

0	16	→	24	→	56
1	33	→	65		
2	10	→	42		
3	27	→	75		
4	60				
5	5	→	37		
6					
7					

$$h(5) = 5$$

$$h(27) = 3$$

$$h(16) = 0$$

$$h(37) = 5$$

$$h(75) = 3$$

$$h(33) = 1$$

$$h(24) = 0$$

$$h(60) = 4$$

$$h(10) = 2$$

$$h(42) = 2$$

$$h(56) = 0$$

$$h(65) = 1$$

(1)

آریت قویں ۱۰۴۵

(2) قضیه: فرض کنید درخت RBT را می‌فراهمیم با درخت f که همبسته و همبسته و درخت f

برای x که تنها با استفاده از اطلاعات خود x و فرزندان راست و چپ x معلوم کرد.

در این صورت اعمال درخت در همان $O(\log n)$ انجام می‌شود.

اثبت قضیه: درخت f به درختی با درخت f که تغییراتی در درخت f که می‌تواند همبسته و درخت را

روی اعداد آن درخت تغییر دهد و درخت فرزندان آن. پس از آنجا که ارتفاع درخت RBT، $O(\log n)$ است

تغییر درخت f نیز از $O(\log n)$ می‌شود.

اثبات در درخت: افزودن یک برگ قبل از $fixup$: در $O(1)$ می‌توان $n.f$ را تعیین کرد زیرا x فرزندی ندارد

در $fixup$: حداکثر ۲ دوران داریم که در هر دوران تنها اگر عوض می‌شوند پس دوران برای

همان برای f از $O(\log n)$ است. پس کمالات درخت از $O(\log n)$

و به همبسته تر است زیرا درخت هم اثبات می‌شود (در $fixup$ فقط حداکثر ۳ دوران داریم)

(1) f : ارتفاع سبزه باشد: ارتفاع سبزه که f تنها به درخت و ارتفاع سبزه فرزندان خود که ثابت است

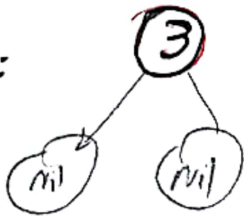
درطبق قضیه گفته شده اعمال درخت از همان $O(\log n)$ باقی می‌ماند

(2) f : عمق برگ باشد: عمق برگ به اعداد آن درخت وابسته دارد و وقتی درخت درخت را

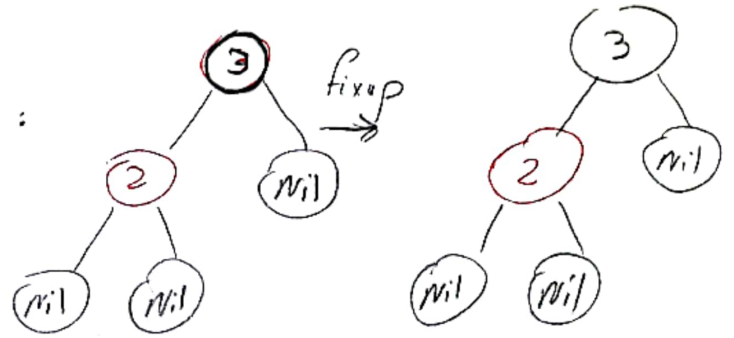
معدف می‌کنیم عمق تمام برگ‌ها نیز تغییر می‌کند پس اگر از $O(\log n)$ است.

