Maths Eggenberg

Arian Dervishaj

October 9, 2023

Conversion

Méthode de la soustraction

1. $(78)_{10} = 64 + (78 - 64) = 64 + 8 + 6 = 64 + 8 + 4 + 2 =$
   $2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = (1001110)_2$

2. $(7904)_{10} = 2 * 60^2 + 11 * 60^1 + 44 * 60^0 = (021144)_{60}$

Méthode de la division

1. $7904/60 = 131\ r\ 44$
   $131/60 = 2\ r\ 11$
   $2/60 = 0\ r\ 2$
   $(7904)_{10} = (021144)_{60}$

Exercice

$(07211403)_{23} = 7 * 23^3 + 21 * 23^2 + 13 * 23 + 3 = (96'603)_{10} = (03071607)_{31}$

Représentation des entiers signées

Complément à base deux

- Si $X \geq 0 \rightarrow$ 1er bit est 0, X s'écrit sur les N-1 bits restants
- Si $X \leq 0 \rightarrow$ 1er bit est 1, X s'écrit sur les N-1 bits restants

Notation : Si X est exprimé en compéément à deux sur N bits, on notera $(X)_{\overline{2}^N}$

Conversion simplifiée

Exemple : $-72 = (?)_{\overline{2}^8}$

1. Convertir 72 en base 2 : $(01001000)_2$
2. Inverser les bits : $(10110111)_2$
3. Ajouter 1 en binaire : $(10111000)_2$
4. Et donc : $-72 = (10111000)_{\overline{2}^8}$

Reconversion en base de 10

- Si 1er bit $= 0 \rightarrow X = (...)_2$
- Si 1er bit $= 1 \rightarrow X = -2^{N-1} + (...)_2$

$(...)_2 = N - 1$ bits restants en base 2

Attention aux overflow

- $(5)_{10}$ $(0101)_{\overline{2}^8}$
- $+$ $(5)_{10}$ $(0101)_{\overline{2}^8}$
- $=$ $(10)_{10}$ $(1010)_{\overline{2}^8}$
- Alors que : $(1010)_{\overline{2}^8} = -2^3 + (010)_2 = -8 + 2 = -6$

Binaire à virgule

On ne peut que travailler avec des nombres avec des décimales **FINIES**.
Que vaut $(13.625)_{10} = (?)_2$

Methode par tatonnement

$\rightarrow 13.625 = 8 + 4 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{0}{4} + \frac{1}{8} = (1101, 101)_2$

Methode par multiplication

$13 = 2^3 + 2^2 + 2^0 = 1101$
$(0.625)_{10} = (?)_2 \rightarrow \frac{2*0.625}{2} = \frac{1.25}{2} = \frac{1}{2} + \frac{0.25}{2}$
$\frac{0.25}{2} = \frac{0.5}{4} = \frac{0}{4} + \frac{0.5}{4}$
$\frac{0.5}{4} = \frac{1}{8} + 0$

Partie entière : bit à garder.
Recommencer avec la partie décimal.
(Garder les bit dans l'ordre d'apparition.)

Nombres à virgule flottante

Ecriture scientifique : en base 10

$\pm x, y * 10^Z \quad z \in Z, y \in N, x \in \{1, \ldots, 9\}$

Encodage : En binaire

x_0 $x_1 \ldots x_8$ $x_9 \ldots x_{31}$

- Exposant
- Mantisse (23bits)

$(-1)^{x_0}(2)^{(x_1 \ldots x_8)_2 - 127}(1, x_9 \ldots x_{31})_2$

En 32 bits

- 11 bits pour l'exposants
- 23 bits pour la Mantisse
- 127 de décalage

En 64 bits

- 11 bits pour l'exposants
- 52 bits pour la Mantisse
- 1023 de décalage

Exemple :

1.

$(1 \quad 11001011 \quad 0010...0)_{float} = (-1) * 2^{203-127} * (1, \frac{1}{8}) = 1.125 * 2^{76}$

2.

$(-784)_{10} = (?)_{float}$ $784 = 2^9 + 2^8 + 2^4 = 1\ 10001\ 0000$
$e = 127 + 9 = 136 = 128 + 8 = 1000\ 1000$

$(1|\ 1000\ 1000\ |\ 10001\ 0000\ \overbrace{0 \ldots 0}^{14})_{float} = (-784)_{10}$

3.

$(0.07)_{10} = (0, 00\ 10001110100101000001\ )_2 = (1, 0) * 2^{-4}$
$e = 127 - 4 = 123 = 64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = 1111011$
$(0\ 1111011\ 10001110100101000001\ 00000)_{float} = (0.07)_{10}$