Sprawozdanie z zadania 10

Adrian Wrona 179993

5 December 2024

Spis treści

Treść zadania **3**

1. Rozwiązanie problemu za pomocą algorytmu typu brute force **4**

1.1. Analiza problemu 4

1.2. Schemat blokowy algorytmu 5

1.3. Algorytm zapisany w pseudokodzie: 7

1.4. Teoretyczne oszacowanie złożoności algorytmu 8

Ponowna analiza problemu **8**

2. Praca nad kodem **10**

2.1. Prosta implementacja wymyślonego algorytmu w wybranym środowisku i języku oraz eksperymentalne potwierdzenie wydajności (złożoności obliczeniowej) algorytmu. 10

2.1.1. Testy 13

Podsumowanie **14**

Treść zadania

Dla punktów płaszczyzny, których współrzędne x i y są przechowywane w dwóch tablicach o długości n utworzyć tablicę, która pod indeksem *i*- tym indeksem będzie przechowywać indeks najbliższego sąsiada *i*- tego punktu.

Przykład:

Wejście

[0, 1, -2, -1, 10]

[0, 2, -3, -10, 9]

Wyjście

[1, 0, 0, 2, 1]

1 Rozwiązanie problemu za pomocą algorytmu typu brute force

1.1 Analiza problemu

W podejściu (Zgodnie z treścią zadania) stworzymy tablicę dla współrzędnych x i y oraz tablicę, która będzie przechowywać pozycję najbliższego sąsiada. Aby znaleźć właściwe współrzędne pozycji skorzystamy z funkcji obliczającej odległość euklidesową (odległość pitagorejską) między punktami (x1, y1) i (x2, y2). Zawrzemy ją w kodzie programu, aby porównywać odległości kolejnych punktów w tabeli.

Postać wzoru, na którym bazujemy tę funkcję :

$$\sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 + y_2)^2}$$

W kolejnych pętlach porównujemy następne elementy, aż nie znajdziemy najbliższych sąsiadów, dla każdego z elementów tablicy. Po dokonaniu porównań zapiszemy pozycję najbliższego sąsiada każdego elementu w zmiennej "nearest index". Na końcu wypiszemy wszystkie potrzebne wartości. Podczas porównania nie porównujemy danego punktu z samym sobą.

Zakładamy, że ilość punktów nie będzie większa np. od 100, aby ograniczyć działanie programu do danych wartości i podać rozmiary tablicy x i y. W przypadku, gdy jest więcej niż jeden punkt w równej odległości od trzeciego punktu program podaje pierwszy znaleziony punkt.

1. Dane Wejściowe:

   Danymi wejściowymi naszego algorytmu uczynimy:

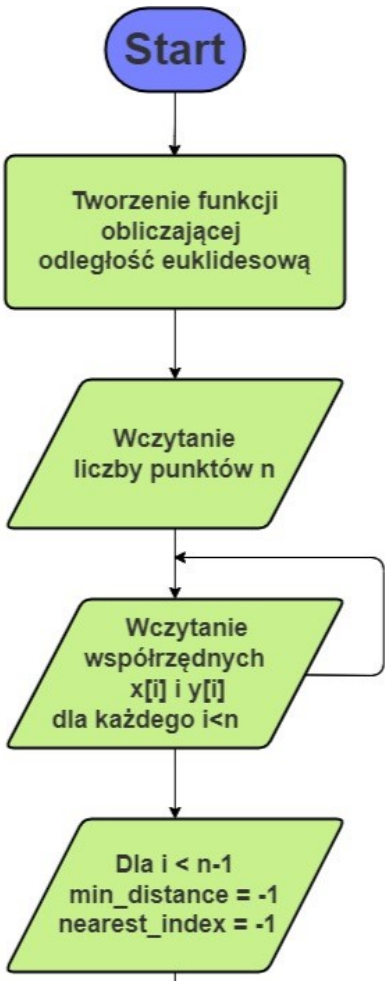
   - Ilość punktów w strukturach danych typu tablica (x i y) , czyli zmienną n.
   - Wartości kolejnych elementów ciągu w tablicy x i y o ich ilości zależnej od zmiennej n.