③ اعداد ۱، ۲، ۳ را به ترتیب به یک RBT اضافه می‌کنیم (از چپ به راست)

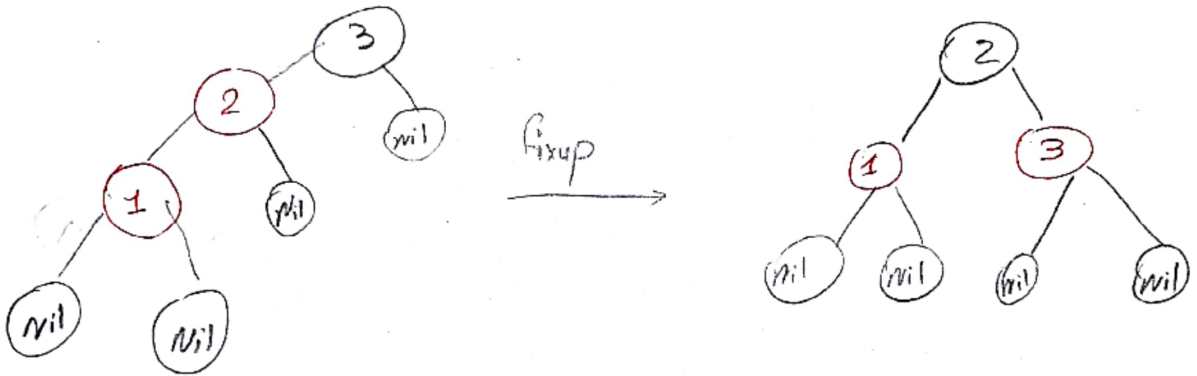
مرحله ۱:



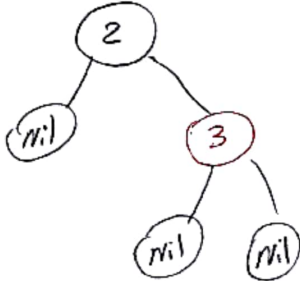
مرحله ۲:



مرحله ۳:



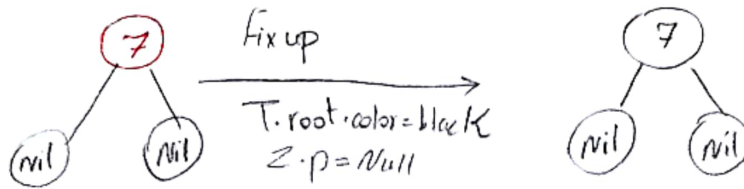
مرحله ۴:



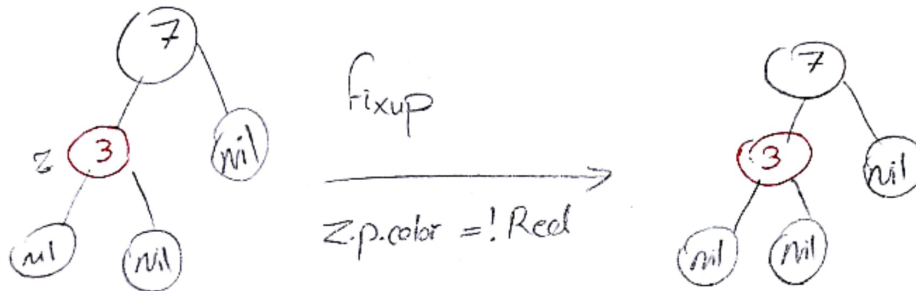
ملاحظات: در مرحله ۲ (قبل از اضافه کردن ۱) به درخت اضافه می‌کنیم. در مرحله ۳ به درخت اضافه می‌کنیم.

4) هر node ای که اضافه می‌کنیم در ابتدا قرمز است - اینست درخت اولیه بعد از BST insert

