



Lógica Lógica Proposicional

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 1 - Clase 3





- Tablas de verdad
 - Tablas de verdad Armado
- 2 Análisis mediante tablas de verdad
 - Equivalencia lógica
 - Tautología
 - Contradicción
 - Contingencia
- Razonamientos
 - Razonamientos en el lenguaje natural
 - Indicadores
 - Formalización de un razonamiento
 - Validez de un razonamiento

¿Cómo analizar y comparar expresiones?

Al final de la clase anterior se presentaron algunos ejemplos de fórmulas bien formuladas que contenían más de una conectiva, por ejemplo:

$$\neg(p \land q)$$

También se mencionó que algunas fórmulas eran lógicamente equivalentes. Recuperemos algunos casos:

Las siguiente expresiones no son lógicamente equivalentes:

$$(\neg(p \land q) \ y \ (\neg p \land \neg q) \ (p \rightarrow q) \ y \ (q \rightarrow p)$$

En cambio, las siguientes expresiones sí son lógicamente equivalentes:

$$(p \wedge q) \ y \ (q \wedge p)$$

 $(p \wedge (q \wedge r)) \ y \ ((p \wedge q) \wedge r)$

Pero ¿cómo podemos saber el valor de verdad de un fórmula compuesta por más de una conectiva? ¿Cómo podemos determinar equivalencias lógicas?

Análisis mediante tabla de verdad

Comencemos por responder la primera de las preguntas.

La lógica nos brinda una herramienta eficaz y precisa para determinar los posibles valores de verdad de una proposición compuesta.

La misma consiste en un método denominado *Análisis mediante tabla de verdad*, y consta en elaborar una tabla de verdad para la proposición compuesta que contenga todas las proposiciones que la componen como pasos intermedios y así determinar los valores de verdad finales.

Para aplicar este método no hace faltan más conocimientos que los vistos hasta ahora. Sólo es cuestión de ordenar la información, y comprender el funcionamiento interno del método y los beneficios de contar con él. Con esto nos referimos a que la tabla a elaborar, no es más ni menos, que las tablas de verdad ya vistas en cada conectiva. La dificultad está en organizar todas las variable y conectivas que requiera la proposición a analizar.

Tabla de verdad

Así como en matemáticas, una expresión compleja se resuelve paso a paso, solucionando cada una de las operaciones por separado en un cierto orden, las tablas de verdad utilizan el mismo método, pero aplicado a las conectivas, obteniendo como resultado varias proposiciones compuestas "intermedias".

Recuperemos la última expresión de la primera página, la cual tiene 3 variables: $(p \land q) \land r$

No olvidar que dicha expresión representa información de nuestro universo, de la cual por el momento nos vamos abstraer.

Entonces, ¿cómo emplearíamos el método de análisis de tablas de verdad con esta proposición?



Tabla de verdad - Pasos para armarla

Para ello, veamos los pasos para armar una tabla de verdad que detalle todas las combinaciones de una proposición compuesta:

- Colocar una columna por cada variable que representa una proposición atómica
- 2 Completar las filas con los valores de verdad correspondientes. Pensar en todas las combinaciones posibles.
- Colocar las columnas de las proposiciones compuestas intermedias
- Completar las filas de las proposiciones compuestas intermedias aplicando la conectiva correspondiente



Tabla de verdad - Ejemplo

1. Colocamos una columna por cada variable

Como tenemos 3 variables, nuestras columna quedan:

 $p \mid q \mid r$

2) Completamos las filas con los valores de verdad

Recordemos que las proposiciones son binarias, por lo cual cada "celda" contendrá un único valor de verdad.

Ahora bien, ¿cuántas filas debemos completar en la tabla?

Bueno, como ya hemos mencionado, nos vamos a basar en las tablas de verdad de las conectivas, por lo cual debemos analizar todos los casos posibles. De esta manera, para cada caso completamos una nueva fila, con los valores binarios correspondientes.

Tabla de verdad - Ejemplo inicial

En principio pensemos que tenemos sólo las primeras 2 variables p y q, por lo cual sabemos que la tabla de verdad contendrá los siguientes valores

Ahora bien, pero ¿cómo hacemos para agregar la 3era variable? Se dificulta dado que las tablas de verdad de cada conectiva sólo contemplan 2 variables, por lo que ya no nos alcanza con "copiar" la tabla, necesitamos contar con una técnica que nos permita armar una tabla de cualquier tamaño de manera general.

Tabla de verdad - Armado de una tabla general

A continuación vamos a ver, de manera general, cómo crear una tabla de verdad completa, sin perder casos, ni duplicarlos.

Para esto llamemos n a la cantidad variables, y N a la cantidad de casos posibles, de manera que $N = 2^n$.

En nuestro ejemplo, como tenemos 3 variables, es decir, n = 3, la cantidad de casos posibles serán $N = 2^3 = 8$ en total. Esto en cuanto a la cantidad de filas, pero ahora veremos cómo completar los valores dentro de cada una.

