
Table of Contents

P10 : Cortés y García	1
Ejercicio 1 : Potencial en el eje	1
Ejercicio 2: Potencial en el plano $x=0$	2
Ejercicio 3: Curvas equipotenciales sobre el plano	2
Funciones implementadas	3

P10 : Cortés y García

```
clear all
format long
```

Ejercicio 1 : Potencial en el eje

Calcularemos el potencial en un rango de $z = [-5, 5]$

```
z_vec = linspace(-5, 5, 200);

% Para calcular el potencial en (0, 0, z) usamos la función potencial
V_vec = []; V_eje_eval = [];
for z = z_vec
    V_vec = [V_vec potencial(0, 0, z, 1, 1)];
    V_eje_eval = [V_eje_eval V_eje(z)];
end

% Función de potencial analítica en el eje
% En  $y = 0$ , la integral dada se convierte en:
%     integral de 0 a  $2\pi$  de  $-d(\theta)/\sqrt{1+z^2}$ 
%      $-(1/\sqrt{1+z^2})*(\text{integral de 0 a } 2\pi \text{ de } d(\theta))$ 
%      $-2\pi/\sqrt{1+z^2}$ 
V_eje = @(w) -2*pi./(sqrt(1+w.^2));

% Plot de el valor de potencial en z_vec
figure(1)
plot(z_vec, V_vec, 'o', 'Color', 'g')
hold on
plot(z_vec, V_eje_eval, 'Color', 'b', 'LineWidth', 1)
hold off
grid on
legend("Potencial numerico", "Potencial analítico")
title("Potencial en el eje  $(0, 0, z)$ ", 'Interpreter', 'Latex')
xlabel(" $z$ ", 'Interpreter', 'LaTeX')
ylabel(" $V$ ", 'Interpreter', 'LaTeX')

% Observamos que el potencial analitico y el numérico son equivalentes
en
% la gráfica, por lo que podemos asumir que la función implementada
para el
% cálculo numérico del potencial funciona correctamente.
```

```
% Vemos además, como era de esperar, que el comportamiento del
potencial en
% el eje z es simétrico respecto a y.

Undefined function 'V_eje' for input arguments of type 'double'.

Error in practica10 (line 13)
    V_eje_eval = [V_eje_eval V_eje(z)];
```

Ejercicio 2: Potencial en el plano $x=0$

```
% Repetimos el procedimiento anterior para diferentes valores de y
y_vec = [0.25, 0.75, 1.5];

figure(2)
for y = y_vec
    V_vec = [];
    for z = z_vec
        V_vec = [V_vec potencial(0, y, z, 1, 1)];
    end
    plot(z_vec, V_vec, 'LineWidth', 1);
    hold on
end
hold off
grid on
title('Potencial en $(0, y, z)$', 'Interpreter', 'Latex')
xlabel('$z$', 'Interpreter', 'LaTeX')
ylabel('$V$', 'Interpreter', 'LaTeX')
legend('y = 0.25', 'y = 0.75', 'y = 1.5')

% Si estudiamos el gráfico, sacamos las siguientes conclusiones:
% - Cuando nos encontramos "dentro" del cilindro cuya base viene
% delimitada por la anilla, el potencial resulta mayor en valor
% absoluto que en puntos externos al mismo.
% - Sin embargo, a medida que el valor de z crece, los potenciales de
% cada
% caso son más parecidos. Esto se debe a que la anilla pasa a
% comportarse
% como una masa puntual (para  $|z| \gg 1$  o  $|y| \gg 1$ ).
```

Ejercicio 3: Curvas equipotenciales sobre el plano

Aplicaremos el método de diferencias finitas para el cálculo del campo gravitatorio en diversos puntos iniciales. El método consiste en que para cada punto, calcularemos (F_y, F_z) y lo usaremos para movernos alrededor de la curva equipotencial (usando ϵ como variación y $(F_y, F_z)/\text{norma}(F_y, F_z)$ como dirección) mediante: $(y_1, z_1) = (y_0, z_0) + \epsilon \cdot (F_y, F_z)/\text{norma}(F_y, F_z)$

```
% Definimos constantes útiles para el cálculo
h = 0.01; % diferencial que usaremos para las diferencias finitas
eps = 0.001; % diferencial que usaremos para movernos alrededor de las
curvas equipotenciales
```

```

% Valores iniciales de z que usaremos para dibujar las curvas
% equipotenciales
% Usaremos el valor de y = 0.25 fijado y variaremos z_inicial
Z_ini = [0:0.1:1];

figure(3)
for z_ini = Z_ini
    % Inicializamos los vectores para cada situación inicial
    Y_Vec = [0.25];
    Z_Vec = [z_ini];
    for it = [1:9000]
        y0 = Y_Vec(end);
        z0 = Z_Vec(end);

        Fy = -(potencial(0, y0+h, z0, 1, 1) - potencial(0, y0-h, z0,
1, 1))/(2*h);
        Fz = -(potencial(0, y0, z0+h, 1, 1) - potencial(0, y0, z0-h,
1, 1))/(2*h);

        % Aplicamos la iteración dada
        mod = sqrt(Fy^2 + Fz^2);
        y1 = y0 + eps*(-Fz)/mod;
        z1 = z0 + eps*Fy/mod;

        Y_Vec = [Y_Vec y1];
        Z_Vec = [Z_Vec z1];
    end
    % Representamos la curva de equipotencial
    plot(Y_Vec, Z_Vec, 'LineWidth', 1)
    hold on
end
hold off
grid on
title("Curvas equipotenciales", 'Interpreter', 'Latex')
xlabel("$y$", 'Interpreter', 'LaTeX')
ylabel("$z$", 'Interpreter', 'LaTeX')
xlim([-1.5, 1.5])
ylim([-1.5, 1.5])

% Observamos en la representación gráfica que la curva de nivel de la
% función potencial es simétrica respecto a las dos variables (y, z)

```

Funciones implementadas

```

% POTENCIAL (potencial.m)
% Input: x,y,z (coordenadas)
%        lamnda, a (parametros anilla)
% Output: V (potencial en el punto)
% function V = potencial(x, y, z, lambda, a)
%        % Definimos la función del diferencial de potencial
%        dV = @(t) (lambda*a)./sqrt((x-a*cos(t)).^2 + (y-a*sin(t)).^2 +
z.^2);

```

```
%
%      V = -1*qclencurt(0, 2*pi, 20, dV);
% end

% QCLENCURT (qclencurt.m)
% Input: a-b (low-up lim.)
%      n (# nodes-1)
%      fun (func. name)
% Output: I_n(f)
% function Icc = qclencurt(a, b, n, fun)
%     l = [0:n]';
%     k = [2:n]';
%     x = cos(l*pi/n);
%
%     w = cos(l*l'*pi/n) \ [2;0;(1+(-1).^k)./(1-k.^2)];
%
%     z = a+.5*(b-a)*(x+1);
%     f = feval(fun,z);
%
%     Icc = .5*(b-a)*w'*f;
% end
```

Published with MATLAB® R2020b