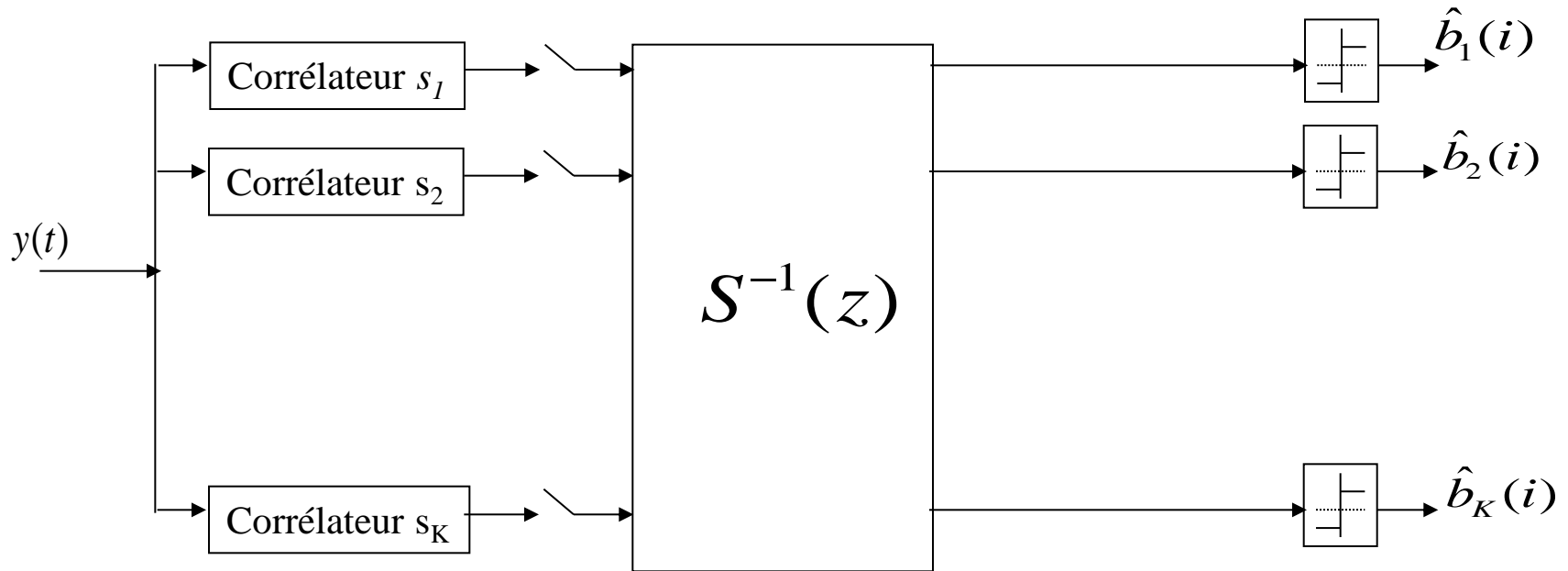
(\tilde{s}_k combinaison linéaire des s_k en fonction des ρ_{jk})

$$BER_k(\sigma) = Q\left(\frac{A_k}{\sigma \sqrt{(R^{-1})_{k,k}}}\right) \quad \text{indépendant des } (A_j)_{j \neq k}$$

Suivant les valeurs des A_j , la décorrélation peut donner **de meilleures ou de moins bonnes performances** que le filtre adapté (car le décorrélateur élimine les interférences mais pas le bruit).

Détection par Décorrélation (3)

Canal Asynchrone



avec :
$$S^{-1}(z) = \left(R_1^T z + R_0 + R_1 z^{-1} \right)^{-1}$$

$$BER_k(\sigma) = Q\left(\frac{A_k}{\sigma} \sqrt{\eta_k} \right) \quad \text{indépendant des } (A_j)_{j \neq k}$$

avec :
$$\eta_k = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(R_1 e^{j\omega} + R_0 + R_1 e^{-j\omega} \right)_{k,k}^{-1} d\omega \right)^{-1}$$

FIGURE 5.9. Signal-to-noise ratios necessary to achieve bit-error-rate not higher than 3×10^{-5} for both users. Shown for $|\rho| = 0, 0.3, 0.5$, and compared with the single-user matched filter detector regions (dashed).

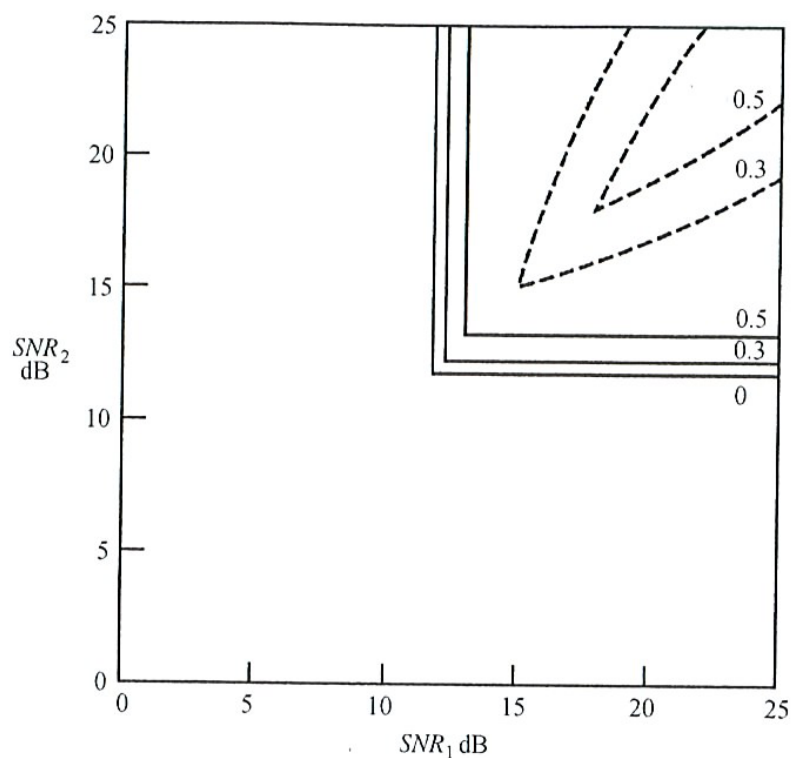
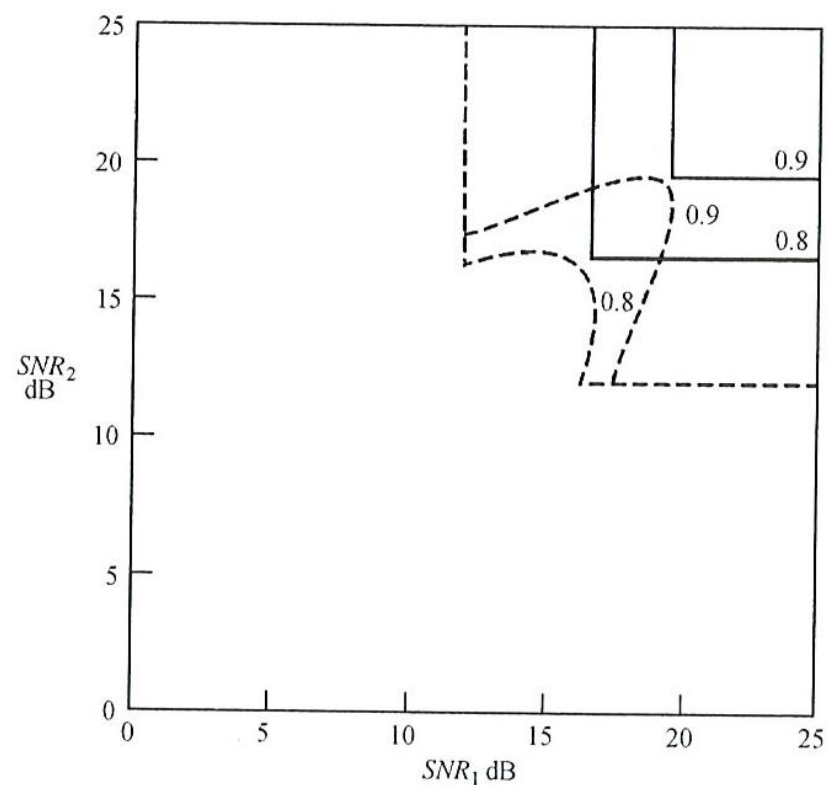