2. Dane Wyjściowe:

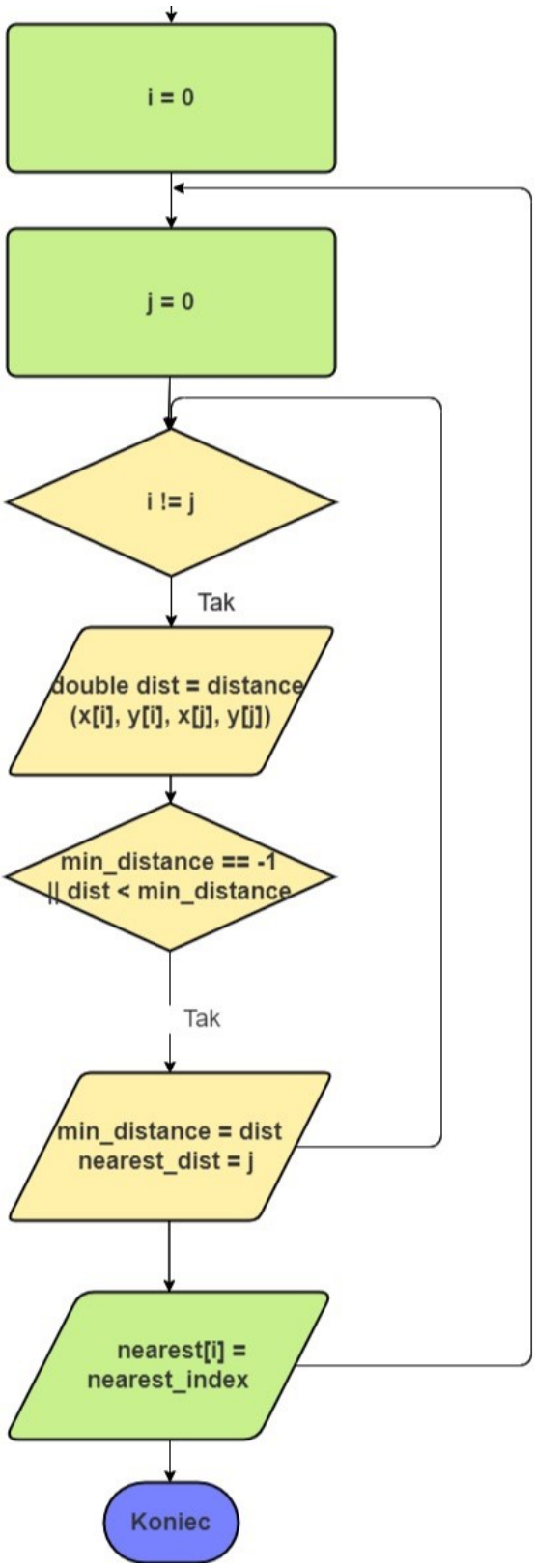
   Algorytm zwróci dane wartości za pomocą zmiennej nearest[i].

1.2 Schemat blokowy algorytmu

Algorytm zapisany w postaci schematu blokowego mógłby przedstawiać się następująco:



Rysunek 1: Schemt blokowy algorytmu cz. 1



Rysunek 2: Schemat blokowy algorytmu cz. 2

Zauważmy, że do algorytmu dodaliśmy dodatkowe zmienne, które pozwolą nam śledzić najbliższego sąsiada i jego pozycję (zmienne dist, min distance, nearest dist oraz nearest index) i wskaźniki(i oraz j), które pomogą nam poruszanie się po tablicach.

1.3 Algorytm zapisany w pseudokodzie:

```
Wejście: n       // liczba punktów
        x[i]     // współrzędne punktu w tabeli x
        y[i]     // współrzędne punktu w tabeli y

 Wyjście:
      nearest[i] // indeks najbliższego sąsiada

 Wzór na funkcje obliczającą odległość euklidesową:
```

$$d(x,y)=\sqrt{(x_1^2 - y_1^2) + (x_2^2 - y_2^2)}$$

```
   x1  // współrzędna x pierwszej współrzędnej
   x2  // współrzędna x pierwszej współrzędnej
   y1  // współrzędna y drugiej współrzędnej
   y2  // współrzędna y drugiej współrzędnej

for i = 0
{
   min_distance = -1
   nearest_index = -1
      for j = 0
         if (i != j)
            dist = d(x,y)
         if (min_distance == -1 || dist < min_distance)
            min_distance = dist
            nearest_index = j

   nearest[i] = nearest_index
}

Wypisz nearest[i] dla wszystkich współrzędnych
```

