Subject:
Date:

۴۰۱۲۳۴۰۱۱۹۱۴۶ آرین مرزین

واردون پذیر است یا نه؟

الف) تغییرناپذیر، معکوس پذیر $y(t)=x(t)+\sin(2t)$

الف) $y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)}x(\tau)\,d\tau$

ب) $y[n]=x[2n]$

ب) تغییرناپذیر، معکوس پذیر: $y(t)=x(\frac{t}{2})$

۱.۳.۲) درستی یا نادرستی؟

الف) اگر $x(t)$ متناوب باشد، آنگاه $y_1(t)$ نیز متناوب است.

۱) $x(t)$ با تناوب T متناوب است، $y_1(t)$ نیز متناوب است. صحیح

ب) اگر $y_1(t)$ متناوب باشد، آنگاه $x(t)$ نیز متناوب است.

ب) $y_1(t)$ با تناوب T متناوب است، $x(t)$ با تناوب است. صحیح

درستی یا نادرستی؟

۱) اگر $x[n]$ متناوب باشد، آنگاه $y_0[n]$ نیز متناوب است. صحیح

$N_0=2N$ که $x[n+N]=x[n]$; $y_0[n+N_0]=y_0[n]$

PCO

Subject.
Date.

۳) $x(t) = u(t-2) - u(t-5)$, $h(t) = e^{-3t}u(t)$

الف) $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)\,x(t-\tau)\,d\tau$

$= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-3\tau}u(\tau)\big(u(t-\tau-2) - u(t-\tau-5)\big)\,d\tau$

$\Rightarrow y(t) = \int_{0}^{\infty} e^{-3\tau}\big(u(t-\tau-2) - u(t-\tau-5)\big)\,d\tau$

ب) رابطه بین $y(t)$ و $g(t)$ ؟ $\longrightarrow g(t) = \frac{dy}{dt}$

انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

الف) $\int_{-\infty}^{\infty} u(t)\cos(t)\,\delta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\,dt = 1$

ب) $\int_{0}^{5} \sin(2\pi t)\,\delta(t+2)\,dt = \sin(4\pi) = 0$

پ) $\int_{-5}^{5} u(1-\tau)\cos(2\pi\tau)\,d\tau = \sin(2\pi t)\big|_{t=1} = 0$

S_2 : علی LTI $w[n] = \frac{1}{2} w[n-1] + x[n]$

$$x[n] \to \boxed{S_1} \xrightarrow{w[n]} \boxed{S_2} \to y[n]$$

$y[n] = \alpha y[n-1] + \beta w[n]$ $y[n] = -\frac{1}{8} y[n-2] + \frac{3}{4} y[n-1] + x[n]$

$\beta , \alpha \longrightarrow ?$

$y[n] = \alpha y[n-1] + \beta w[n] \to w[n] = \frac{1}{\beta} y[n] - \frac{\alpha}{\beta} y[n-1]$

$w[n] - \frac{1}{2} w[n-1] = \frac{1}{\beta} y[n] - \frac{\alpha}{\beta} y[n-1] - \frac{1}{2\beta} y[n-1] + \frac{\alpha}{2\beta} y[n-2] = x[n]$

$\Rightarrow y[n] = (\alpha + \frac{1}{2}) y[n-1] - \frac{\alpha}{2} y[n-2] + \beta x[n] \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \\ \beta = 1 \end{cases}$

های LTI ها زیر علی پایدار هستند یا نه ؟

الف) $h(t) = e^{-4t} u(2-t) \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt = \int_{-\infty}^{2} e^{-4t} dt = \infty$

غیر علی است ← $t<0$ ← $h(t) \neq 0$ ناپایدار است

ب) $h(t) = 4e^{-4t} u(t) \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt = \int_{0}^{+\infty} 4e^{-4t} dt = 1 < \infty$

علی است زیرا برای $t<0$, $h(t)=0$ پایدار است

پ) $h(t) = e^{2t} u(-1-t) \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt = \int_{-\infty}^{-1} e^{2t} dt = \frac{e^{-2}}{2} < \infty$

غیر علی است زیرا برای $t<0$ $h(t) \neq 0$ پایدار است.

اگر $h[n] = (\frac{1}{2})^{n-1}\{u[n+3]-u[n-10]\}$ ، A و B را طوری بیان کنید که رابطه زیر برقرار باشد ،

$$h[n-k] = \begin{cases} (\frac{1}{2})^{n-k-1} & A \le k \le B \\ 0 & o.w \end{cases}$$

تنها در بازه $-3 \le n \le 9$ غیرصفر است ، لذا سیگنال $h[-k]$ در بازه $-9 \le n \le 3$ غیرصفر است حال با اندازه n سیگنال را به سمت راست شیفت می دهیم :

$$n-9 \le k \le n+3 \quad \begin{cases} A = n-9 \\ B = n+3 \end{cases}$$

اگر $x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 1 \\ 0 & , \; o \end{cases}$ و $h(t) = x(\frac{t}{a})$ باشد ، $0 < a < 1$ است

$y(t)$ را رسم کنید .

$$y(t) = x(t) * h(t) = \begin{cases} t & 0 \le t \le a \\ a & a \le t \le 1 \\ 1+a-t & 1 \le t \le 1+a \\ 0 & o.w \end{cases}$$