FIGURE 5.10. Signal-to-noise ratios necessary to achieve bit-error-rate not higher than 3×10^{-5} for both users. Shown for $|\rho| = 0.8, 0.9$, and compared with the optimal regions (dashed).



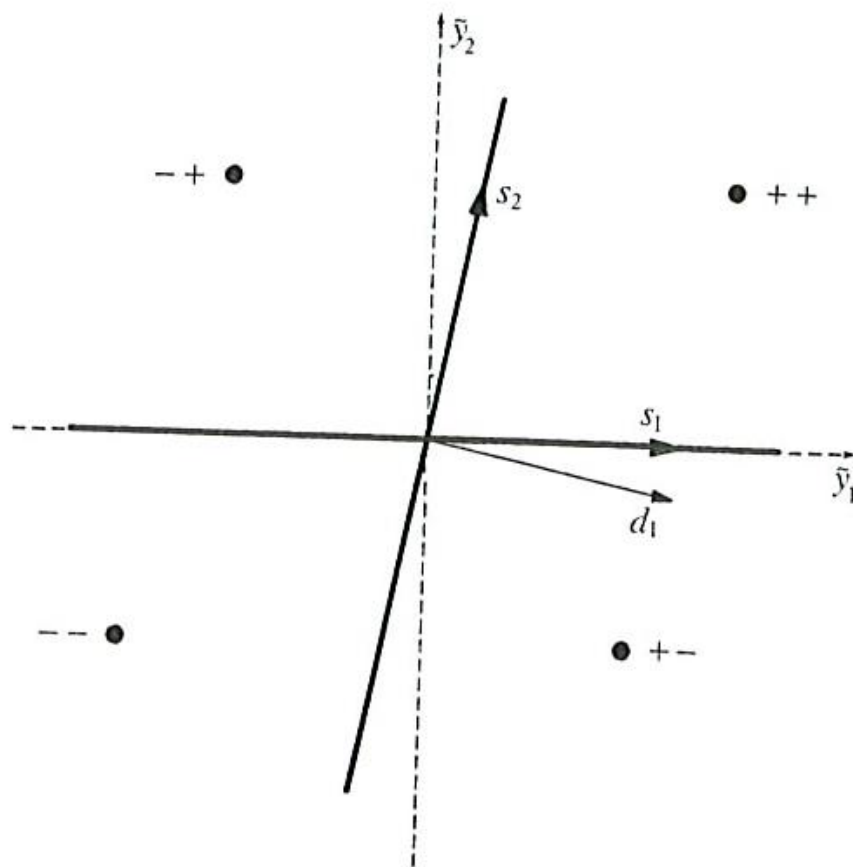


FIGURE 5.4.
 Decision regions
 of the two-user
 decorrelating
 detector;
 $A_1 = A_2$.

FIGURE 5.7.
Bit-error-rate
comparison of
decorrelator and
single-user
matched filter with
two users and
 $\rho = 0.75$.

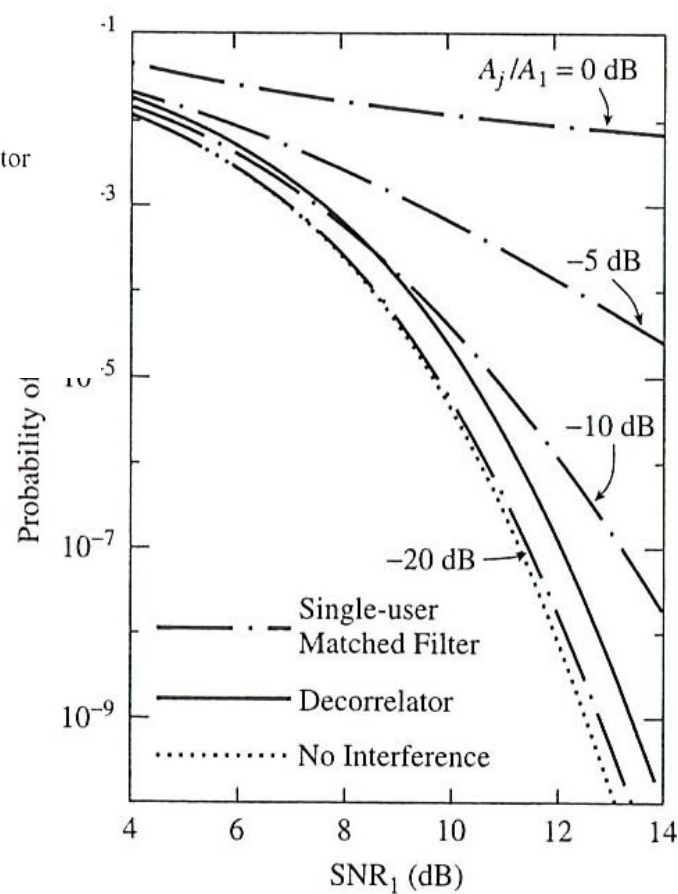
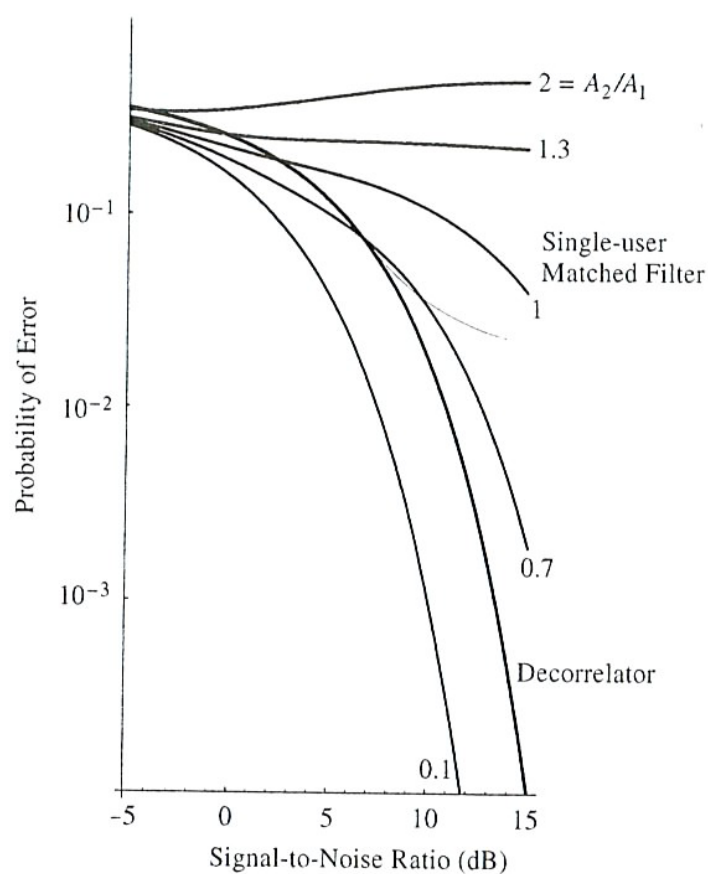