Pseudokod w zapisie zawiera dwie pętle for (gdzie mniejsza znajduje się w większej)

"Ołówkowe" sprawdzenie algorytmu

Dane Wejściowe:

x [0, 1, -2, -1, 10]

y [0, 2, -3, -10, 9]

Współrzędne punktów to:

1. (0, 0)

2. (1, 2)

3. (-2, -3)

4. (-1, -10)

5. (10, 9)

Obliczamy odległości dla tych współrzędnych, sprawdzamy czy dana odległość jest mniejsza od poprzedniej wartości i powtarzamy to za nim znajdziemy najmniejszą odległość:

1. z 2.	$\sqrt{5}$	2. z 1.	$\sqrt{5}$	3 z 1.	$\sqrt{12}$	4. z 1	$\sqrt{101}$	5. z 1.	$\sqrt{181}$
1. z 3.	$\sqrt{12}$	2. z 3.	$\sqrt{34}$	3 z 2.	$\sqrt{34}$	4. z 2.	$2\sqrt{37}$	5. z 2.	$\sqrt{130}$
1. z 4.	$\sqrt{101}$	2. z 4.	$2\sqrt{37}$	3 z 4.	$5\sqrt{2}$	4. z 3.	$5\sqrt{2}$	5. z 3.	$12\sqrt{2}$
1. z 5.	$\sqrt{181}$	2. z 5.	$\sqrt{130}$	3 z 5.	$12\sqrt{2}$	4. z 5.	$\sqrt{482}$	5. z 4.	$\sqrt{482}$

Rysunek 3: Tabela z liczenia ołówkowego 1

Punkt	1.	2.	3.	4.	5.
Najbliższy sąsiad	2.	1.	1.	3.	2.

Rysunek 4: Tabela z liczenia ołówkowego 2

1.4 Teoretyczne oszacowanie złożoności algorytmu

Podstawą programu jest porównywanie wartości i i j za pomocą iteracji zewnętrznej i wewnętrznej , analizując działanie programu możemy zauważyć że złożoność czasowa algorytmu wynosi:

$$O(n^2)$$

Obecny algorytm będzie dość sprawnie wyszukiwał najbliższego sąsiada, jednak przy dużej ilości zmiennych czas działania programu znacznie się wydłuży z powodu niemożliwości uniknięcia sprawdzenia każdego elementu po kolei. Możemy zmodyfikować program, aby wyszukiwał to szybciej. Aby zmniejszyć czas wyszukiwania i doprowadzić złożoność czasową do postaci logarytmicznej można wykorzystać algorytm oparty na algorytmie dziel i rządź, jednakże mimo prób nie udało mi się stworzyć algorytmu, który zadowalająco realizował to zadanie (prawdopodobnie z powodu braku wystarczającej wiedzy lub umiejętności)

Z tego powodu ostateczna postać kodu będzie bazować na algorytmie wyszukiwania z podpunktu 1.2.

2 Praca nad kodem

2.1 Prosta implementacja wymyślonego algorytmu w wybranym środowisku i języku oraz eksperymentalne potwierdzenie wydajności (złożoności obliczeniowej) algorytmu.

