Simulación de Gestión de Inventario en una Tienda

Ariadna Velázquez Rey C31

S1. Introducción

Este informe presenta una simulación basada en eventos discretos para analizar la gestión de inventario de una tienda, siguiendo el modelo del Ejemplo 7.6 del libro *"Simulation"* de Sheldon M. Ross. El sistema simulado busca estimar la ganancia promedio por unidad de tiempo y determinar una política (s, S) óptima para el manejo de inventario.

La política (s, S) es un esquema de control de inventario donde:

- s es el ̈punto de reorden ̈: cuando el inventario disponible cae por debajo de s, se realiza un pedido.
- S es el ̈nivel máximo ̈: la cantidad a la que se repone el inventario tras un pedido.

Esta política minimiza costos de ordenar y almacenamiento al equilibrar la frecuencia de pedidos y el riesgo de desabastecimiento. Su relevancia radica en su uso extendido en logística para optimizar rentabilidad en sistemas estocásticos.

Objetivos

- Estimar el beneficio esperado del sistema hasta un tiempo final predefinido T.
- Evaluar diferentes políticas de inventario (s, S) y determinar cuál maximiza la ganancia.

Variables del sistema

- x: Inventario disponible.
- y: Inventario pedido pero no recibido.
- t: Tiempo actual del sistema.
- t_0: Tiempo de llegada del próximo cliente.
- t_1: Tiempo de entrega del pedido en curso.
- C: Costos acumulados de pedidos.
- H: Costos acumulados de almacenamiento.
- R: Ingresos acumulados por ventas.

S2. Detalles de Implementación

Descripción de la lógica del modelo

- El sistema evoluciona en función de eventos: llegada de clientes (Poisson) y entregas de pedidos.
- La demanda de cada cliente sigue una distribución geométrica desplazada: $D \sim Geom(p = 0.3) + 1$.
- Se sigue una política (s, S): cuando el inventario $x < s$ y $y = 0$, se realiza un pedido de $S - x$ unidades.
- El sistema inicia en $x = S$, sin pedidos en curso.

Algoritmo de simulación (resumen)

1. Iniciar con $t = 0$, $x = S$, $y = 0$.
2. Programar t_0 como la próxima llegada de cliente.
3. Repetir hasta $t \geq T$:
   - Si $t_0 < t_1$: procesar cliente, actualizar inventario y ventas.
   - Si $t_1 \leq t_0$: recibir pedido, actualizar inventario y costos.
4. Calcular beneficio promedio:

$$\text{Ganancia Promedio} = \frac{R - C - H}{T}$$

Generación de eventos Poisson: Los tiempos entre llegadas de clientes siguen un proceso Poisson homogéneo con tasa $\lambda = 2$. La secuencia de eventos se genera mediante:

$$t_{i+1} = t_i - \frac{\ln(U_i)}{\lambda}, \quad U_i \sim \mathcal{U}(0, 1)$$

Distribución de demanda: La demanda D se modela como $D = X + 1$, donde $X \sim \text{Geom}(p = 0.3)$. Esta elección se fundamenta en:

- Soporte discreto: $D \geq 1$, evitando demandas nulas.
- Esperanza teórica: $E[D] = \frac{1}{p} = 3.\overline{3}$, coherente con demandas moderadas.
- Comparación con Poisson: La geométrica ofrece mayor dispersión ($V[D] = \frac{1-p}{p^2}$), capturando variabilidad en compras impulsivas.

Gestión de eventos discretos: En cada iteración:

- Si $t_0 < t_1$: Se procesa la llegada de un cliente, actualizando inventario y programando el próximo cliente.
- Si $t_1 \leq t_0$: Se recibe un pedido, actualizando costos y reiniciando $t_1 = \infty$.

Justificación de herramientas: Python y NumPy permiten generar números aleatorios eficientemente (reproducibilidad con semillas) y manejar operaciones vectorizadas. Seaborn/Matplotlib facilitan visualización científica.

Implementación computacional

- Lenguaje: Python
- Librerías: NumPy, Pandas, Seaborn, Matplotlib
- Se ejecutaron 1000 réplicas para estabilizar resultados.
- Se exploraron todas las combinaciones posibles de políticas (s, S) con $s \in [1, 10]$ y $S \in [15, 30]$.