FIGURE 5.12.
Bit-error-rate of
decorrelating
detector and
single-user
matched filter
detector. Five
equal-energy
interferers.

Détection MMSE linéaire (1)

Principe : trouver une forme d'onde c_k pour l'utilisateur k qui minimise

$$E\left\{\left(b_k - \langle c_k, y \rangle\right)^2\right\}$$

où c_k combinaison linéaire des $(s_j)_j$



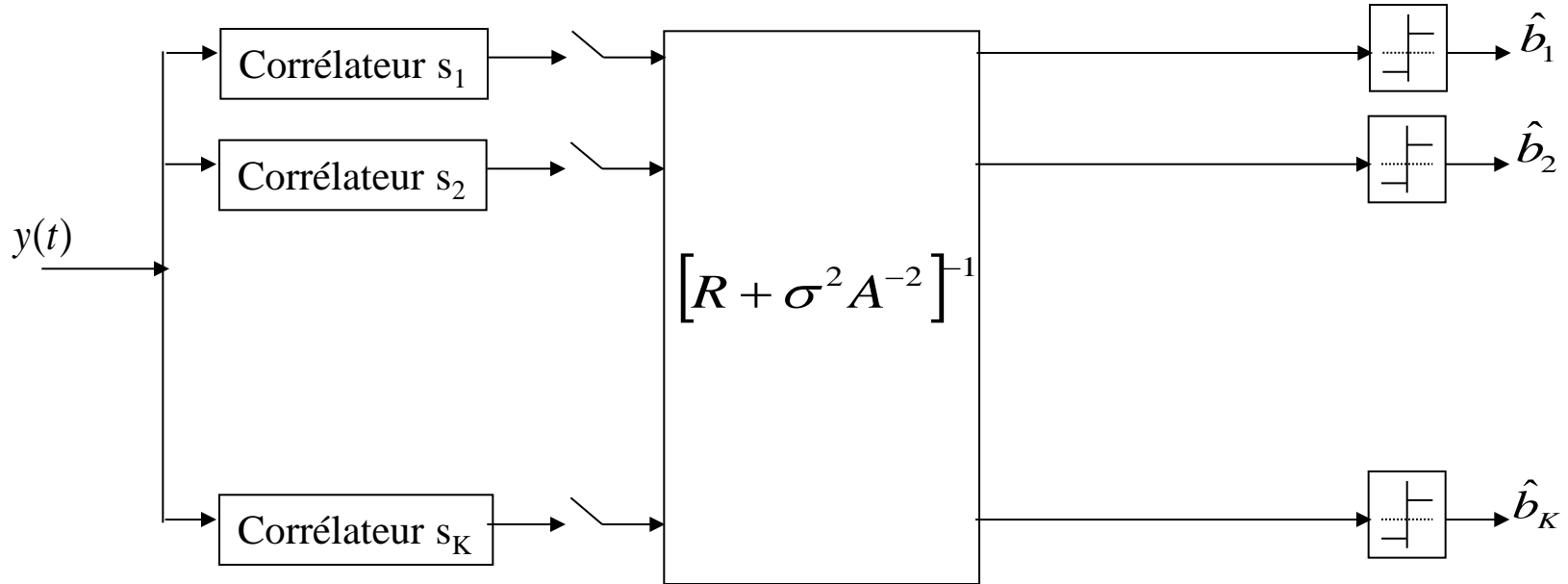
on cherche la matrice M solution de

$$\min_{M \in \mathbb{R}^{K \times K}} E\left\{\left\|\underline{b} - M \underline{y}\right\|^2\right\}$$



$$\hat{b}_k = \text{sgn}\left(\left(\left[R + \sigma^2 A^{-2}\right]^{-1} y\right)_k\right)$$

Détection MMSE linéaire (2)



