



# تمرین پنجم (شبکههای بازگشتی)

آرین محمدخانی- ۸۱۰۶۰۳۱۳۶



تحلیل تجربی تنش ترجمه مقاله

#### ۱. مقدمه

در این تمرین، به تمامی سوالهای خواستهشده (اعم از سوالهای اصلی و امتیازی) پاسخ داده شده است. همچنین، جهت کسب نمرهی امتیازی، فایل تمرین در مخزن GitHub بارگذاری شده به آدرس (AI-Recurrent-Neural-Networks) است. پوشهی ارائهشده شامل موارد فایلهای کد با فرمتهای py. و py. و ipynb، گزارش تمرین در قالبهای Word و پاکره دادهها و گزارش با فرمتهای Jupyter Notebook میباشد. در ابتدای گزارش به بررسی روند انجام تمرین در هر مرحله پرداخته میشود. در این بررسی بخشی از کد هر قسمت به همراه بخشی از خروجی نمایش داده شده و روی آن بحث میشود. اگرچه در هر بخش تحلیلی از نتایج و روند تمرین ارائه شده اما تحلیل جامع در بخش انتهایی این گزارش ارائه شده است.

هدف این تمرین، آشنایی با شبکههای بازگشتی (RNN) و مقایسه ی عملکرد آنها با شبکههای پیشخور (Feedforward) در مدلسازی پدیدههای وابسته به زمان است. برای این منظور، از مجموعه داده ی C-MAPSS استفاده شده است؛ یکی از مجموعه دادههای پرکاربرد ناسا در حوزه ی پایش وضعیت موتور توربوفن هواپیما. این مجموعه داده با استفاده از یک شبیهساز پیشرفته تولید شده و شامل شرایط کاری موتور در طول چندین پرواز پیدرپی و کیفیت عملکرد موتور در این شرایط میباشد. در هر پرواز، حسگرها پارامترهایی نظیر دما، فشار، و شرایط کاری موتور را با نرخ نمونهبرداری ۱ هرتز ثبت میکنند. همچنین در برخی از پروازها، بهصورت شبیهسازی شده خرابی هایی در اجزای مختلف موتور از جمله کمپرسور، توربین و فن ایجاد شده تا مدل ها بتوانند برای پیشبینی خرابیهای احتمالی و زمان وقوع آنها آموزش ببینند.

### ۲. پیادهسازی مدلها

### بارگذاری و انتخاب دادگان

در نخستین مرحله از این پروژه، پس از بارگزاری کتابخانهها دادههای مرتبط با تحلیل خرابی موتور جت از مجموعه دادههای شبیهسازی شده C-MAPSS بارگذاری شد. بهطور خاص، زیرمجموعه ی اصلی مورد استفاده قرار گرفت. این دادهها شامل اندازه گیری های حسگرها و تنظیمات عملیاتی برای هر موتور در طول زمان هستند. برای آغاز، فایل های RUL\_FD001.txt و test\_FD001.txt با استفاده از تابع

pandas.read\_csv و تنظیمات مناسب خوانده شدند. پس از بارگذاری دادهها، با توجه به ساختار خاص این فایلها، ابتدا ستونهای بدون نام حذف و سپس نامگذاری مشخصی برای هر ستون انجام شد که شامل شناسه موتور، زمان چرخه و ۲۱ اندازه گیری حسگر بود.

کد ۱

کد	نتيجه
<pre>cols = ['unit_number', 'time_in_cycles'] + \</pre>	<pre><class 'pandas.core.frame.dataframe'=""> RangeIndex: 20631 entries, 0 to 20630 Data columns (total 26 columns): # Column</class></pre>

سپس برای دادههای train و test عمر باقی مانده با توجه به ماکسیمم چرخه زده شده هر موتور، محاسبه و به آنها اضافه می شود. برای محاسبه عمر باقی مانده هر موتور، ماکسیمم دورهای که هر موتور طی کرده است، به آن موتور نسبت داده شده و سپس از سیکل فعلی آن کم می شود.

```
# calculate RUL
rul_df = train_df.groupby('unit_number')['time_in_cycles'].max().reset_index()
rul_df.columns = ['unit_number', 'max_cycle']
train_df = train_df.merge(rul_df, on='unit_number')
train_df['RUL'] = train_df['max_cycle'] - train_df['time_in_cycles']
train_df.head()

max_cycles = test_df.groupby('unit_number')['time_in_cycles'].max().reset_index()
max_cycles.columns = ['unit_number', 'max_cycle']
max_cycles['true_RUL'] = rul_t['RUL']
max_cycles['total_life'] = max_cycles['max_cycle'] + max_cycles['true_RUL']
test_df = test_df.merge(max_cycles[['unit_number', 'total_life']], on='unit_number')
test_df['RUL'] = test_df['total_life'] - test_df['time_in_cycles']
```

در گام بعدی، فرآیند پاکسازی و کاهش ابعاد ویژگیها (feature reduction) بهمنظور حذف ویژگیهای نامؤثر یا تکراری انجام گرفت. ابتدا با استفاده از کلاس VarianceThreshold ویژگیهای با تغییرپذیری کم) شناسایی و حذف ویژگیهایی که واریانس کمتر از ۲۰۰۱ داشتند (ویژگیهای با تغییرپذیری کم) شناسایی و حذف شدند. سپس برای حذف ویژگیهای بسیار مشابه، ماتریس همبستگی ویژگیهای باقیمانده محاسبه شد و ویژگیهایی با ضریب همبستگی بیش از ۹۸،۰ به عنوان تکراری در نظر گرفته شده و کنار گذاشته شدند. در مرحلهی بعد، رابطهی ویژگیها با متغیر هدف یعنی RUL بررسی گردید. ویژگیهایی که همبستگی کمتر از ۲۰۰۵ با متغیر هدف داشتند، حذف شدند. این گام به بهبود ویژگیهایی که همبستگی کمتر از ۲۰۰۵ می کند. در نهایت، برای ارزیابی اهمیت نهایی ویژگیها، از مدل کمتر مدل ترویز داده کمک می کند. در نهایت، برای ارزیابی اهمیت آنها طبق این مدل کمتر از ۲۰۰۱ بود نیز حذف شدند. خروجی این مرحله، مجموعهای از ویژگیهای حسگر پالایش شده و مهم بود که بههمراه متغیرهای runit number و unit number د دیتافریم نهایی حفظ شد.