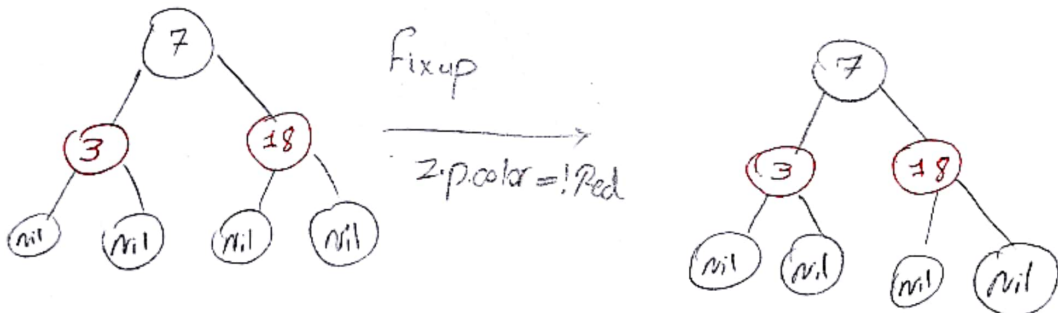
مرحله 1:



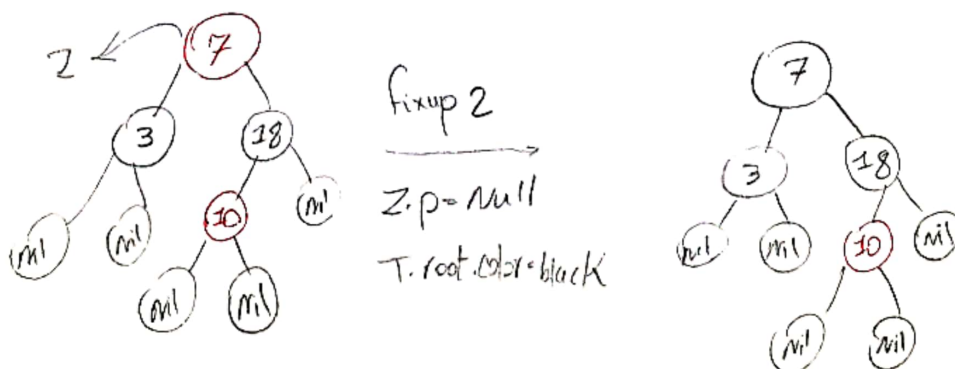
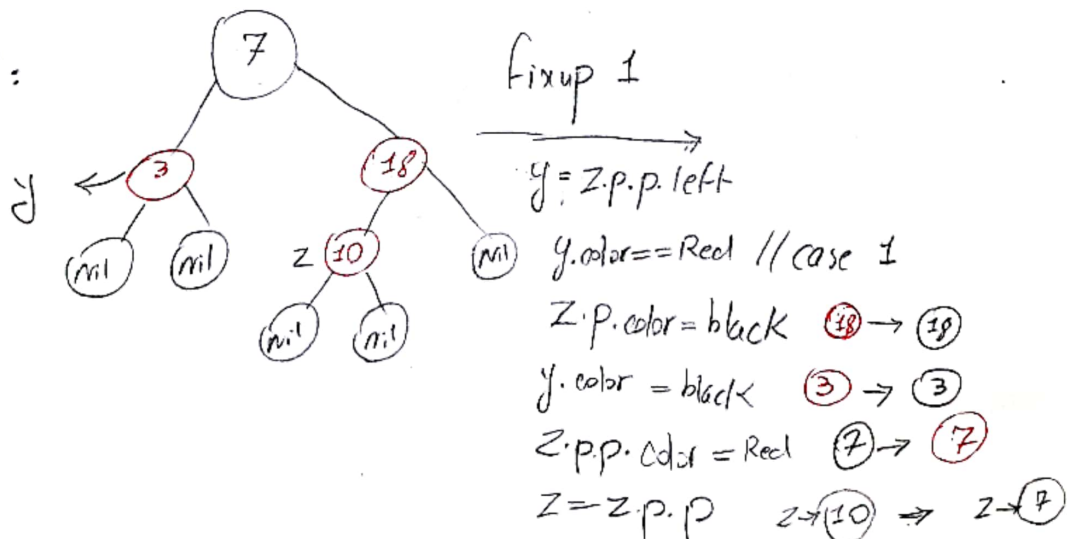
مرحله 2:



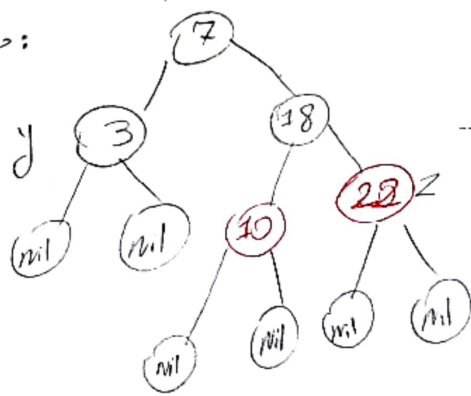
مرحله 3:



مرحله 4:



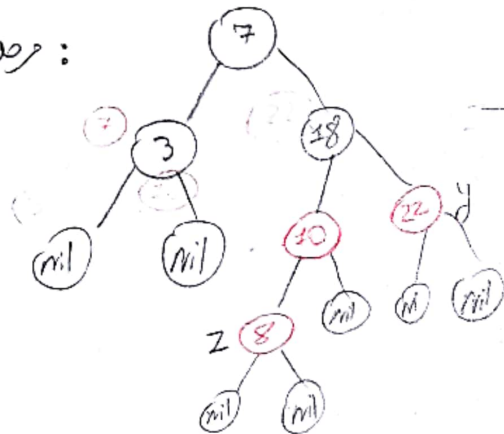
مرحله 5:



fixup

$z.p.color \neq \text{Red}$
پایین می‌ریم

مرحله 4:



fixup

$z.p = z.p.p.left$

$y = z.p.p.right$

$y.color == \text{Red}$ // case 1

$z.p.color = \text{black}$

$y.color = \text{black}$

$z.p.p.color = \text{red}$

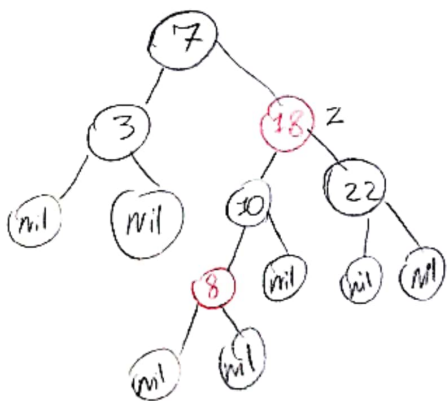
$z = z.p.p$

10 → 10

22 → 22

18 → 18

→

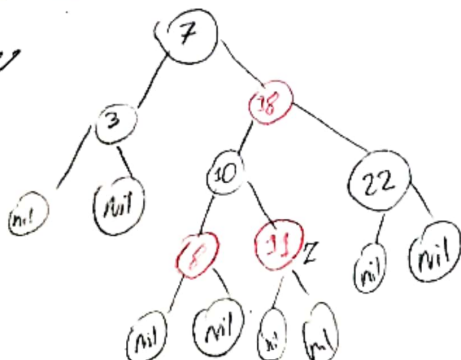


fixup

$z.p.color \neq \text{Red}$

پایین می‌ریم

مرحله 7:



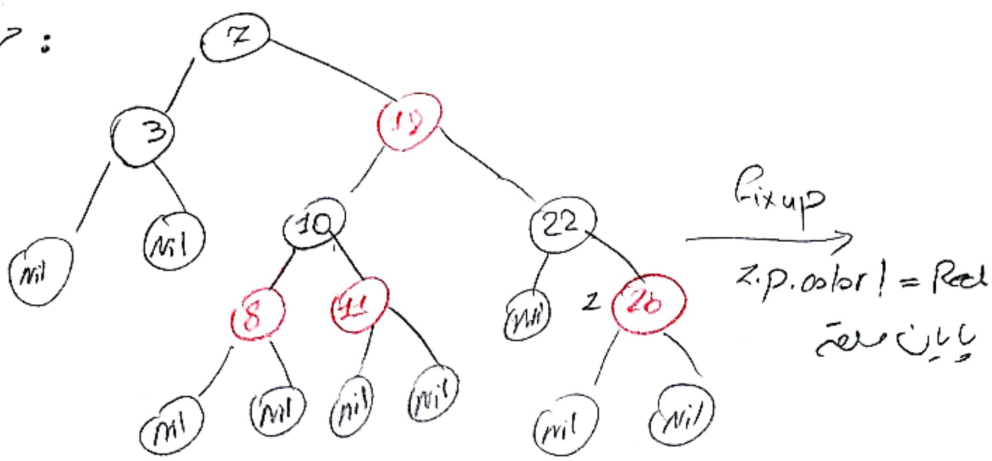
fixup

$z.p.color \neq \text{Red}$

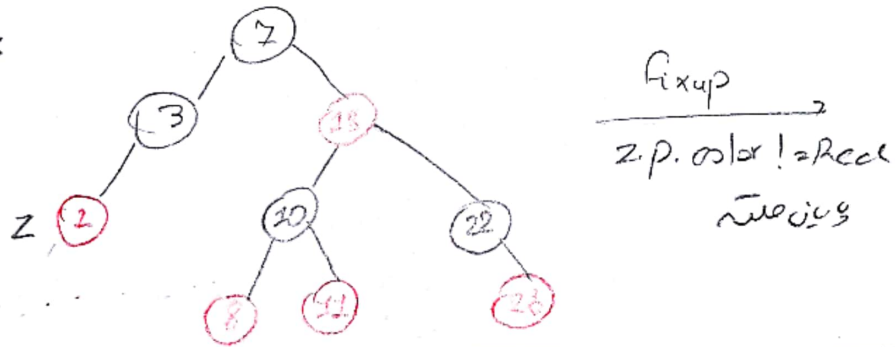
پایین می‌ریم

مرحلہ 8:

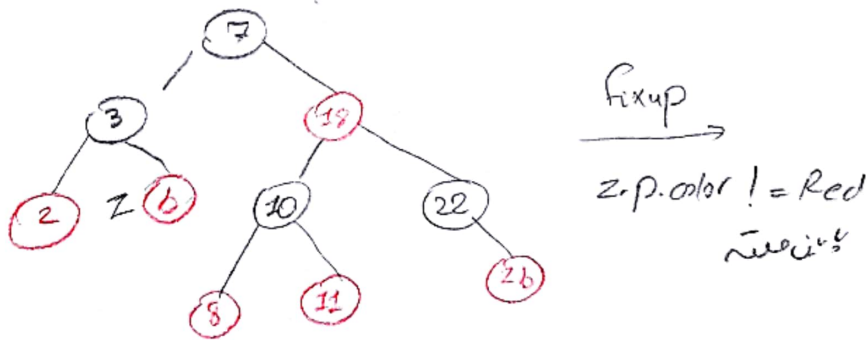
اداس سوال 4



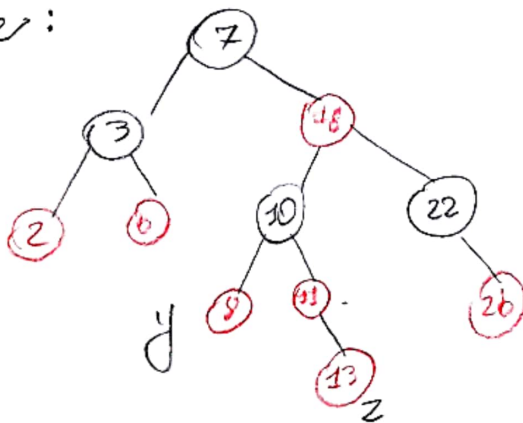
مرحلہ 9:



مرحلہ 10:



مرحلہ 11:



fixup¹

$z.p = z.p.p.right$

$y = z.p.p.left$

$y.color == red$ // case 1

$z.p.color = black$

$y.color = black$

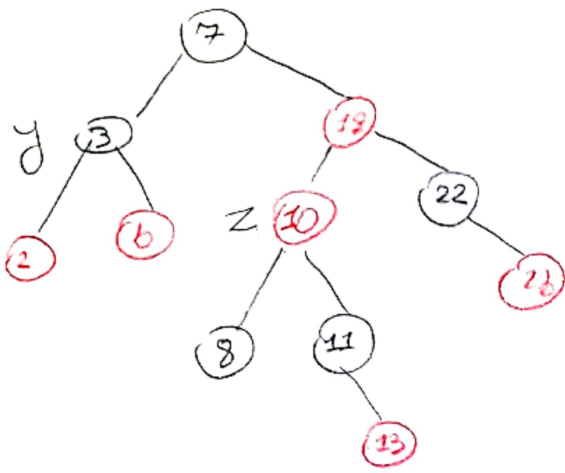
$z.p.p.color = red$

$z = z.p.p$

$11 \rightarrow 11$

$8 \rightarrow 8$

$10 \rightarrow 10$



fixup 2

$z.p == z.p.p.right$

$y = z.p.p.left$

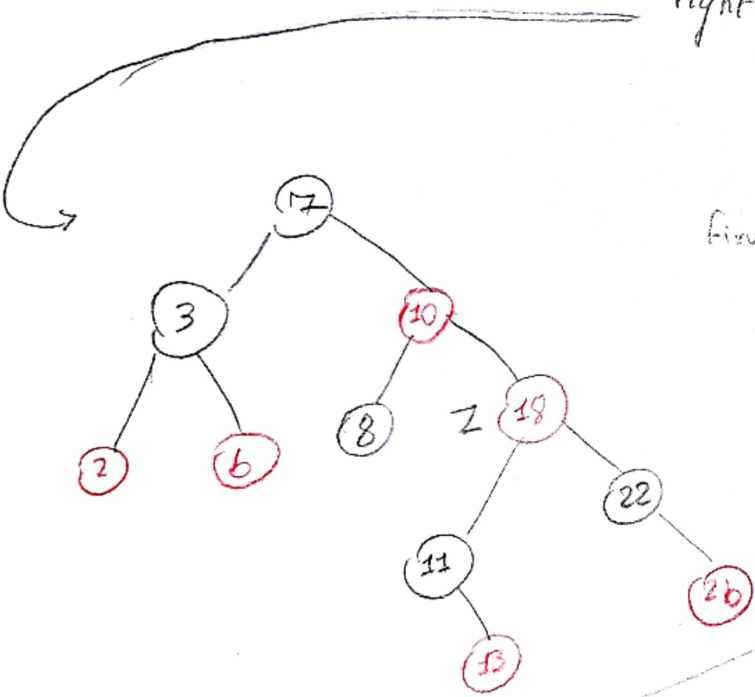
$y.color == black$

$z = z.p.left$ // case 5

$z = z.p$

right rotate (T, z) //

تبدیل: case b

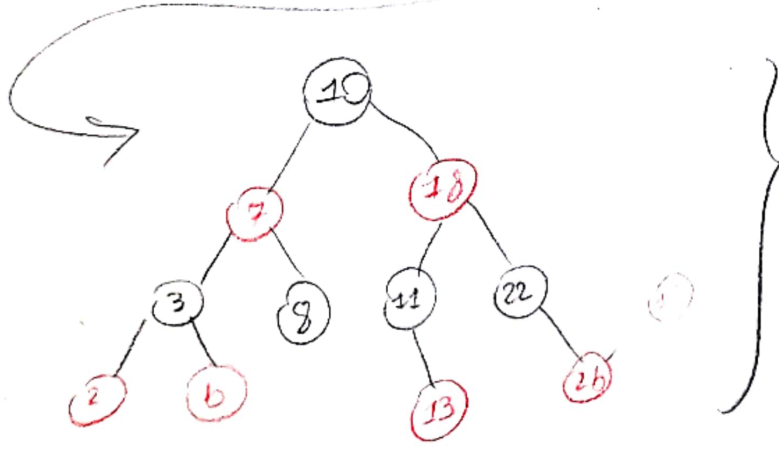
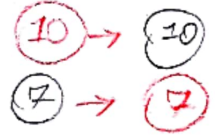


fixup 2 (دوباره)