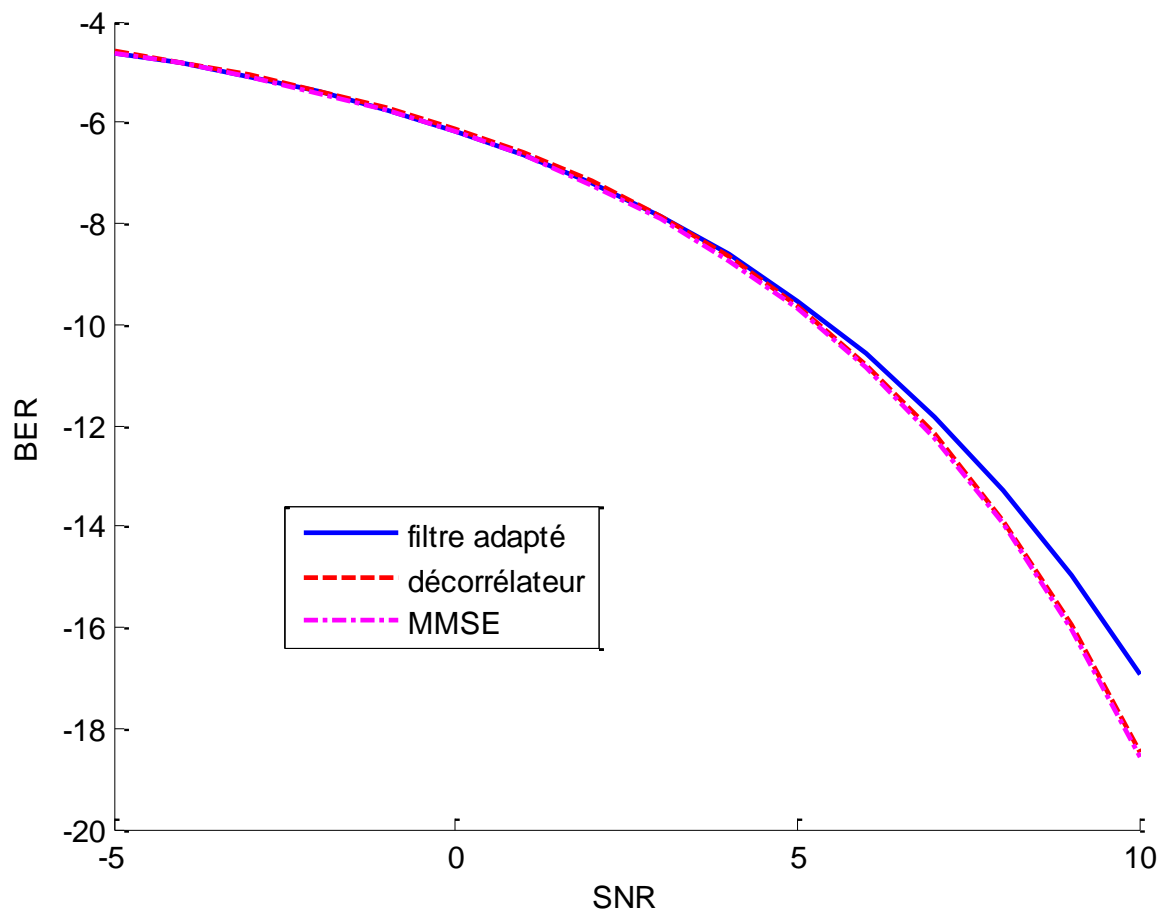
Avantages :

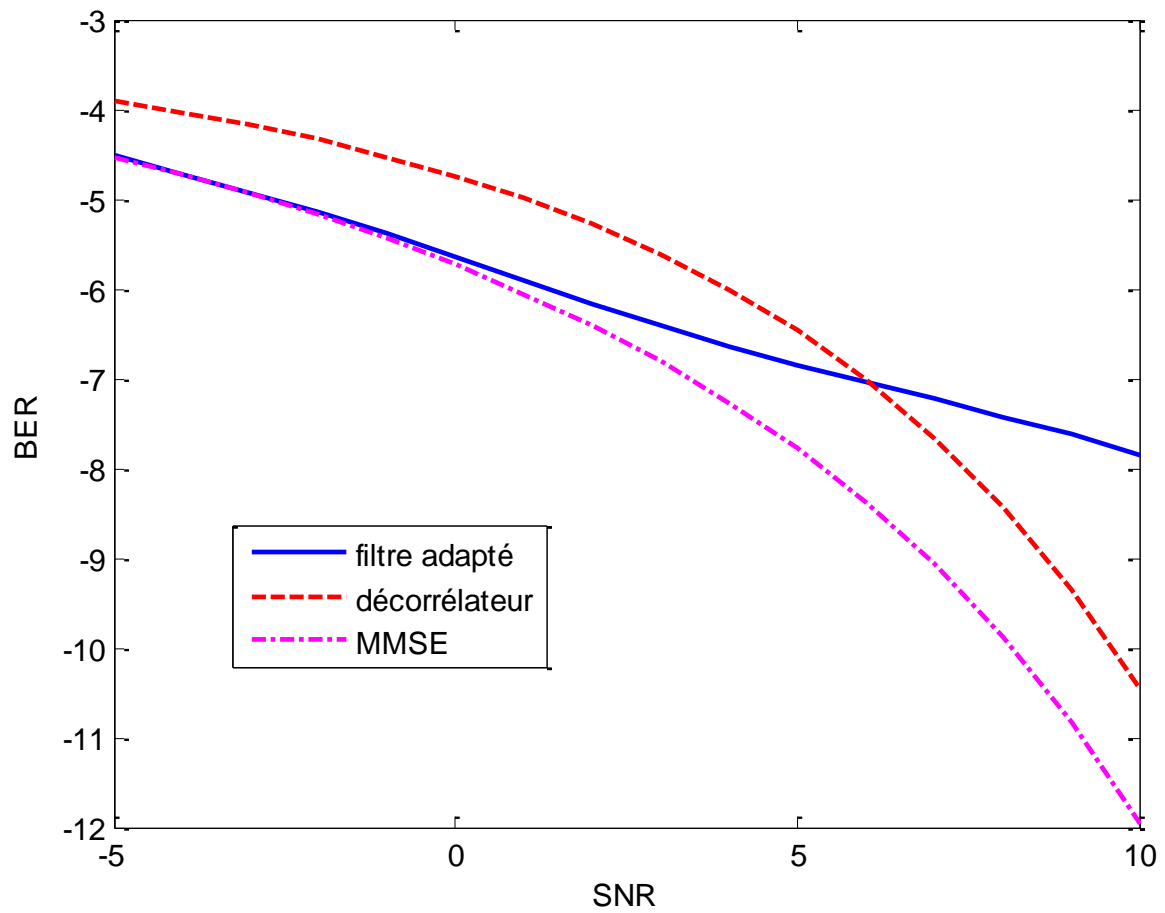
- ✓ **maximise** le rapport signal-sur-interférences
- ✓ matrice R éventuellement **singulière**
- ✓ bruit additif éventuellement **non-gaussien**
- ✓ « bits » b_k éventuellement **non-binaires**

