Algèbre booléenne

Table de vérité :

x	y	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$Z = f(x, y)$

Type de système logique

Système combinatoire :

- valeur de sortie à un instant t, dépend uniquement des val en entrée au meme temps t.
- le comportement est entierement descriptible par une table de vérité
- pour n entrées, la table à 2^n lignes
- la sortie est immédiate.

Système séquentiel

- val de sortie dépend de l'historique des entrées, de leur séquence dans le temps
- l'obtention d'un res peut demander plusieurs étapes
- le système à besoin d'une memoire pour se souvenir des res intermediaires

Forme canonique

algèbrique : $\mathrm{Maj}(a,b,c) = \overset{1}{\bar{a}bc} + \overset{2}{a\bar{b}c} + \overset{3}{ab\bar{c}} + \overset{4}{abc}$

décimale : $\mathrm{Maj}(abc) = \sum 3, 5, 6, 7$

algèbrique -> decimale : $\underbrace{(0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0)}_{1}, \underbrace{(1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0)}_{2}, \underbrace{(1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^1)}_{3}, \underbrace{(1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0}_{4}$

Logigrame : schéma avec porte logique (ex : logiscim)

Equivalences with Basic Connectives

Equivalence	*Name*
$p \wedge \mathbf{T} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Identity laws
$p \vee \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Domination laws
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotent laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation law

$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Commutative laws
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associative laws
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributive laws

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption laws
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Negation laws

Ordre des opérations :

1. ( )
2. not
3. and
4. or
5. $\rightarrow$
6. $\leftrightarrow$

Equivalences with Implications

TABLE 7 Logical Equivalences Involving Conditional Statements.

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$

$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$

$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$

$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$ *

$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$

$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

TABLE 8 Logical Equivalences Involving Biconditional Statements.

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$

$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

* $\equiv (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r \equiv \neg(p \vee q) \vee r$
$\equiv (p \vee q) \rightarrow r$