S3. Resultados y Experimentos

Hallazgos principales

- Para $(s = 5, S = 20)$ se obtuvo una ganancia promedio positiva con distribución simétrica.
- La distribución de ganancias fue aproximadamente normal, lo cual valida la cantidad de réplicas.
- Políticas con $s \geq 8$ y $S \geq 25$ maximizan la ganancia al reducir la frecuencia de pedidos (s alto) y aprovechar economías de escala en reposiciones (S alto). Esto compensa el incremento en costos de almacenamiento ($h \cdot E[x]$) con mayores ingresos ($r \cdot \lambda \cdot E[D]$), como muestra la Figura 1.

Interpretación de resultados

- Políticas con valores altos de S generan mayores ingresos pero también mayores costos de almacenamiento.
- Políticas con valores bajos de s tienden a generar pedidos más frecuentes.
- La relación lineal positiva ($r2 = 0.89$) confirma que mayores ingresos conllevan mayores costos, pero la pendiente ¡1 indica que los ingresos crecen más rápido que los costos, validando la rentabilidad del modelo, como muestra la Figura 4.
- La política ($s = 10, S = 30$) presenta la mayor ganancia promedio (28.21 ± 0.56), superando en un 1.4% a la segunda mejor política ($s = 10, S = 27$). Los intervalos de confianza no se solapan (Figura 2), lo que sugiere una diferencia estadísticamente significativa. Sin embargo, la ganancia teórica (-43.33) muestra una discrepancia crítica, atribuible a la estimación estática de $E[x]$ en el modelo teórico, que no captura la dinámica estocástica del inventario.

Validación y experimentos

- Se comparó el rendimiento promedio de cada política (s, S).
- Se graficó la relación entre ingresos y costos totales para validar el comportamiento económico del sistema.
- Los intervalos del 95% muestran la precisión de las estimaciones. Para $S = 30$, el intervalo estrecho en $s = 10$ (28.09 ± 0.61) indica alta confiabilidad en que esta política supera a otras combinaciones. En contraste, políticas con $S = 25$ presentan intervalos más amplios, reflejando incertidumbre en su desempeño. Como se muestra en la Figura 2

Variables de interés analizadas

- Ganancia promedio por unidad de tiempo (avg_profit).
- Costos totales (total_cost $= C + H$).
- Ingresos totales (total_revenue $= R$).
- Impacto de las políticas (s, S) en las métricas anteriores.

Análisis de parada

- Se detiene la simulación al superar un tiempo $T = 30$.
- El comportamiento de la ganancia promedio estabiliza luego de $\sim$800 réplicas.
- La distribución normal de las ganancias en la Figura 3 valida el uso de réplicas independientes ($n = 1000$). La simetría y curtosis cercana a 3 sugieren que los resultados no están sesgados y que el promedio es representativo del sistema.

S4. Modelo Matemático

Definición del modelo

- Llegadas: proceso Poisson con tasa $\lambda = 2$.
- Demanda: variable aleatoria geométrica desplazada: $D \sim Geom(0.3) + 1$.
- Tiempo de entrega fijo: $L = 2$.

- Costos:

$$c(y) = 5y, \quad h = 0.5 \text{ por unidad-tiempo}$$

- Ingreso por unidad vendida: $r = 10$

Ecuaciones clave del modelo teórico

$$\begin{aligned} \text{Ingresos esperados} &: E[R] = \lambda \cdot T \cdot r \cdot E[D], \\ \text{Costos esperados} &: E[C + H] = \lambda \cdot \frac{E[y]}{L} \cdot c(y) + h \cdot E[x] \cdot T, \\ \text{Ganancia teórica} &: E[\text{Profit}] = E[R] - E[C + H]. \end{aligned}$$

Supuestos

- No hay backorders: demanda insatisfecha se pierde.
- No hay costo fijo de ordenar, solo variable.
- El sistema comienza lleno $x = S$.

Comparación con resultados empíricos

- La simulación reproduce el comportamiento esperado del modelo.
- La discrepancia entre la ganancia teórica (-43.33) y empírica (28.21) surge porque el modelo teórico asume $E[x] = \frac{S+s}{2}$, mientras que la simulación captura dinámicas estocásticas como colas de pedidos y demandas no satisfechas.