MMSE : compromis entre le filtre adapté et le décorrélateur

$\sigma \rightarrow 0$: MMSE \sim décorrélateur

$\sigma \rightarrow \infty$: MMSE \sim filtre adapté





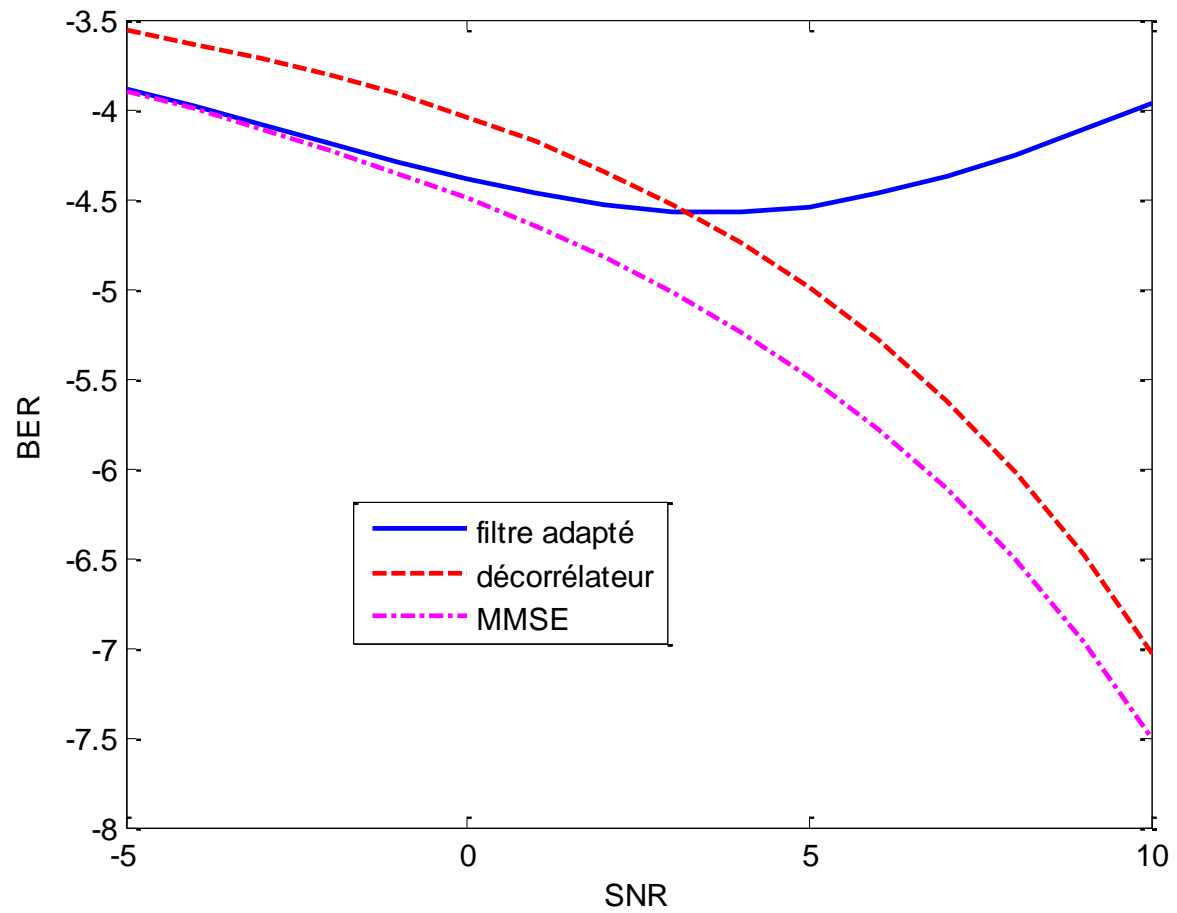
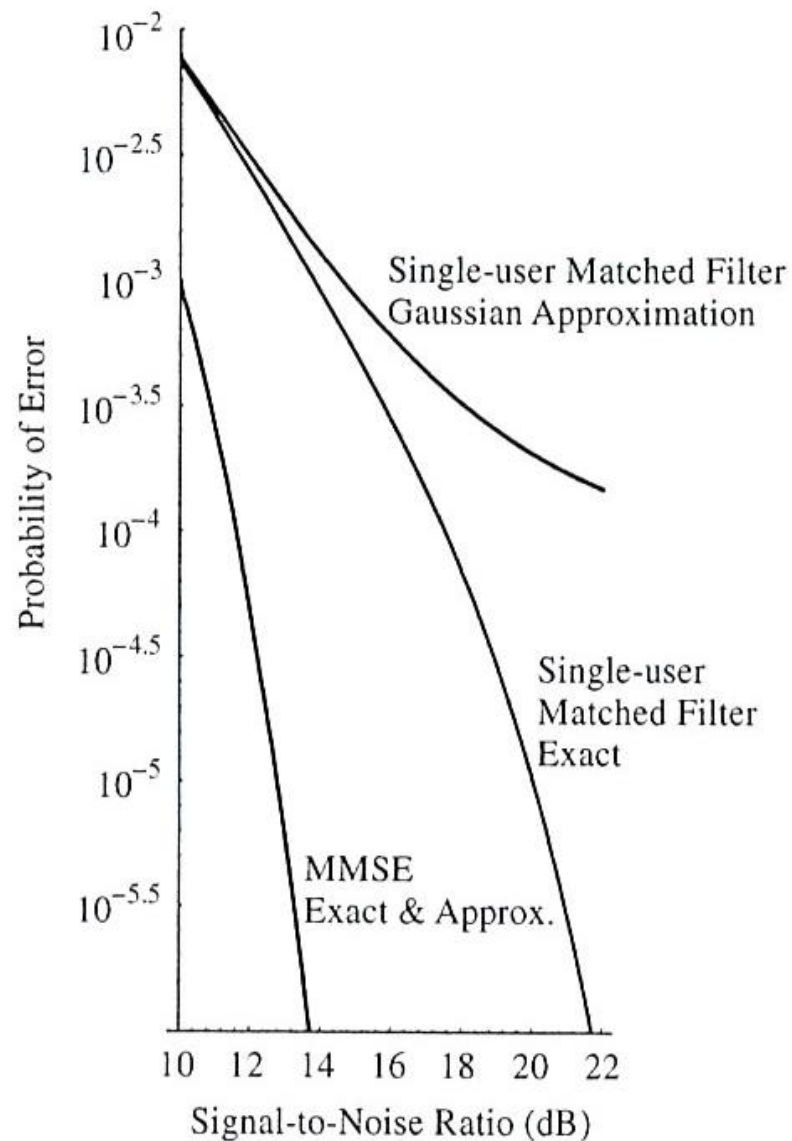


FIGURE 6.6.
 Bit-error-rate with
 eight equal-power
 users and
 identical
 crosscorrelations
 $\rho_{kl} = 0.1$.