کد	نتيجه			
sensor_cols = [col for col in train_df.columns if "sensor" in col] selector = VarianceThreshold(threshold=0.005) selector.fit(train_df[sensor_cols]) useful_sensor_cols = list(selector.get_feature_names_out(sensor_cols))  corr_matrix = train_df[useful_sensor_cols].corr().abs() upper = corr_matrix.where(np.triu(np.ones(corr_matrix.shape), k=1).astype(bool)) to_drop = [col for col in upper.columns if any(upper[col] > 0.99)] filtered_cols = [col for col in useful_sensor_cols if col not in to_drop]  cor_with_target = train_df[filtered_cols + ['RUL']].corr()['RUL'].abs().drop('RUL') low_corr_features = cor_with_target[cor_with_target < 0.03].index.tolist() final_sensor_cols = [col for col in filtered_cols if col not in low_corr_features]  X_rf = train_df[final_sensor_cols] y_rf = train_df['RUL'] rf = RandomForestRegressor(n_estimators=100, random_state=42) rf.fit(X_rf, y_rf) importances = pd.Series(rf.feature_importances_, index=final_sensor_cols)	<pre>cclass 'pandas.core.frame.DataFrame'&gt; RangeIndex: 20631 entries, 0 to 20630 Data columns (total 16 columns): # Column</pre>			
low_importance_features = importances[importances < 0.005].index.tolist() selected_features = [col for col in final_sensor_cols if col not in low_importance_features]	memory usage: 2.5 MB			

### تقسیمبندی و نرمالسازی دادهها

در این مرحله، دادههای آمادهشده برای آموزش مدلهای یادگیری عمیق، پردازشهای بیشتری را تجربه کردند تا به شکل مناسب برای مدلهای مبتنی بر یادگیری عمیق مانند ESTM و CNN تبدیل شوند. ابتدا ویژگیهای منتخب با استفاده از روش MinMaxScaler نرمالسازی شدند تا مقادیر تمام ویژگیها در بازه [۰, ۱] قرار گیرند. این کار باعث هممقیاس شدن ورودیها و بهبود عملکرد مدلهای یادگیری عمیق میشود. سپس مجموعه داده به دو بخش آموزشی و آزمون تقسیم شد و از میان دادههای آموزشی، ۷۰۷ واحدهای عملیاتی برای آموزش و ۳۰۳باقیمانده برای اعتبارسنجی در نظر گرفته شد. بهمنظور مدلسازی توالیهای زمانی، دادهها به صورت پنجرهای اعتبارسنجی در نظر گرفته شد. بهمنظور مدلسازی توالیهای زمانی، دادهها به صورت پنجرهای از ویژگیها بهعنوان ورودی (X) در نظر گرفته شده و مقدار RUL مربوط به آخرین زمان آن پنجره بهعنوان برچسب (y) انتخاب شد. همچنین، برای جلوگیری از تأثیر مقادیر بسیار بزرگ پنجره بهعنوان برچسب (y) انتخاب شد. همچنین، برای جلوگیری از تأثیر مقادیر بسیار بزرگ محدود شدند. این مرحله از پیش پردازش، پایهی دادهای مناسبی را برای آموزش مدلهای ایدگیری عمیق همچون CNN در CNN و ساختارهای ترکیبی فراهم کرده است. با مقدار ۱۳۰ یادگیری عمیق همچون شکریه CNN و CNN و ساختارهای ترکیبی فراهم کرده است. با مقدار ۱۳۰ یادگیری عمیق همچون CNN در CNN و CNN و ساختارهای ترکیبی فراهم کرده است. با مقدار ۱۳۰

جایگزین شدند تا تمرکز مدل بر پیشبینیهای واقعبینانه تر معطوف گردد و پایداری در فرآیند یادگیری افزایش یابد. در پایان این مرحله، ۱۷۷۳۱ پنجرهی آموزشی، هرکدام شامل ۳۰ مرحله زمانی و ۱۳ ویژگی و ۱۰۱۹۶ پنجره تست با همان ساختار تشکیل شد.

#### کد ۴

```
scaler = MinMaxScaler()
train_df_scaled = train_df.copy()
train_df_scaled[selected_features] = scaler.fit_transform(train_df[selected_features])
test_df_scaled = test_df.copy()
test_df_scaled[selected_features] = scaler.transform(test_df[selected_features])
unique_units = train_df_scaled['unit_number'].unique()
train_units = unique_units[:int(0.7 * len(unique_units))]
val_units = unique_units[int(0.7 * len(unique_units)):]
def prepare_windows(data, window_size=30):
  X, y = [], []
  for unit in data['unit_number'].unique():
    unit_data = data[data['unit_number'] == unit].sort_values('time_in_cycles')
    features = unit_data[selected_features].values
    rul = unit data['RUL'].values
    for i in range(len(unit_data) - window_size + 1):
      X.append(features[i:i + window size])
      y.append(rul[i + window_size - 1])
  return np.array(X), np.array(y)
X, y = prepare_windows(train_df_scaled, window_size=30)
X test, y test = prepare windows(test df scaled)
X train, y train = prepare windows(train df scaled[train df scaled['unit number'].isin(train units)])
X val, y val = prepare windows(train df scaled[train df scaled['unit number'].isin(val units)])
max rul = 130
train_df['RUL'] = train_df['RUL'].clip(upper=max_rul)
test_df['RUL'] = test_df['RUL'].clip(upper=max_rul)
```

# ۳. طراحی و آموزش مدل CNN

در این مرحله، یک مدل یادگیری عمیق مبتنی بر شبکه عصبی پیچشی یکبعدی طراحی و آموزش داده شد. هدف از به کارگیری مدل CNN، استخراج خودکار ویژگیهای محلی و زمانی از

دادههای حسگر بود؛ این ویژگیها بهویژه برای تحلیل سریهای زمانی مفید هستند. معماری مدل شامل دو لایه اصلی ConvID بود. لایه ی نخست از ۶۴ فیلتر با اندازه ی کرنل ۳ و تابع فعال سازی ReLU استفاده کرد، و لایه ی دوم شامل ۱۲۸ فیلتر با همان مشخصات بود. به منظور کاهش ابعاد، پس از لایه ی اول از MaxPooling با اندازه ی ۲ بهره گرفته شد. سپس با استفاده از کاهش ابعاد، پس از آن، یک لایه ی Global Average Pooling اطلاعات مکانی در خروجی فشرده گردید. پس از آن، یک لایه ی Dense با ۶۴ نرون و تابع ReLU قرار گرفت و برای مقابله با بیشبرازش (Overfitting)، یک لایه ی کامونی بدون تابع لایه ی مقدار ۱۰۰ اضافه شد. در انتها، یک لایه ی خروجی تکنرونی بدون تابع فعال سازی به منظور پیش بینی مقدار LUL اضافه شد. مدل با استفاده از تابع زیان MSE فعال سازی به منظور پیش بینی مقدار LUL اضافه شد. مدل با استفاده از تابع زیان کام مکانیزم توقف زودهنگام (EarlyStopping) با معیار نظارت بر val\_loss و صبر ۲۰ دوره برای جلوگیری از بیش برازش بهره گرفته شد. مدل به مدت حداکثر ۱۰۰ دوره آموزشی با اندازه ی حدسته (Batch Size) برابر با ۶۴ آموزش داده شد.

