

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ  
CAMPUS QUIXADÁ  
ÁLGEBRA LINEAR 2023.2  
1º AVALIAÇÃO PARCIAL

10/10

PROFESSOR WLADIMIR ARAÚJO TAVARES

Nome: Francineia Ariane dos Santos da Silva

Matrícula: [REDACTED]

1. (1.5) A decomposição de uma matriz é um processo que envolve reescrever a matriz original como um produto de duas ou mais matrizes mais simples de modo que revele informações úteis sobre a matriz original. Na fatoração LU, a matriz A é decomposta em duas matrizes: uma matriz triangular inferior (L) e uma matriz triangular superior (U). A fatoração LU de  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  é  $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  e  $U = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

A resolução de um sistema de equações lineares  $Ax = b \iff LUx = b$  usando a fatoração LU pode ser realizado em duas etapas:

- Passo 1: Resolução do sistema  $Ly = b$
- Passo 2: Resolução do sistema  $Ux = y$ :

Por exemplo,

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

pode ser resolvido em duas etapas:

1.5

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \iff y_1 = 1, y_2 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \iff x_2 = 3, x_1 = -4$$

Resolva o seguinte sistema linear:

(a)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

2. (3.0) Considere o seguinte sistema linear de duas equações e duas incógnitas:

$$x + my = 20$$

$$3x + ky = 72$$

3.0

- (a) Escreva a matriz ampliada do sistema acima  $[A|b]$ . Realize uma operação elementar para encontrar uma matriz equivalente  $[A'|b']$  tal que  $A'$  seja triangular superior.
- (b) Qual é a condição para que o sistema possua uma solução única?
- (c) Qual é a condição para o sistema de equações não tenha solução?

3. (3.0) Resolva os seguintes itens:

- (a) Calcule a matriz inversa da matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$
- (b) Um sistema linear  $Ax = b$  pode ser resolvido com o auxílio da matriz inversa da seguinte maneira:

$$Ax = b \Leftrightarrow A^{-1}Ax = A^{-1}b$$

$$\Leftrightarrow x = A^{-1}b$$

3,0

Resolva o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

4. (2.5) Resolva os seguintes itens:

- (a) (0.5) Seja  $A(1,5,0)$  e  $B(2,1,3)$ , encontre um vetor  $\vec{u}$  na mesma direção, sentido do vetor  $\vec{AB}$
- (b) (0.7) Encontre a equação paramétrica da reta  $r$  que passa pelo ponto A e que está na mesma direção e sentido do vetor  $\vec{u}$
- (c) (0.5) Mostre que o ponto  $C(3,-3,-6)$  pertence a reta  $r$ .
- (d) (0.8) Mostre que os pontos A, B e C são colineares.

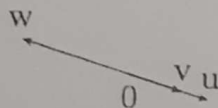
2,5

5. (1.0) A solução de um sistema linear  $Ax = b$  de 2 equações e 2 variáveis pode ser interpretado  $A = [\vec{u} \ \vec{v}]$  e  $b = [\vec{w}]$  queremos saber se o vetor  $\vec{w}$  pode ser gerado pelo vetor formado pelas colunas de A ( $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ ). Um vetor  $\vec{w}$  ser gerado por dois vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  significa que

$$\vec{w} = x_1\vec{u} + x_2\vec{v}$$

para  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ . Sabemos que o conjunto solução de um sistema linear pode ser vazio, possui uma solução única ou infinitas soluções.

- (a) O que acontece com o conjunto solução do sistema linear  $Ax = b$  quando  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  estão na mesma direção?



- (b) O que acontece com o conjunto solução do sistema linear  $Ax = b$  quando  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  estão na mesma direção e  $\vec{w}$  está em uma direção diferente?