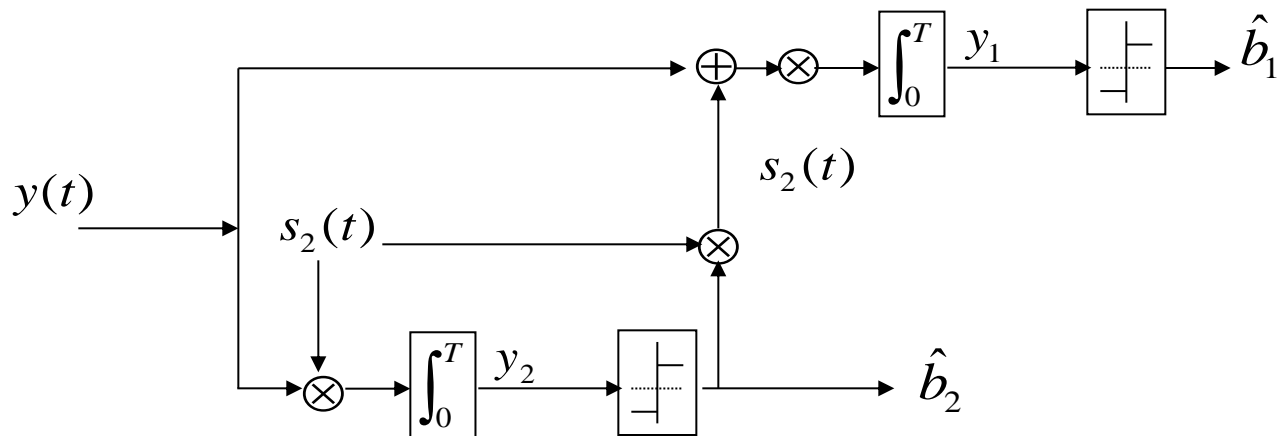
Détecteurs « Decision-Driven »

I. Détection par Annulations Successives (1)

Principe : éliminer dans le signal reçu l'interférence d'un utilisateur dont le bit a déjà été détecté

Exemple pour $K=2$: $\hat{b}_2 = \text{sgn}(\langle y, s_2 \rangle) = \text{sgn}(y_2)$

$$\hat{b}_1 = \text{sgn}(\langle y - A_2 \hat{b}_2 s_2, s_1 \rangle) = \text{sgn}(y_1 - A_2 \hat{b}_2 \rho)$$



Détecteurs « Decision-Driven »

I. Détection par Annulations Successives (2)

Pour K quelconque :

- Détection des bits pour les utilisateurs $k+1$ à K

- $$\hat{b}_k = \text{sgn} \left(y_k - \sum_{j=k+1}^K A_j \hat{b}_j \rho_{jk} \right)$$

Avantages :

- ✓ détection **simple**
- ✓ coût calculatoire par bit **linéaire** par rapport à K
- ✓ applicable à toute technique d'accès multiple

Inconvénients :

- ✓ nécessite la **connaissance** des amplitudes :
- ✓ erreur sur leur estimation \Rightarrow erreur sur la décision
- ✓ retard de démodulation **linéaire** par rapport à K
- ✓ performances **asymétriques**

Performances des Annulations Successives Canal synchrone (1)

FIGURE 7.3.
Decision regions
of successive
cancellation with
 $A_1 = 1$ and
 $A_2 = 1$.

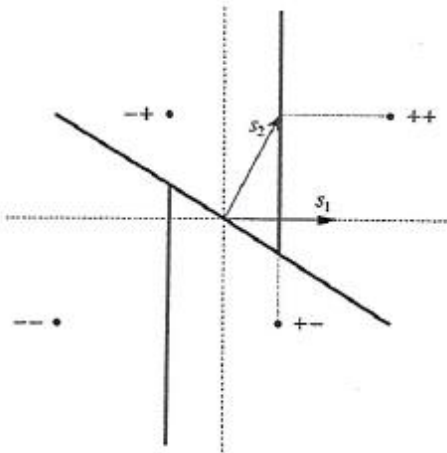


FIGURE 7.4.
Decision regions
of successive
cancellation with
 $A_1 = 0.5$ and
 $A_2 = 1$.

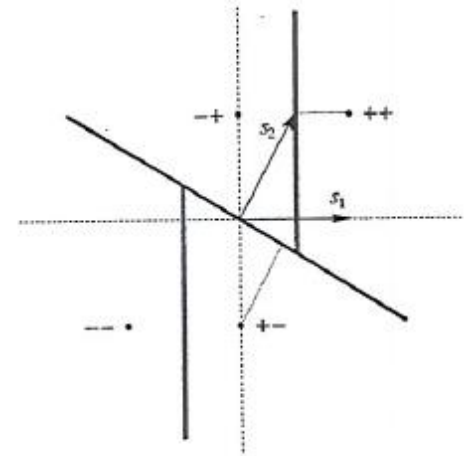
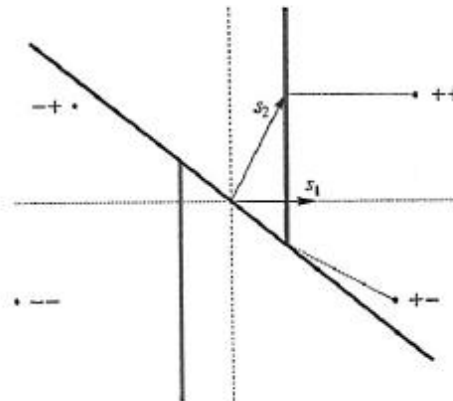


FIGURE 7.5.
Decision regions
of successive
cancellation with
 $A_1 = 2.5$ and
 $A_2 = 1$.



Performances des Annulations Successives Canal synchrone (2)

FIGURE 7.12.
Signal-to-noise
ratios necessary
for successive
cancellation to
achieve
bit-error-rate not
higher than
 3×10^{-5} for both
users. Shown for
 $|\rho| =$
0.1, 0.3, 0.5.

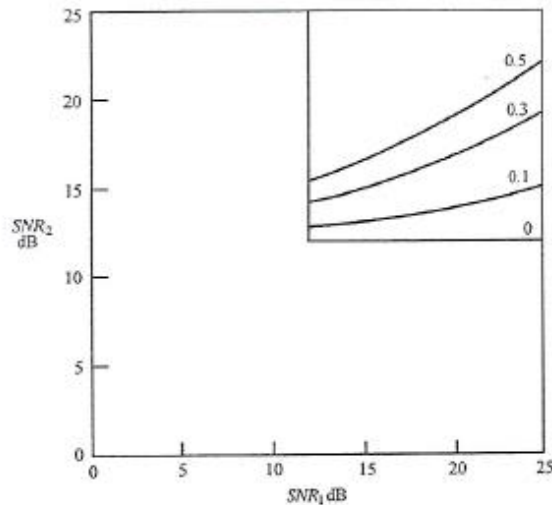
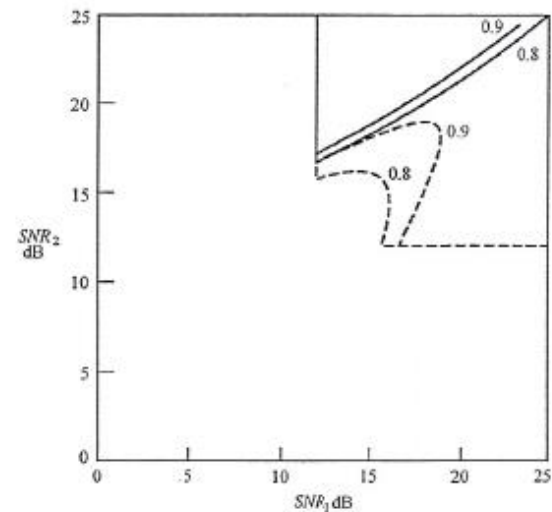


FIGURE 7.13.
Signal-to-noise
ratios necessary
for successive
cancellation to
achieve
bit-error-rate not
higher than
 3×10^{-5} for both
users. Shown for
 $|\rho| = 0.8, 0.9$,
and compared
with the optimal
regions (dashed).