کد ۵

```
model_cnn = Sequential([
  Conv1D(filters=64, kernel_size=3, activation='relu', padding='same', input_shape=(X.shape[1], X.shape[2])),
  MaxPooling1D(pool_size=2),
  Conv1D(filters=128, kernel_size=3, activation='relu', padding='same'),
  GlobalAveragePooling1D(),
  Dense(64, activation='relu'),
  Dropout(0.2),
  Dense(1)])
model_cnn.compile(optimizer=Adam(learning_rate=0.001), loss='mse', metrics=['mae'])
early_stop_cnn = tf.keras.callbacks.EarlyStopping(monitor='val_loss', patience=10, restore_best_weights=True)
start_time_cnn = time.time()
history cnn = model cnn.fit(
  X train, y train,
  validation data=(X val, y val),
  epochs=100,
  batch_size=64,
  callbacks=[early_stop_cnn],
  verbose=1)
train_time_cnn = time.time() - start_time_cnn
y_pred_cnn = model_cnn.predict(X_test).flatten()
```

Early پس از آموزش مدل به مدت حداکثر ۱۰۰ دوره، به دلیل فعال بودن تکنیک توقف V متوقف شد؛ مدل در این نقطه بدون بروز بیش برازش V متوقف شد؛ مدل در این نقطه بدون بروز بیش برازش V val\_loss = V محسوس، بهترین عملکرد خود را روی داده های اعتبار سنجی با مقدار V val\_mae = V val\_mae = V به دست آورد. سایر نتایج در بخش پایانی آورده شده است.

# ۴. آموزش مدل مبتنی بر LSTM

در این بخش از پروژه، مدلی مبتنی بر شبکه حافظه بلندمدت کوتاهمدت (LSTM) طراحی و پیادهسازی گردید. این نوع شبکه برای تحلیل دادههای سری زمانی وابسته به ترتیب بسیار مناسب است، زیرا میتواند وابستگیهای بلندمدت در توالی دادهها را حفظ کرده و از آنها برای پیشبینی است، زیرا میتواند وابستگیهای بلندمدت در توالی دادهها را حفظ کرده و از آنها برای پیشبینی استفاده نماید. معماری مدل از دو لایه LSTM تشکیل شد. لایهی اول دارای ۱۰۰ واحد و با لایهی دوم شامل ۵۰ واحد Mary بود که تنها آخرین حالت خروجی را برای لایه بعدی حفظ کند. لایهی دوم شامل ۵۰ واحد Mary بود که تنها آخرین حالت خروجی را تولید می کرد. بین این دو لایه و همچنین پس از لایهی Dense بازگشتی، یک لایه Dense با نرخ ۲۰۰ برای جلوگیری از بیشبرازش گنجانده شد. پس از لایههای بازگشتی، یک لایه فعالسازی بهعنوان خروجی مدل برای پیشبینی ReLU و سپس یک لایه خروجی تکنرونی بدون تابع فعالسازی بهعنوان خروجی مدل برای پیشبینی MSL در نظر گرفته شد. مدل با استفاده از بهینهساز Adam با نرخ یادگیری ۱۰۰۰ و جهت جلوگیری از بیشبرازش با نظارت بر مقدار val\_loss استفاده شد. حداکثر تعداد دورههای آموزشی ۱۰۰ دوره و اندازه دسته آموزشی برابر با ۶۴ انتخاب شد.پس از آموزش مدل بر روی دادههای آموزش و اعتبارسنجی، عملکرد آن با استفاده از دادههای آزمون مورد ارزیابی قرار گرفت. دادههای آموزش و اعتبارسنجی، عملکرد آن با استفاده از دادههای آزمون مورد ارزیابی قرار گرفت.

```
model_lstm = Sequential([
  LSTM(100, return_sequences=True, input_shape=(X.shape[1], X.shape[2])),
  Dropout(0.2),
  LSTM(50, return_sequences=False),
  Dense(64, activation='relu'),
  Dropout(0.2),
  Dense(1) ])
model_lstm.compile(
  optimizer=Adam(learning_rate=0.001),
  loss='mse',
  metrics=['mae'])
early_stop_lstm = tf.keras.callbacks.EarlyStopping(monitor='val_loss', patience=10, restore_best_weights=True)
start time lstm = time.time()
history lstm = model lstm.fit(
  X_train, y_train,
  validation_data=(X_val, y_val),
  epochs=100,
  batch size=64,
  callbacks=[early stop lstm],
  verbose=1)
train time lstm = time.time() - start time lstm
y_pred_lstm = model_lstm.predict(X_test).flatten()
mae_lstm = mean_absolute_error(y_test, y_pred_lstm)
rmse_lstm = np.sqrt(mean_squared_error(y_test, y_pred_lstm))
log_rmse_lstm = np.sqrt(mean_squared_error(np.log1p(y_test), np.log1p(y_pred_lstm)))
print(f"LSTM MAE: {mae_lstm:.2f}")
print(f"LSTM RMSE: {rmse_lstm:.2f}")
print(f"LSTM log-RMSE: {log_rmse_lstm:.2f}")
```

پس از آموزش مدل برای حداکثر ۱۰۰ دوره، فرایند یادگیری در دوره 77 به دلیل فعال بودن تکنیک Early Stopping متوقف شد. طی مراحل آموزش، مدل به تدریج توانست میزان خطا را val\_mae و val\_loss = 1170.5588 و 77 با مقدار 77 با مقدار 77 با مقدار عملکرد خود را در اپوک 77 با مقدار 77 با مقدار 77 با مقدار مدل در در درههای اعتبارسنجی به دست آورد. از آنجا که پس از آن، عملکرد مدل در مجموعه اعتبارسنجی بهبود نیافت، الگوریتم توقف زودهنگام مانع از ادامه آموزش و بروز بیش برازش شد.

### ه. تنظیم ابرپارامترها

در مرحلهٔ چهارم، هدف اصلی بهینهسازی عملکرد دو مدل یادگیری عمیق شامل شبکه CNN شبکه حافظهدار بلندمدت LSTM از طریق تنظیم ابرپارامترها بوده است. برای این منظور، از ابزار شبکه حافظهدار بلندمدت LSTM از طریق تنظیم ابرپارامترها بهره گرفته شد. در هر مدل، KerasTuner با روش جستجوی تصادفی RandomSearch بهره گرفته شد. در هر مدل، مجموعهای از پارامترها مانند نرخ یادگیری، نوع بهینهساز (RMSprop یا CNN یا تعداد واحدهای LSTM و اندازه پنجره کانولوشن (در CNN) مورد تعداد فیلترها (در CNN) یا تعداد واحدهای ۱۰ آزمایش مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت و بهترین ترکیب پارامترها براساس معیار val\_loss انتخاب شد. در نهایت، مدلهای منتخب روی مجموعه تست ارزیابی شدند و خطای MAE آنها گزارش گردید. طبق نتایج بهدستآمده، در طی این ۱۰ آزمایش برای هر نمونه بهترین ابرپارامترها در جدول زیر نمایش داده شده است. سایر پارامترها و نتایج آنها در بخش بعدی ارائه داده می شود.