Cały kod umieszczamy w jednym pliku, a potem wywołujemy program i prezentujemy działanie programu na podstawie treści zadania.

```c
#include <stdio.h>
#include <math.h>

#define MAX_POINTS 100  // Maksymalna liczba punktow

// Funkcja obliczajaca odleglosc euklidesowa
// (odleglosc pitagorejska) miedzy dwoma punktami (x1, y1) i (x2, y2)
double distance(double x1, double y1, double x2, double y2) {
    return sqrt((x2 - x1) * (x2 - x1) + (y2 - y1) * (y2 - y1));
}

int main() {
    int n;  // Liczba punktow
    printf("Podaj liczbe punktow: ");
    scanf("%d", &n);
    printf("\n");
    double x[MAX_POINTS], y[MAX_POINTS];  // Tablice przechowujace wspolrzedne punktow
    int nearest[MAX_POINTS];  // Tablica przechowuj aca pozycje najblizszych sasiadów

    // Wczytanie wspolrzednych punktow
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        printf ("Punkt %d:\n", i+1); // odliczamy ilosc punktow od 1, nie od 0
        printf("Podaj wspolrzedne punktu(x): ");
        scanf("%lf", &x[i]);
        printf("Podaj wspolrzedne punktu (y): ");
        scanf("%lf",  &y[i]);
        printf("\n");

    }
```

```
    // Dla kazdego punktu znajdz najblizszego sasiada
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double min_distance = -1;  // Minimalna odleglosc
        // (zaczynamy od wartosci -1, aby znalesc pierwsza odleglosc)
        int nearest_index = -1;  // Indeks najblizszego punktu

        for (int j = 0; j < n; j++) {
            if (i != j) {  // Nie porownujemy punktu z samym soba
                double dist = distance(x[i], y[i], x[j], y[j]);

                // Sprawdzamy, czy znalezlismy mniejsza odleglosc
                if (min_distance == -1 || dist < min_distance) {
                    min_distance = dist;
                    nearest_index = j;
                }
            }
        }

        // Zapisujemy indeks najblizszego punktu
        nearest[i] = nearest_index;
    }

    // Wyswietlanie wynikow
    printf("\nIndeksy najblizszych sasiadow:\n");
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        printf("Dla punktu %d najblizszy sasiad to punkt %d\n", i + 1, nearest[i] + 1);
        // dodajemy 1 do najblizszego sasiada by zgadzala sie z iloscia punktów
    }

    return 0;}
```

```
Podaj liczbe punktow: 5

Punkt 1:
Podaj wspolrzedne punktu(x): 0
Podaj wspolrzedne punktu (y): 0

Punkt 2:
Podaj wspolrzedne punktu(x): 1
Podaj wspolrzedne punktu (y): 2

Punkt 3:
Podaj wspolrzedne punktu(x): -2
Podaj wspolrzedne punktu (y): -3

Punkt 4:
Podaj wspolrzedne punktu(x): -1
Podaj wspolrzedne punktu (y): -10

Punkt 5:
Podaj wspolrzedne punktu(x): 10
Podaj wspolrzedne punktu (y): 9


Indeksy najblizszych sasiadow:
Dla punktu 1 najblizszy sasiad to punkt 2
Dla punktu 2 najblizszy sasiad to punkt 1
Dla punktu 3 najblizszy sasiad to punkt 1
Dla punktu 4 najblizszy sasiad to punkt 3
Dla punktu 5 najblizszy sasiad to punkt 2
```

2.1.1 Testy

Będziemy sprawdzać wydajność kodu dla wartości

n= 2500, 5000, 10000,20000, 300000, 40000, 50000, 60000, 70000, 80000

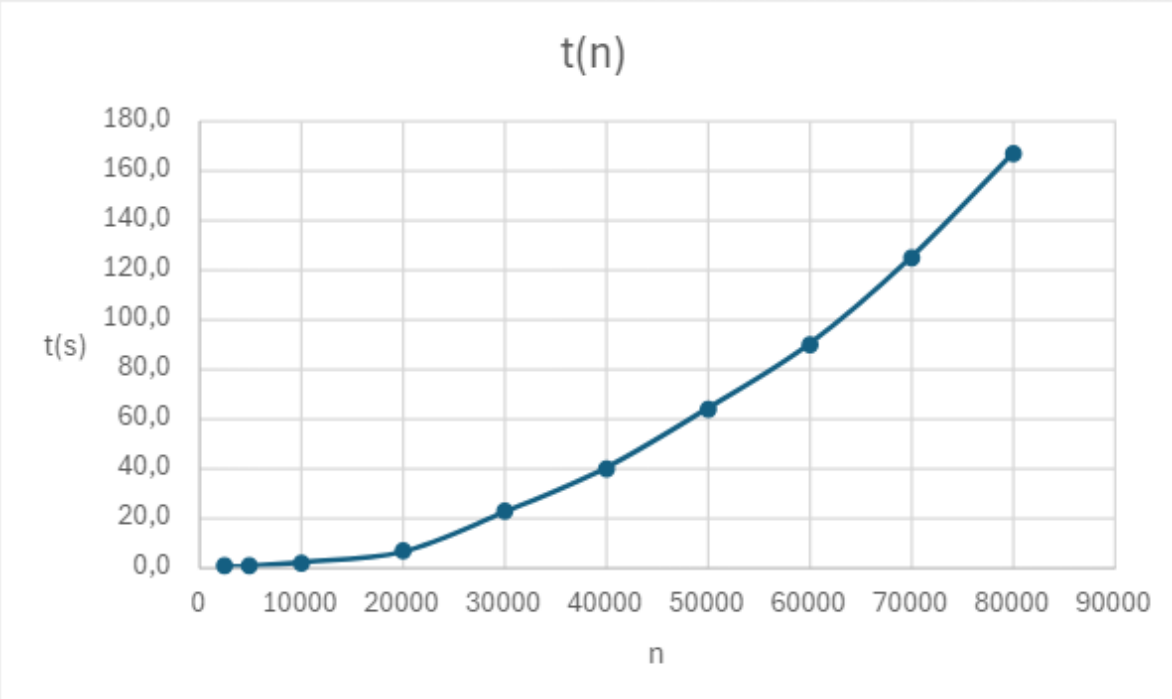
W tym celu dodamy funkcje, które będą generować liczby losowe od np. [0 do 100]. Zmodyfikujemy również kod, aby wyświetlał czas jaki potrzebuje program na wyszukanie wszystkich sąsiadów dla danej ilości punktów. Na podstawie wprowadzonych danych (n) i czasu działania programu (t(s)) możemy stworzyć wykres funkcji, który ma kształt paraboli o prawdopodobnej funkcji: $t(n) = 2.298 * 10^{(}-8) * n$.