Détecteurs « Decision-Driven »

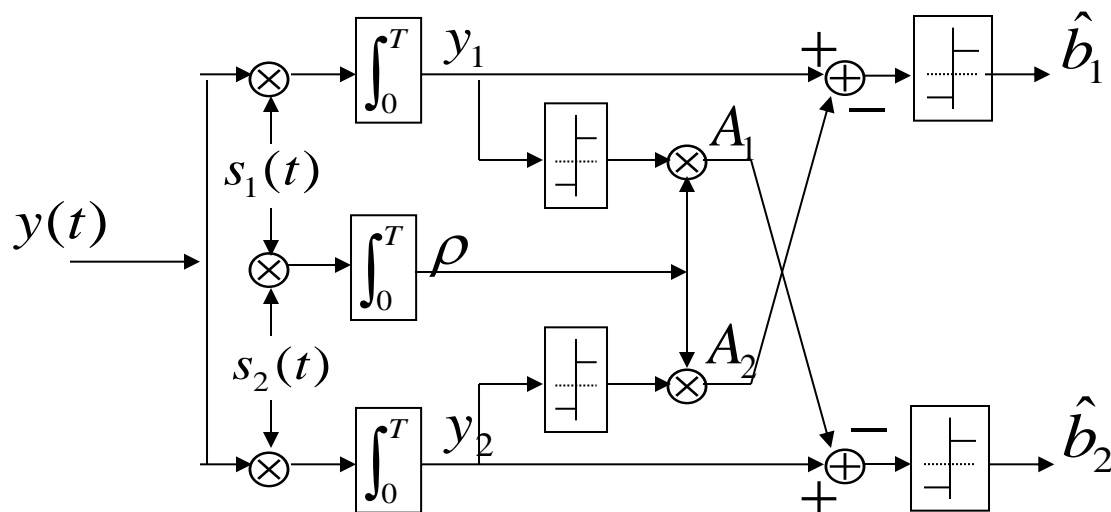
II. Détection « Multi-Stage » (1)

Objectif : faire une détection en **plusieurs étapes** afin d'obtenir une version **symétrisée** du détecteur par annulations successives

Première étape par Filtre Adapté

Exemple pour $K=2$:

$$\begin{cases} \hat{b}_1 = \text{sgn}(y_1 - A_2 \tilde{b}_2 \rho) \\ \hat{b}_2 = \text{sgn}(y_2 - A_1 \tilde{b}_1 \rho) \end{cases} \quad \text{avec } \tilde{b}_k = \text{sgn}(y_k)$$

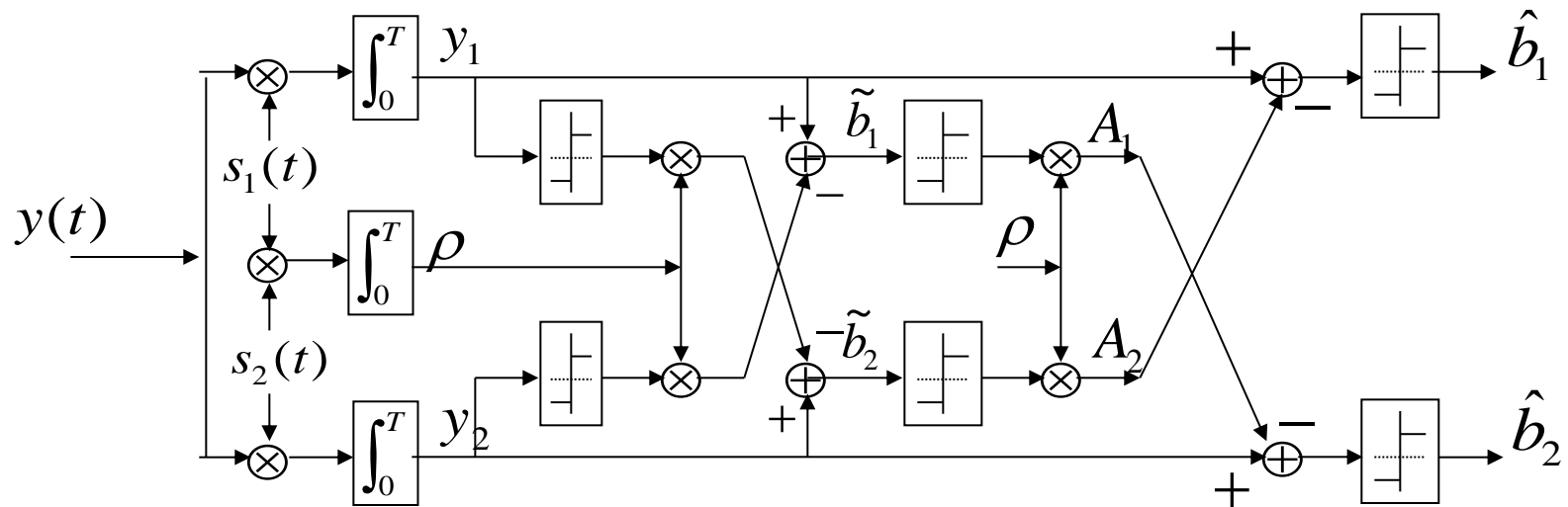


Détecteurs « Decision-Driven »

II. Détection « Multi-Stage » (2)

Première étape par Décorrélateur

$$\hat{b}_k = \operatorname{sgn} \left(y_k - \sum_{j=k+1}^K A_j \tilde{b}_j \rho_{jk} \right) \quad \text{avec} \quad \tilde{b}_j = \operatorname{sgn} \left((R^{-1} y)_j \right)$$



Pour SNRs proches : détecteur \approx décorrélateur
 Pour SNRs très différents : détecteur \approx détecteur optimal

Performances du Détecteur « Multi-Stage »

Canal synchrone (1)