$z.p.color = black$

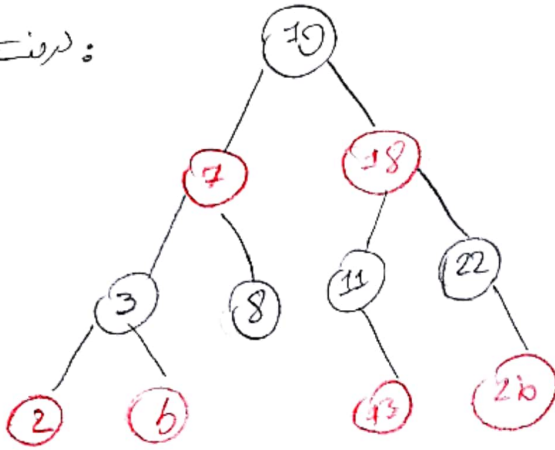
$z.p.p.color = Red$

left rotate (T, z.p.p)



درخت نهایی در صفت الف

درخت اولی :



مرحله 1

لین 18 :

Rb-delete :

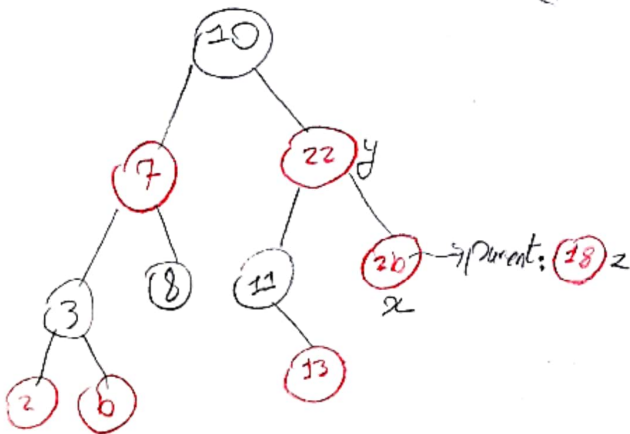
$z.\text{left} \neq T.\text{nil}$ and $z.\text{right} \neq T.\text{nil}$

$y = \min(z.\text{right}) \Rightarrow y = 22$

$y.\text{original color} = \text{black}$

$x = y.\text{right} \Rightarrow x = 26, x.p = z$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{b-Transplant}(t, z, y) \\ y.\text{left} = z.\text{left} \\ y.\text{left}.p = y; \\ y.\text{color} = z.\text{color} \end{array} \right.$