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include <time.h>

// Funkcja obliczająca odległość euklidesową między dwoma punktami
double e_distance(double x1, double y1, double x2, double y2) {
    return sqrt((x1 - x2) * (x1 - x2) + (y1 - y2) * (y1 - y2));
}

// Funkcja do obliczenia najbliższego sąsiada
void find_nearest_neighbors(int n, double x[], double y[], int neighbors[]) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double min_distance = 1e10;  // Bardzo duża wartość początkowa
        int nearest = -1;

        // Sprawdzamy odległość każdego punktu od innych punktów
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            if (i != j) {  // Nie porównujemy punktu z samym sobą
                double distance = e_distance(x[i], y[i], x[j], y[j]);
                if (distance < min_distance) {
                    min_distance = distance;
                    nearest = j;
                }
            }
        }
        neighbors[i] = nearest;  // Zapisujemy indeks najbliższego sąsiada
    }
}
```

```
30
31  int main() {
32      int n[] = { 500, 1000, 5000, 10000,50000, 100000};  // Liczba punktów do testów
33      srand(time(NULL));  // Inicjalizacja generatora liczb losowych
34      for (int t = 0; t < 6; t++) {
35          int points_count = n[t];  // Liczba punktów w bieżącym teście
36
37          double x[points_count], y[points_count];
38          int neighbors[points_count];
39
40          // Generowanie losowych współrzędnych punktów
41          printf("\nGenerowanie wspolrzednych punktow dla n = %d...\n", points_count);
42          for (int i = 0; i < points_count; i++) {
43              // Losowanie współrzędnych x i y w zakresie [0, 100]
44              x[i] = rand() % 100 ;  // Liczby losowe w przedziale [0, 100]
45              y[i] = rand() % 100 ;  // Liczby losowe w przedziale [0, 100]
46      }
47
48          // Zmierzenie czasu wykonania
49          clock_t start = clock();
50
51          // Wywołanie funkcji do znalezienia najbliższych sąsiadów
52          find_nearest_neighbors(points_count, x, y, neighbors);
53
54          clock_t end = clock();
55          double time_taken = ((double)(end - start)) / CLOCKS_PER_SEC;
56
57          printf("Czas wykonania dla %d punktow: %f sekundy\n", points_count, time_taken);
58
59          // Można także wypisać wyniki dla każdego punktu
60          // printf("\nIndeksy najblizszych sasiadow:\n");
61          // for (int i = 0; i < points_count; i++) {
62          //     printf("Punkt %d -> Najblizszy sasiad: Punkt %d\n", i + 1, neighbors[i] + 1);
63          // }
64      }
65
66      return 0;
67  }
```

Podsumowanie

Program mimo bycia mniej optymalnym przy większej ilości danych, spełnia swoją rolę i właściwie odnajduje najbliższego sąsiada danego punktu.



Rysunek 5: Wykres oparty funkcji $t(n) = 2.298 * 10^{(} - 8) * n$