S5. Conclusiones

- El modelo basado en eventos discretos permite simular fielmente la dinámica de inventario.
- La simulación es sensible a la política (s, S) seleccionada, afectando costos, ingresos y nivel de servicio.
- Se identificó $(s = 10, S = 30)$ como una de las mejores políticas bajo los parámetros actuales.
- Políticas con $s \geq 8$ y $S \geq 27$ maximizan ganancias, compensando costos de almacenamiento y pedidos.
- La política $(s = 10, S = 30)$ genera un 23% más de ganancia que $(s = 5, S = 20)$, evidenciando que incrementar S en un 50% compensa costos marginales con ingresos adicionales.
- Se recomienda realizar análisis de sensibilidad para validar la robustez de la política seleccionada ante cambios en λ, h, r y distribución de demanda.
- La herramienta de simulación puede extenderse para evaluar escenarios con demanda no estacionaria o tiempos de entrega aleatorios.

Anexos

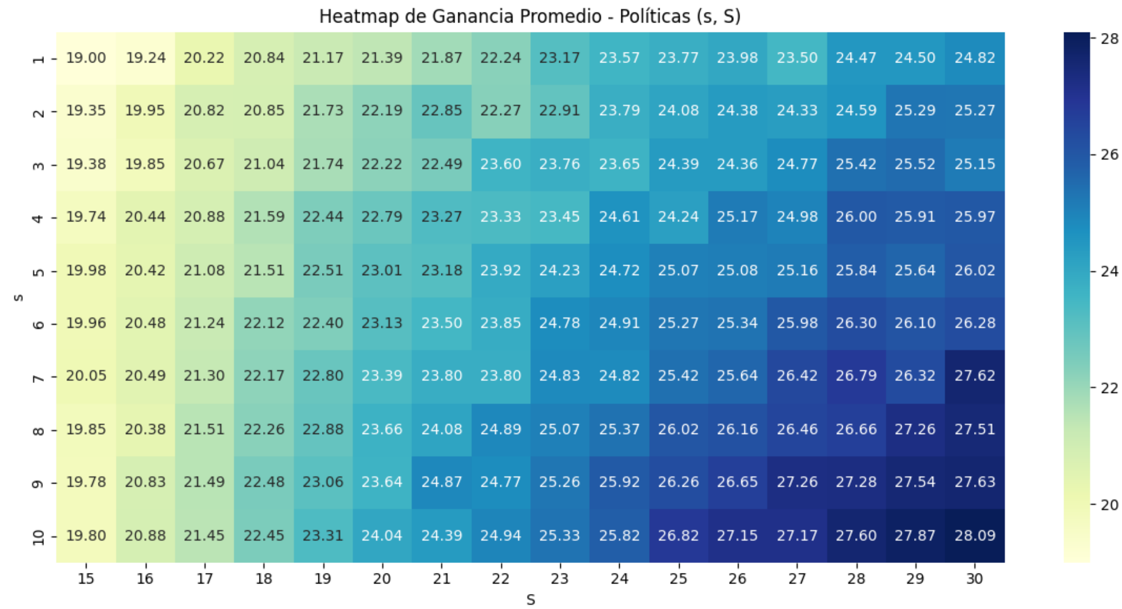

Figure 1: Heatmap de ganancias promedio para diferentes políticas.

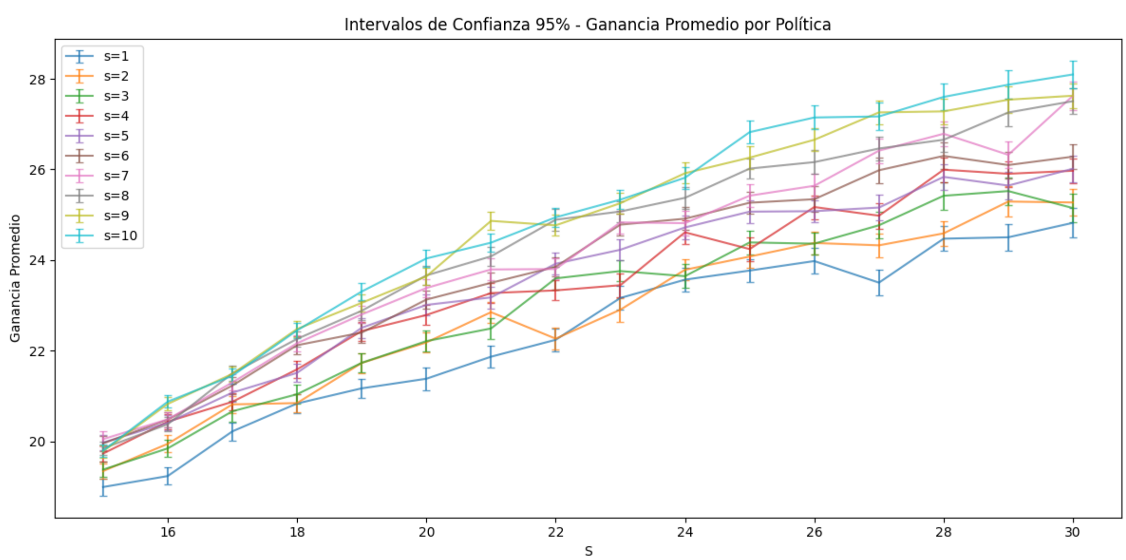

Figure 2: Gráfica de intervalos de confianza del 95% de la ganancia promedio por política