fixup

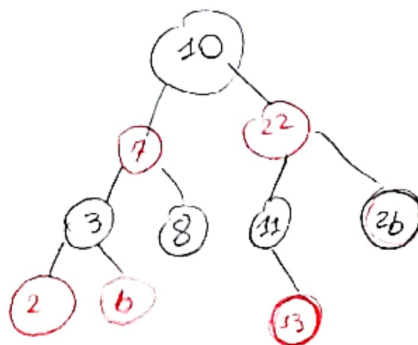
→

$x.\text{color} = \text{red}$

نمونہ

$x.\text{color} = \text{black}$

$26 \rightarrow 26$



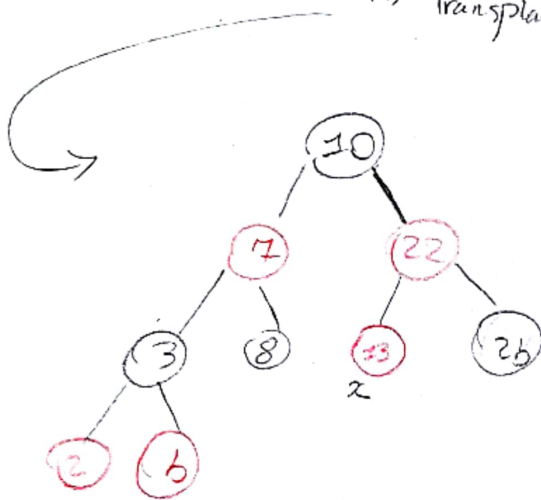
مرحلہ 2: Rb-delete: y-original color: black

11. نیو

z.left = t.nil

x = z.right \rightarrow x = 13

rb Transplant (T, z, z.right)



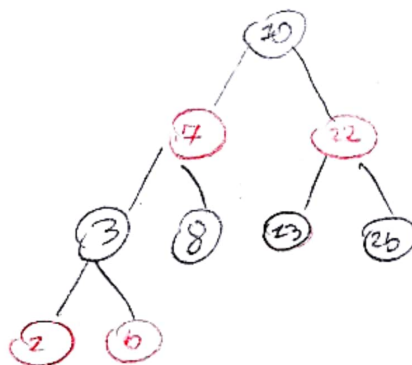
Fixup

x.color = !black

نمونہ

x.color = black

13 \rightarrow 13



مرحلہ 3: Rb-delete: z.left != T.nil and z.right != T.nil

3. نیو

y = min(T, z.right) \Rightarrow y = 6

y-original color = Red \rightarrow

x = Nil

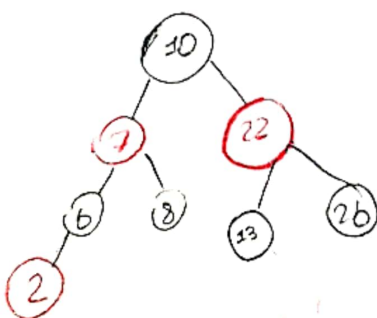
rb Transplant(T, z, y)

y.left = z.left

y.left.p = y;

y.color = z.color

مرحلہ Fixup



4 رد : Rb delete : $z.left \neq T.nil$ and $z.right \neq T.nil$

10 خط

$y = \min(T, z.right) \rightarrow y = 13$

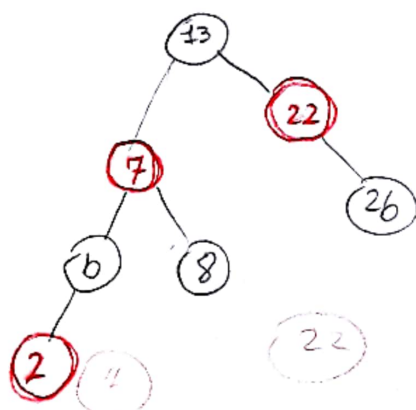
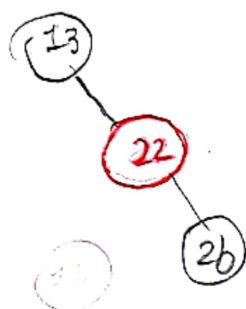
$y \text{-original color} = \text{black}$

$z = nil \rightarrow \text{fixup}$

$y.parent \neq z$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{transplant}(T, y, y.right) \\ y.right = z.right \\ y.right.p = y \end{array} \right.$

y:



$\left\{ \begin{array}{l} \text{transplant}(T, z, y) \\ y.left = z.left \\ y.left.p = y \\ y.color = z.color \end{array} \right.$

5 رد

22 حذف

فقط y را z.right در جبهه قرار بدهد : فقط فرزندان دارد : فقط 22 حذف

fixup تکرار