جدول1، بهترین پارامترها

مدل	فيلترها / واحدها	Kernel Size	Dropout	Optimizer	Learning Rate	Test MAE
CNN	filters1 = 128 filters2 = 128	2	0.1	RMSprop	0.01	28.5433
LSTM	lstm_units1 = 100 lstm_units2 = 100	_	dropout1 = 0.1 $dropout2 = 0.3$	Adam	0.001	27.3985

از آنجایی که کد این بخش بسیار طولانی میباشد، برای نمونه تنها تعریف تابعی که بر روی مدل CNN آزمایش میکند نشان داده شده است که در جدول زیر نمایش دده شده است.

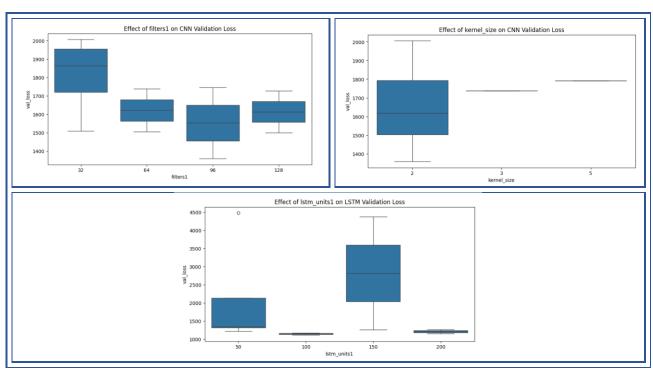
کد	نتيجه
def build_cnn_model(hp):     model = Sequential()     model.add(Conv1D(         filters=hp.Int('filters1', 32, 128, step=32),         kernel_size=hp.Choice('kernel_size', [2, 3, 5]),         activation='relu',         padding='same',         input_shape=(X.shape[1], X.shape[2]) ))     model.add(MaxPooling1D(pool_size=2))     model.add(Conv1D(         filters=hp.Int('filters2', 32, 128, step=32),         kernel_size=3,         activation='relu',         padding='same' ))     model.add(GlobalAveragePooling1D())     model.add(Dense(64, activation='relu'))     model.add(Dropout(hp.Float('dropout_rate', 0.1, 0.5, step=0.1)))     model.add(Dense(1))     optimizer_name = hp.Choice('optimizer', ['adam', 'rmsprop'])     lr = hp.Choice('learning_rate', [1e-2, 1e-3, 1e-4])     optimizer = Adam(learning_rate=Ir) if optimizer_name == 'adam' else     RMSprop(learning_rate=Ir)     model.compile(optimizer=optimizer, loss='mse', metrics=['mae'])     return model	319/319 [====================================

## پاسخ به سوالات مرحله ۴

در این بخش به سوالات مطرح شده، پاسخ داده می شود. سوالات و خواستههایی که در فایل تمرین مطرح شد عبارت است از:

- كدام پارامترها بیشترین تأثیر را بر عملکرد مدل داشتند؟
- جدولی یا گزارشی از اجرای مدل با تنظیمات مختلف و نتایج ارائه دهید.
  - درباره تعادل بین زمان آموزش، دقت و پیچیدگی مدل بحث کنید.

در پاسخ به سوال نخست، با تحلیل نتایج به دست آمده از جست وجوی و بررسی نمودارهای جعبهای (Boxplot)، مشخص شد که در میان پارامترهای بهینه سازی شده، پارامتر filters1 در مدل CNN بیشترین تأثیر را بر مقدار خطای اعتبارسنجی دارد. این موضوع از طریق تغییرات معنادار و کهش محسوس مقدار val\_loss در هنگام تغییر filters1 به خصوص در بازه ۶۴ تا ۹۶ تأیید می شود. پارامترهای دیگر مانند اما kernel\_size در مدل CNN و در مدل LSTM نیز تأثیر قابل توجهی داشتند، اما تغییرات آنها یا به اندازه filters1 منظم و پایدار نبودند یا حجم داده در برخی مقادیر آنها کافی نبوده است. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که filters1 مهم ترین پارامتر تأثیر گذار در بهینه سازی عملکرد مدل CNN در این مسئله پیش بینی RUL است.



تصویر ۱، نمودارهای جعبهای با بیشترین تاثیر در دقت پایانی

در پاسخ به دومین سوال جدول زیر که حاصل از ۲۰ آزمایش مختلف بر روی دو نمونه است، ارائه شده است.

مدل	فيلتر /يونيتها	Dropout	Optimizer	LR	Val Loss	MAE
LSTM	100, 100	0.1, 0.3	adam	0.0010	1116.12	20.14
LSTM	200, 50	0.1, 0.3	adam	0.0010	1158.69	20.92

LSTM	100, 150	0.3, 0.3	adam	0.0010	1178.81	21.57
LSTM	50, 150	0.5, 0.5	rmsprop	0.0100	1222.92	22.40
LSTM	150, 100	0.1, 0.2	rmsprop	0.0010	1257.44	20.57
LSTM	200, 150	0.1, 0.1	rmsprop	0.0100	1275.44	20.26
CNN	96, 128 (kernel=2)	0.1	adam	0.0100	1359.02	20.18
LSTM	50, 150	0.2, 0.3	adam	0.0001	1350.67	22.31
LSTM	50, 150	0.1, 0.4	rmsprop	0.0100	1351.24	22.07
CNN	128, 128 (kernel=2)	0.1	rmsprop	0.0100	1500.03	24.33
CNN	64, 64 (kernel=2)	0.3	adam	0.0010	1504.78	24.03
CNN	32, 96 (kernel=2)	0.4	rmsprop	0.0100	1508.38	26.91
CNN	128, 64 (kernel=2)	0.3	adam	0.0010	1726.74	27.57
CNN	64, 128 (kernel=3)	0.3	adam	0.0010	1737.75	27.99
CNN	96, 64 (kernel=2)	0.2	rmsprop	0.0010	1746.52	27.22
CNN	32, 128 (kernel=5)	0.5	rmsprop	0.0100	1790.97	32.95
CNN	32, 128 (kernel=2)	0.3	adam	0.0001	1937.68	29.44
CNN	32, 64 (kernel=2)	0.5	rmsprop	0.0001	2005.87	32.08
LSTM	150, 150	0.1, 0.1	adam	0.0100	4377.22	48.85
LSTM	50, 100	0.1, 0.5	rmsprop	0.0001	4481.02	48.98

و در انتها، از نظر تعادل بین زمان آموزش، دقت و پیچیدگی مدل، میتوان گفت که مدل CNN از لحاظ ساختاری سادهتر بوده و سریعتر آموزش میبیند، اما در مقابل، مدل LSTM علی غم زمان آموزش طولانی تر، دقت بالاتری در پیشبینی خروجیها داشته است. این تفاوت عملکرد ناشی از توانایی LSTM در مدلسازی وابستگیهای زمانی و دنبالهای در دادههاست که در بسیاری از مسائل پیشبینی، از جمله تخمین RUL، مزیت مهمی محسوب میشود. در مجموع، اگر اولویت با دقت پیشبینی باشد، LSTM گزینه بهتری است، در حالی که اگر منابع محاسباتی محدود و زمان آموزش مهم باشد، CNN میتواند انتخابی مناسبتر باشد.