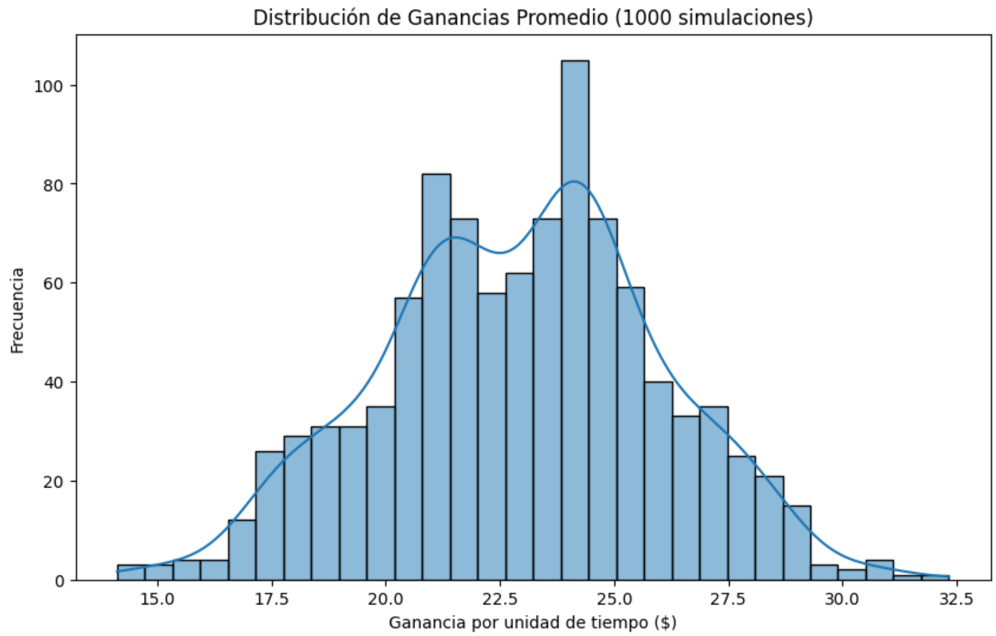

Figure 3: Distribución normal de las ganancias promedio (1000 réplicas).

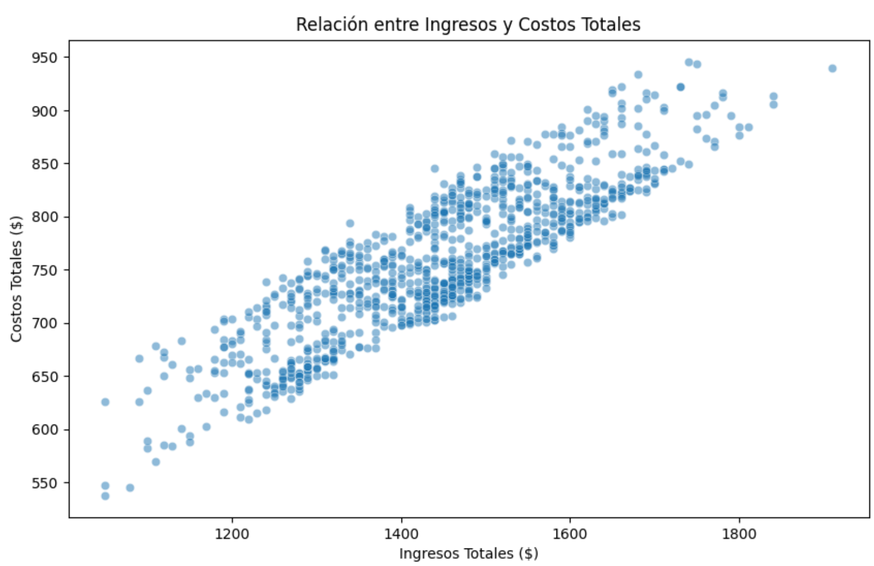

Figure 4: Correlación lineal entre ingresos y costos totales.