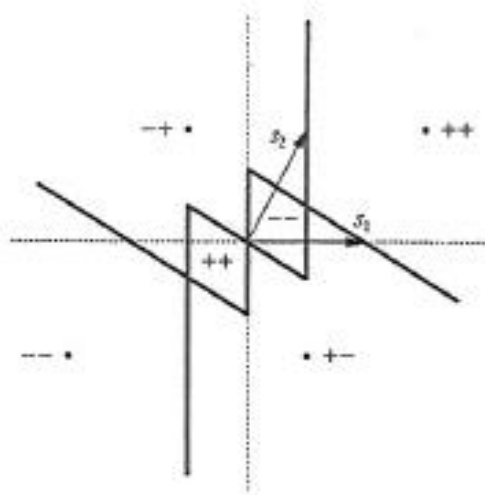
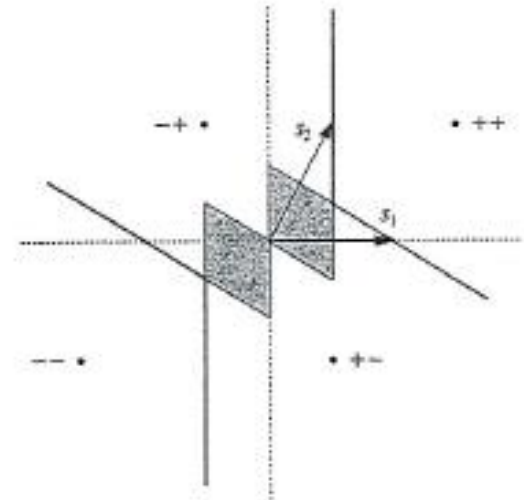


FIGURE 7.15.
Decision regions
of two-stage
detector with
 $A_1 = 1$, $A_2 = 1$.

FIGURE 7.17.
Decision regions
of m -stage
detector with
shaded regions
leading to
limit-cycle
decisions.



Performances du Détecteur « Multi-Stage »

Canal synchrone (2)

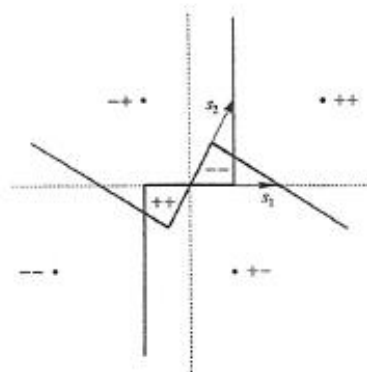


FIGURE 7.19. Decision regions of multistage detector with a decorrelating first stage.

FIGURE 7.20. Decision regions of m -stage detector (decorrelating first stage) with shaded regions leading to limit-cycle decisions.

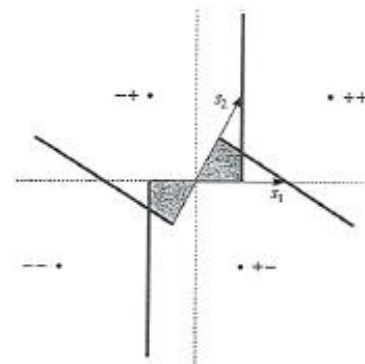
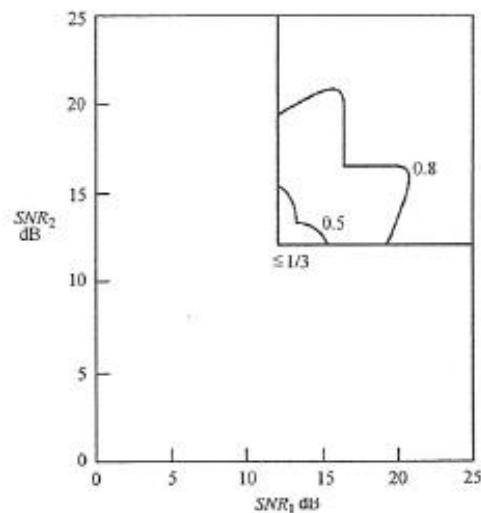


FIGURE 7.23. Signal-to-noise ratios necessary for the two-stage detector with decorrelating first stage to achieve bit-error-rate not higher than 3×10^{-5} for both users.



Détecteurs « Decision-Driven »

III. Détection « Decision-Feedback » (1)

Principe :

- détection séquentielle, 1 bit à la fois
- utilisation de méthodes linéaires et non-linéaires afin de combattre l'interférence inter-utilisateur
- « decision feedback » : d'après techniques single-user pour combattre l'interférence inter-symbole

Decision-Feedback par décorrélation synchrone

Soit $\underline{\bar{y}} = F^{-T} \underline{y}$ avec $R = F^T F$ (F triangulaire inférieure)

$$\bar{y}_1 = F_{11}A_1b_1 + \bar{n}_1$$

$$\bar{y}_2 = F_{21}A_1b_1 + F_{22}A_2b_2 + \bar{n}_2$$

...

$$\bar{y}_k = \sum_{j=1}^{k-1} F_{kj}A_jb_j + F_{kk}A_kb_k + \bar{n}_k$$

Détecteurs « decision-driven »

III. Détection « Decision-Feedback » (2)

$$\hat{b}_k = \text{sgn} \left(\bar{y}_k - \sum_{j=1}^{k-1} F_{kj} A_j \hat{b}_j \right)$$

Sous forme matricielle :

$$\underline{\hat{b}} = \text{sgn} \left(F^{-T} \underline{\bar{y}} - (F - \text{diag}(F)) A \underline{\hat{b}} \right)$$

Avantages :

- si décision correcte pour l'utilisateur j , pour j de 1 à $k-1$, contribution **totalelement éliminée** dans l'utilisateur k
- en absence de bruit, **décision parfaite** (contrairement à la technique par annulations successives)

Détecteurs « decision-driven »

III. Détection « Decision-Feedback » (3)

Decision-Feedback MMSE

principe : chercher un détecteur de la forme

$$\underline{\hat{b}} = \text{sgn}(G \underline{y} - BA \underline{\hat{b}})$$

Pour la méthode MMSE, on prend :

$$G = F_{\sigma}^{-T}$$

$$B = F_{\sigma}^{-T} - \text{diag}(F_{\sigma})$$

$$\text{avec } F_{\sigma} \text{ telle que } F_{\sigma}^T F_{\sigma} = \sigma^2 A^{-2} + R$$

Avantage par rapport au détecteur MMSE « classique » :

pour BER faibles, la région d'acceptation en fonction des $SNRs$ contient toujours la région correspondante dans le cas du MMSE « classique »

Conclusion

- Existence d'un détecteur optimal complexe (synchrone ou asynchrone)
⇒ mise en œuvre difficile
- Mise au point d'algorithmes sous-optimaux
 - filtre adapté : réduction du bruit mais pas des interférences
 - décorrélateur : réduction des interférences mais pas du bruit
 - MMSE : compromis réduction bruit/interférences
 - détecteurs non-linéaires « decision-driven », çàd :
décisions sur les bits interférants ⇒ décision sur le bit considéré
ex : successive cancellation, multi-stage detection,
decision-feedback detector,...
- Grand nombre d'autres détecteurs :
 - MMSE adaptatif
 - modèles asynchrones
 - ...
- Etudes de plus en plus nombreuses de détecteurs en présence de fading, de multi-trajet, de diversité, codage espace-temps (systèmes MIMO),...