### ۲. پیادهسازی مدل ترکیبی CNN + LSTM

در این مرحله، دو مدل ترکیبی قدرتمند شامل CNN-LSTM و LSTM-CNN برای پیشبینی یال RUL طراحی و آموزش داده شدند. هدف از این ترکیب، بهره گیری از مزایای معماری های مختلف یاد گیری عمیق در تحلیل داده های سری زمانی بود. در مدل CNN-LSTM، ابتدا لایه ی کانولوشن یک بعدی با ۶۴ فیلتر و کرنل اندازه ۳ برای استخراج ویژگی های مکانی از داده های ورودی به کار گرفته شد. سپس، با استفاده از لایه MaxPooling1D ابعاد کاهش یافته و

خروجی به لایه LSTM با ۱۰۰ واحد مخفی منتقل شد تا وابستگیهای زمانی میان ویژگیها Dense مدلسازی شود. در ادامه، از لایه Dropout با نرخ ۲.۳ برای کاهش بیشبرازش و یک لایه Dense با ۶۴ نرون برای پردازش نهایی استفاده شد. خروجی نهایی نیز از یک نرون در لایه EarlyStopping آخر تولید شد. این مدل با بهینهساز Adam و تابع زیان MSE کامپایل و با مکانیزم آموزش داده شد.

#### کد ۸

```
model_cnn_lstm = Sequential([
 Conv1D(filters=64, kernel_size=3, activation='relu', padding='same', input_shape=(X.shape[1], X.shape[2])),
 MaxPooling1D(pool_size=2),
 LSTM(100, return_sequences=False),
  Dropout(0.3),
 Dense(64, activation='relu'),
  Dense(1) ])
model_cnn_lstm.compile(
 optimizer=Adam(learning_rate=0.001),
 loss='mse',
 metrics=['mae'])
early_stop_cnn_lstm = tf.keras.callbacks.EarlyStopping(monitor='val_loss', patience=10, restore_best_weights=True)
start_time_cnn_lstm = time.time()
history_cnn_lstm = model_cnn_lstm.fit(
 X_train, y_train,
 validation_data=(X_val, y_val),
 epochs=100,
 batch_size=64,
 callbacks=[early_stop_cnn_lstm],
 verbose=1)
train_time_cnn_lstm = time.time() - start_time_cnn_lstm
y_pred_cnn_lstm = model_cnn_lstm.predict(X_test).flatten()
mae_cnn_lstm = mean_absolute_error(y_test, y_pred_cnn_lstm)
rmse_cnn_lstm = np.sqrt(mean_squared_error(y_test, y_pred_cnn_lstm))
log_rmse_cnn_lstm = np.sqrt(mean_squared_error(np.log1p(y_test), np.log1p(y_pred_cnn_lstm)))
```

در طی فرآیند آموزش مدل، روند کاهش خطای آموزش و اعتبارسنجی نشاندهنده ی عملکرد مطلوب مدل در مراحل ابتدایی بوده است. در سه epoch نخست، کاهش چشمگیر در مقادیر val\_loss و val\_mae مشاهده می شود؛ به گونهای که val\_loss از حدود ۴۵۰۰ به ۱۶۷۵ و val\_mae و val\_mae از ۴۵ به حدود ۲۸ کاهش یافته است. این افت سریع، بیانگر توانایی اولیه مدل در یادگیری الگوهای دادههاست. از epoch چهارم تا دهم، بهبود مدل به صورت تدریجی و پایدار lelمه داشته و val\_mae تا حدود ۲۳ کاهش یافته است. با این حال، از epoch یازدهم به بعد، نوساناتی در مقادیر اعتبارسنجی ظاهر می شود که نشاندهنده ی بی ثباتی در عملکرد مدل است. این نوسانات در حدود مقادیر val\_loss بین ۱۱۵۰ تا ۱۲۵۰ و val\_mae بین ۲۲.۵ تا ۲۴ باقی می ماند. این رفتار می تواند نشانه ای از overfitting یا نزدیک شدن مدل به ظرفیت یادگیری خود باشد. و در انتها از آنجا که پس از آن، عملکرد مدل در مجموعه اعتبارسنجی بهبود نیافت، باشد. و در انتها از آنجا که پس از آن، عملکرد مدل در مجموعه اعتبارسنجی بهبود نیافت، الگوریتم توقف زودهنگام مانع از ادامه آموزش و بروز بیش برازش شد.

در مدل دوم یعنی LSTM ابتدا لایه LSTM ابتدا لایه الدوجی ترتیبی در مدل دوم یعنی (return\_sequences=True) برای یادگیری الگوهای زمانی اجرا شد و سپس خروجی (return\_sequences=True) منتقل شد تا ویژگیهای مکانی ثانویه استخراج گردد. در ادامه، از Conv1D بانرخ ۳۰۰ و GlobalAveragePooling1D برای فشردهسازی ویژگیها، Dropout با نرخ ۳۰۰ و لایههای Pense جهت تولید خروجی نهایی استفاده شد. این مدل نیز با همان تنظیمات آموزش داده شد و عملکردی مشابه یا در برخی موارد بهبود یافته ارائه داد. در این مدل نیز روند آموزش مانند مدل قبلی میباشد با این تفاوت که توفیق زودهنگام باعث توفیق در دوره ۳۱ با مقداریر Val\_loss = 1953.09 و Val\_loss = 29.476 شده است.

```
model_lstm_cnn = Sequential([
 LSTM(100, return_sequences=True, input_shape=(X.shape[1], X.shape[2])),
 Conv1D(filters=64, kernel_size=3, activation='relu', padding='same'),
 GlobalAveragePooling1D(),
 Dropout(0.3),
 Dense(64, activation='relu'),
 Dense(1)])
model_lstm_cnn.compile(optimizer=Adam(learning_rate=0.001), loss='mse', metrics=['mae'])
start_time_lstm_cnn = time.time()
history_lstm_cnn = model_lstm_cnn.fit(
 X_train, y_train,
 validation_data=(X_val, y_val),
 epochs=100,
 batch size=64,
 callbacks=[early_stop_cnn_lstm],
 verbose=1)
train time lstm cnn = time.time() - start time lstm cnn
y pred lstm cnn = model lstm cnn.predict(X test).flatten()
mae lstm cnn = mean absolute error(y test, y pred lstm cnn)
rmse lstm cnn = np.sqrt(mean squared error(y test, y pred lstm cnn))
log rmse lstm cnn = np.sqrt(mean squared error(np.log1p(y test), np.log1p(y pred lstm cnn)))
r2_lstm_cnn = r2_score(y_test, y_pred_lstm_cnn)
print(f"LSTM-CNN MAE: {mae_lstm_cnn:.2f}")
print(f"LSTM-CNN RMSE: {rmse_lstm_cnn:.2f}")
print(f"LSTM-CNN log-RMSE: {log_rmse_lstm_cnn:.2f}")
```

### ۷. پیادهسازی معماری LSTM + ATTENTION

در این مرحله، مدلی مبتنی بر شبکه LSTM همراه با لایه توجه (Attention Layer) طراحی و پیاده سازی شد تا دقت پیشبینی عمر باقی مانده (RUL) در داده های سری زمانی بهبود یابد. هدف اصلی از افزودن مکانیزم توجه، تمرکز مدل بر مهم ترین بازه های زمانی در طول هر پنجره ورودی بود، زیرا در داده های حسگری که دارای وابستگی های زمانی بلندمدت هستند، همه لحظات گذشته به یک اندازه تأثیر گذار نیستند. معماری مدل شامل یک لایه LSTM با ۱۰۰ واحد و خروجی ترتیبی، به همراه لایه الک الله توجه سفارشی برای وزن دهی به لحظات مختلف زمانی، و در ادامه لایه های Fully Connected با ۶۴ نرون و

Dropout ،ReLU دوم، و در نهایت یک لایه Dense برای پیشبینی Dropout ،ReLU به توجه به مورت سفارشی طراحی شد تا با یادگیری وزنهای قابل آموزش، خروجی زمانی LSTM را به مطور وزندار ترکیب کند؛ به طوری که اطلاعات مهمتر در تصمیم گیری مدل پررنگ تر شوند.مدل با استفاده از بهینه ساز Adam با نرخ یادگیری ۲۰۰۱ و تابع زیان MSE آموزش داده شد. برای جلوگیری از بیش برازش، مکانیزم EarlyStopping با معیار val\_loss و آستانه توقف ۱۰ دوره مورد استفاده قرار گرفت. پس از آموزش کامل مدل، عملکرد آن روی مجموعه آزمون بررسی شد.

کد ۱۰

```
class AttentionLayer(Layer):
  def __init__(self, **kwargs):
     super(AttentionLayer, self). init (**kwargs)
  def build(self, input_shape):
     self.W = self.add_weight(name="att_weight", shape=(input_shape[-1], 1,(
                      initializer="random normal", trainable=True(
     self.b = self.add_weight(name="att_bias", shape=(input_shape[1], 1,(
                      initializer="zeros", trainable=True(
     super(AttentionLayer, self).build(input_shape)
   def call(self, x):
     e = K.tanh(K.dot(x, self.W) + self.b)
     a = K.softmax(e, axis=1)
     output = x * a
     return K.sum(output, axis=1)
input layer = Input(shape=(X.shape[1], X.shape[2]))
lstm_out = LSTM(100, return_sequences=True)(input_layer)
dropout = Dropout(0.3)(lstm out)
attention_out = AttentionLayer()(dropout)
dense1 = Dense(64, activation='relu')(attention out)
```

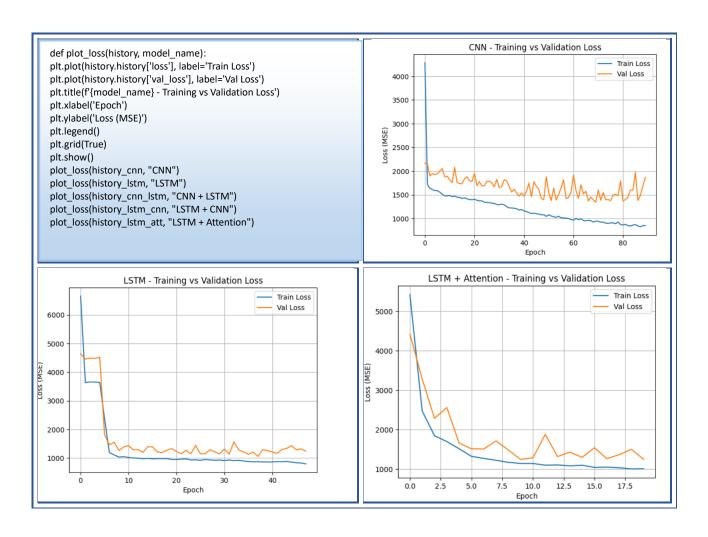
```
dropout2 = Dropout(0.3)(dense1)
   output = Dense(1)(dropout2)
   model lstm att = Model(inputs=input layer, outputs=output)
   model lstm att.compile(
      loss='mse.'
      optimizer=Adam(learning rate=0.001),
      metrics=['mae'])
   start time lstm att = time.time()
   history_lstm_att = model_lstm_att.fit(
     X_train, y_train,
     validation data=(X val, y val),
      epochs=100,
      batch size=64,
     callbacks=[EarlyStopping(monitor='val loss', patience=10,
restore_best_weights=True)],
     verbose=1)
   train_time_lstm_att = time.time() - start_time_lstm_att
   y pred att = model lstm att.predict(X test).flatten()
```

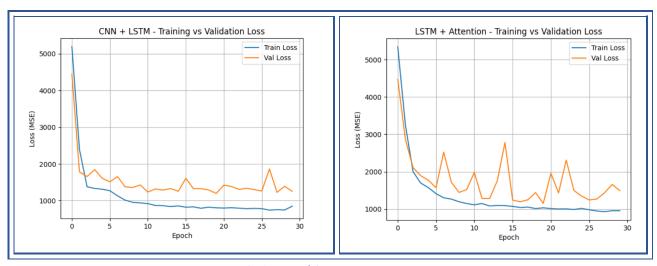
در این مدل، طی ۳۰ دوره آموزش داده شده است. در ابتدا، مقدار loss و معیار MAE در هر مجموعه آموزش و اعتبارسنجی بسیار بالا بوده و به ترتیب در epoch اول به حدود ۵۳۹۳ و ۵۳۰۸ میرسد. با گذشت دورهها، مدل به تدریج ۵۷۰۴ و در مجموعه اعتبارسنجی به ۴۴۷۳ و ۵۳۰۸ میرسد. با گذشت دورهها، مدل به تدریج بهبود یافته و مقادیر loss و MAE کاهش قابل توجهی پیدا کردهاند؛ بهطوری که در اواسط آموزش مقدار loss به زیر ۱۱۰۰ و MAE به حدود ۲۲ در مجموعه آموزش و حدود ۲۳ تا ۲۹ در اعتبارسنجی کاهش یافته است. هرچند روند کاهش خطا نسبتاً یکنواخت بود، اما در برخی دورهها نوساناتی در مقادیر loss و loss مجموعه اعتبارسنجی مشاهده میشود که ممکن است ناشی از نویز دادهها یا پیچیدگی مدل باشد؛ بهعنوان مثال در برخی epoch ها مانند ۷، ۱۱، ۱۵ و ۲۱، مقادیر sall این پیچیدگی مدل باشد؛ بهعنوان مثال در برخی مدل توانسته عملکرد خود را بهبود دهد و در نهایت به دلیل استفاده از Early Stopping، آموزش پس از ۳۰ epoch متوقف شده است. این توقف به منظور جلوگیری از Overfitting و حفظ تعادل بین دقت مدل روی دادههای آموزش این توقف به منظور جلوگیری از overfitting و حفظ تعادل بین دقت مدل روی دادههای آموزش و اعتبار سنجی انجام شده است.

# ٨. ارزيابي عملكرد مدلها

# نمودارها و مقایسهٔ بصری

برای ارزیابی روند یادگیری مدلها، منحنیهای خطای آموزش و اعتبارسنجی (برحسب معیار epoch) برای هر مدل رسم شد. این نمودارها نشان میدهند که مدلها در طی چه تعداد MSE) به پایداری در آموزش رسیدهاند و آیا نشانههایی از بیشبرازش در آنها دیده میشود یا خیر.



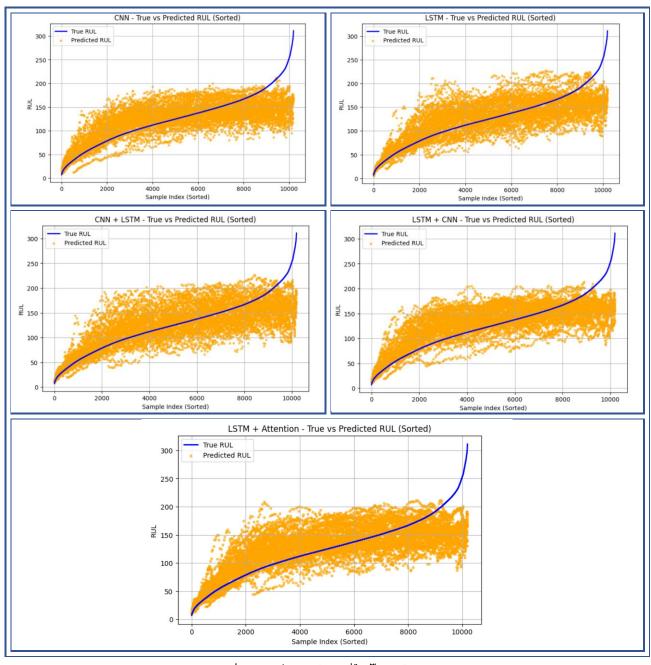


تصویر ۲، روند یادگیری مدلها

همچنین، برای بررسی کیفیت پیشبینی، نمودار مقایسهای بین مقادیر واقعی RUL و مقادیر پیشبینی شده توسط هر مدل روی دادههای تست ترسیم شد. این نمودار بهصورت نقطهای برای هر نمونه از داده تست رسم شد تا انحراف پیشبینیها از مقدار واقعی قابل مشاهده باشد.

کد ۱۱

```
def plot_pred_vs_true(y_true, y_pred, model_name):
  sorted_indices = np.argsort(y_true)
  y_true_sorted = np.array(y_true)[sorted_indices]
  y_pred_sorted = np.array(y_pred)[sorted_indices]
  plt.figure(figsize=(8,5))
  plt.plot(y_true_sorted, label='True RUL', color='blue', linewidth=2)
  plt.scatter(range(len(y\_pred\_sorted)), y\_pred\_sorted, label='Predicted RUL', color='orange', alpha=0.6, s=10)
  plt.title(f'{model_name} - True vs Predicted RUL (Sorted)')
  plt.xlabel('Sample Index (Sorted)')
  plt.ylabel('RUL')
  plt.legend()
  plt.grid(True)
  plt.show()
plot_pred_vs_true(y_test, y_pred_cnn, "CNN")
plot_pred_vs_true(y_test, y_pred_lstm, "LSTM")
plot_pred_vs_true(y_test, y_pred_cnn_lstm, "CNN + LSTM")
plot_pred_vs_true(y_test, y_pred_lstm_cnn, "LSTM + CNN")
plot_pred_vs_true(y_test, y_pred_att, "LSTM + Attention")
```



تصویر ۳، مقادیر پیشبینی شده هر مدل

### معیارهای ارزیابی مدل

برای ارزیابی عددی عملکرد مدلهای یادگیری، از مجموعهای از معیارهای کمی استفاده شد RMSE به عنوان شاخصی برای اندازه گیری بزرگی خطاها، خصوصاً در برابر مقادیر پرت، در نظر گرفته شد. برای تحلیل دقت عمومی مدل بدون توجه به جهت خطا، از MAE استفاده گردید.

همچنین، ضریب تعیین R² برای نشان دادن میزان تطابق پیشبینیهای مدل با دادههای واقعی به کار رفت؛ مقداری نزدیک به ۱ نشاندهنده قدرت پیشبینی بالا است. معیار میانگین درصد خطای مطلق (MAPE) نیز برای سنجش نسبی دقت مدل نسبت به مقادیر واقعی لحاظ شد. علاوه بر این، log-RMSE به منظور کاهش تأثیر مقادیر بسیار بزرگ و تحلیل بهتر توزیع خطاها محاسبه گردید. در نهایت، زمان آموزش (Training Time) نیز به عنوان شاخصی از کارایی زمانی مدلها برای مقایسه عملکرد اجرایی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج این ارزیابیها به تفصیل در جدول زیر برای مقایسه این ارزیابیها به تفصیل در جدول زیر آورده شده است.

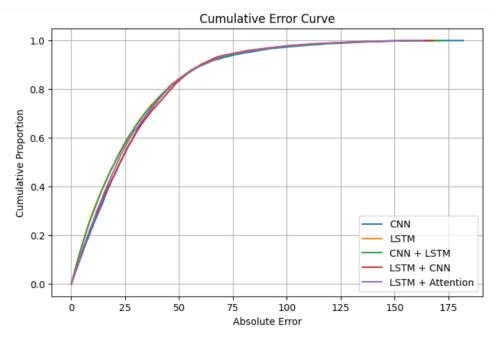
#### کد ۱۲

```
def evaluate_model(y_true, y_pred, training_time):
    rmse = np.sqrt(mean_squared_error(y_true, y_pred))
    mae = mean_absolute_error(y_true, y_pred)
    r2 = r2_score(y_true, y_pred)
    mape = np.mean(np.abs((y_true - y_pred) / (y_true + 1e-8))) * 100
    log_rmse = np.sqrt(mean_squared_error(np.log1p(y_true), np.log1p(y_pred))) # log1p = log(1 + x) for stability
    return {
        'RMSE': rmse,
        'MAE': mae,
        'R²': r2,
        'Training Time (s)': training_time,
        'MAPE (%)': mape,
        'log-RMSE': log_rmse }
```

جدول2، ارزیابی مدلها

مدل	RMSE	MAE	R <sup>2</sup>	زمان	MAPE	log-
				آموزش (ثانیه)	(%)	RMSE
CNN	38.93	28.95	0.491	48.67	24.15	0.288
LSTM	36.81	27.31	0.545	132.17	23.02	0.271
CNN	37.50	27.52	0.528	45.30	22.51	0.272
+LSTM						
LSTM +	38.38	29.47	0.506	87.41	26.04	0.291
CNN						
LSTM +	38.58	28.92	0.501	85.42	24.00	0.280
Attention						

در تحلیل عملکرد مدلها، یکی از روشهای بصری مفید، استفاده از نمودار تجمعی خطا در (Cumulative Error Curve) است. این نمودار نمایی کلی از توزیع خطاهای مطلق مدل در پیشبینیها ارائه میدهد. در این روش، خطاهای مطلق بین مقادیر واقعی و پیشبینیشده محاسبه و سپس بهصورت صعودی مرتب میشوند. در ادامه، نسبت تجمعی نمونههایی که خطای آنها کمتر از یک مقدار مشخص است، ترسیم میگردد.در نمودار حاصل، مدلهایی که منحنی آنها سریعتر به سمت بالا رشد میکند (یعنی در مقادیر خطای کمتر، درصد بیشتری از نمونهها قرار دارد)، عملکرد بهتری از خود نشان میدهند. به عبارت دیگر، چنین مدلهایی توانسته اند برای اکثر نمونه ها پیشبینی هایی با خطای پایین داشته باشند.



تصویر ۴، نمودار تجمعی خطا برای همه مدلها

در نمودار ارائهشده، مدلهای مختلف از جمله CNN ، CNN ترکیبهای LSTM ، ترکیبهای CNN + LSTM با یکدیگر و LSTM + CNN و همچنین مدل LSTM به همراه مکانیزم توجه (Attention) با یکدیگر مقایسه شدهاند. مشاهده می شود که تمامی مدلها رفتار نسبتاً مشابهی دارند، اما تفاوتهای ظریفی در دقت آنها نمایان است. به طور مشخص:

• مدل LSTM + Attention، در ناحیه ابتدایی منحنی، درصد بیشتری از نمونهها را با خطای پایین پیشبینی کرده که نشاندهنده عملکرد دقیق تر آن برای دادههای کمخطا است.

- مدلهای ترکیبی CNN + LSTM و CNN + LSTM نیز نسبت به مدلهای پایه ( CNN + LSTM یا CNN + LSTM تنها) عملکرد بهتری داشتهاند و منحنی آنها سریع تر به ۱ نزدیک شده است.
- مدل CNN به طور کلی کمترین درصد خطای بالا را نشان داده و از نظر دقت در بازههای گسترده، عملکرد مناسبی دارد.
- مدل LSTM با اینکه منحنی نزدیکی به سایر مدلها دارد، اما در برخی نقاط دقت کمتری را نشان داده است.

# ۹. تحلیل عملکرد مدلها

دراین بخش برای تحلیل کل تمرین، به سوالات طرح شده، پاسخ داده میشود.

# كدام مدل دقیق ترین پیشبینی را ارائه داد؟

با بررسی معیارهای ارزیابی عددی، مشخص شد که مدل LSTM دقیق ترین پیشبینی را ارائه داده است. این مدل کمترین مقدار (36.81) RMSE و (27.31) (27.31) و RMSE داده است. این مدل کمترین مقدار (36.81)  $R^2$  برابر با  $R^2$  برابر با  $R^2$  برابر با  $R^3$  برابر با  $R^3$  برابر با  $R^3$  برابر با  $R^3$  مدلسازی وابستگیهای زمانی در دادهها مناسب تر است معماری LSTM مربوط می شود که برای مدل سازی وابستگیهای زمانی در دادهها مناسب تر است و می تواند توالیهای زمانی طولانی مدت را بهتر یاد بگیرد. از سوی دیگر، مدل های ترکیبی مانند و می تواند توالیهای زمانی عملکرد بسیار نزدیکی به LSTM داشته اند و از نظر MAPE نیز بهترین مقدار (۲۲.۵۱٪) را ثبت کرده اند، که نشان دهنده دقت نسبی خوب آنها است.

# آیا هیچ یک از مدلها نشانههایی از بیشبرازش دارد؟

بررسی نمودارهای خطای آموزش و اعتبارسنجی نشان میدهد که مدلهای مختلف رفتارهای متفاوتی از خود نشان دادهاند. در مدل CNN خطای آموزش و اعتبارسنجی هر دو به مرور کاهش میابند، اما خطای اعتبارسنجی در مقایسه با خطای آموزش بالاتر باقی میماند که نشانهای از بیشبرازش است زیرا خطای اعتبارسنجی همچنان روند کاهشی دارد. در مقابل، مدل LSTM عملکرد متعادلی از خود نشان داده است، به طوری که هر دو منحنی خطا به صورت پایدار کاهش یافته و در نهایت همگرا شدهاند که نشان دهنده آموزش مناسب این مدل است. مدل ترکیبی CNN+LSTM در هر

دو حالت، در ابتدا روند مطلوبی داشتند، اما پس از epoch دهم تا پانزدهم، اختلاف بین خطای آموزش و اعتبارسنجی افزایش یافت که این امر نشانهای از شروع بیشبرازش میباشد. در مدل LSTM+ATTENTION نشانههای واضحی از بیشبرازش شدید دیده میشود. در این مدل، خطای اعتبارسنجی پس از کاهش اولیه، افزایش میبابد یا ثابت میماند، در حالی که خطای آموزش همچنان کاهش میبابد که نشان دهنده عدم توانایی مدل در تعمیم دهی به دادههای جدید است.

### تعادل بین دقت و زمان

این تحلیلها نشان می دهد که انتخاب مدل بهینه باید با در نظر گرفتن معیارهای چندگانه از جمله دقت، زمان آموزش و توانایی تعمیم دهی انجام شود و صرفاً تمرکز بر یک معیار خاص می تواند منجر به نتایج زیربهینه شود. از نظر تعادل بین دقت و زمان آموزش، مدل LSTM اگرچه دقیق ترین پیشبینی را ارائه داد، اما بیشترین زمان آموزش (۱۳۲.۱۷ ثانیه) را نیز به خود اختصاص داده است. در مقابل، مدل LSTM با زمان آموزش کمتر (۲۸۳۰ ثانیه) دقتی نسبتاً نزدیک به LSTM داشته و گزینه مناسبی محسوب می شود. مدل CNN نیز با کمترین زمان آموزش (۲۸۰۶۷ ثانیه) عملکردی قابل قبول داشته و از نظر بهرهوری محاسباتی انتخاب مناسبی است. این مقایسه نشان می دهد که انتخاب مدل نه تنها باید بر اساس دقت، بلکه با توجه به محدودیتهای محاسباتی و زمان اجرا صورت گیرد. در نمودار تجمعی خطا نیز دیده شد که مدل مدل دیرد، اما در کلیت، اختلاف عملکرد بهتری دارد، اما در کلیت، اختلاف عملکرد مدل ها چندان زیاد نیست و بسته به نیاز مسئله، می توان تعادل مناسبی بین دقت و زمان یافت.