Armado de una tabla general - Continuación

Si observan el orden de los valores en la tabla, se repite un comportamiento, es decir, hay un patrón. Entonces, la manera de completar los valores es aplicando la siguiente fórmula a cada columna: $N / 2^m$, siendo m = nro de columna actual.

Para nuestro ejemplo con N=8 casos posibles (combinaciones) nos queda:

- Columna 1: N/(2¹) -> 8/2 = 4. Es decir, completamos la columna con 4 filas V , y 4 filas F , alternadamente, cubriendo así los 8 casos.
- **2** Columna 2: $N/(2^2)$ -> 8/4 = 2. Es decir, completamos la columna con 2 filas V, y 2 filas F, alternadamente hasta cubrir los 8 casos.
- **3** Columna 3: $N/(2^3) \rightarrow 8/8 = 1$. Es decir, completamos la columna con 1 fila V , y 1 fila F , alternadamente hasta cubrir los 8 casos.

Tabla de verdad - Ejemplo continuación

Retomemos la expresión de ejemplo que teníamos

2) Procedamos a completar las filas con los valores de verdad de las 3 variables

Siguiendo la fórmula mencionada previamente, la tabla queda conformada de la siguiente manera:

Tabla de verdad - Ejemplo continuación

Bien, para avanzar recordemos la proposición a evaluar: $(p \land q) \land r$

Siendo que la proposición cuenta con 2 conjunciones, será necesario primero resolver el perimer términos y luego el de más afuera. De esta manera la tabla se completaría de la siguiente manera:

p	q	r	$p \wedge q$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Tabla de verdad - Ejemplo continuación

Ahora habrá que agregar una nueva columna con la 2da conjunción que involucra a la tercera variable r.

Veamos cómo queda:

р	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$
\overline{V}	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

IMPORTANTE: siempre se deben incluir las columnas intermedias o auxiliares, dado que las conectivas no operan sobre 3 variables. Por lo cual cada conectiva, a excepción de la negación, sólo se debe aplicar entre 2 columnas. ¡No más!

Valuaciones

Antes de continuar con el resto de los temas, vamos a introducir un término técnico empleado para las tablas de verdad: hasta ahora mencionamos el término *filas, combinaciones o casos*, pero éstas tienen un nombre específico en el vocabulario de la lógica: valuaciones.

Definición

Se denomina *valuación* al conjunto de valores de verdad asignados a cada proposición.

No siempre podemos saber cómo es el universo, pero podemos analizar todas las posibles valuaciones (las posibles combinaciones de valores de verdad) y encontrar resultados interesantes.





- Tablas de verdad
 - Tablas de verdad Armado
- 2 Análisis mediante tablas de verdad
 - Equivalencia lógica
 - Tautología
 - Contradicción
 - Contingencia
- 3 Razonamientos
 - Razonamientos en el lenguaje natural
 - Indicadores
 - Formalización de un razonamiento
 - Validez de un razonamiento

Utilidad de la tabla de verdad

Ahora bien, pensemos en la motivación de contar con una tabla de verdad.

Hasta ahora sabemos que necesitamos contar con una herramienta que nos permita visualizar todas posibles combinaciones de valores de verdad, *valuaciones*, que puede tener una proposición compuesta.

Pero, ¿Para qué nos puede servir?

Básicamente para analizar la información dentro de un contexto o universo, a partir de la cual poder tomar decisiones. De esta manera, esta herramienta nos va a permitir llegar a conclusiones de manera empírica y dejando evidencia de las mismas.

Para comprender un poco mejor este propósito, y tener un ejemplo más certero, vamos a utilizar este método para evidenciar lo aseverado al inicio de la presentación:

Que las siguientes proposiciones (expresiones) son lógicamente equivalentes: $(p \land (q \land r)) \ y \ ((p \land q) \land r)$

Para esto, vamos a recuperar partes de la tabla que ya habíamos armado para una de estas proposiciones, para extenderla con las columnas necesarias que contemplen las 2 proposiciones, y finalmente agregar una nueva, para aplicar la conectiva de equivalencia en cuestión. Luego, en base a la tabla obtenida, podremos analizar su contenido y obtener conclusiones.

La proposición resultante es:
$$(p \land (q \land r)) \leftrightarrow ((p \land q) \land r)$$

Siguiendo la misma estratega que la vez anterior, vamos a comenzar por construir las columnas para las proposiciones atómicas $(p, q \ y \ r)$ y, en el caso de las proposiciones compuestas, vamos a ir desde aquellas las más pequeñas hasta la proposición compuesta completa. Las proposiciones compuestas más pequeñas son $(q \land r)$ y $(p \land q)$.

↓□▶ ↓□▶ ↓□▶ ↓□▶ □ ♥९♥

Agregando las dos proposiciones compuestas a las columnas de las proposiciones atómicas, tenemos la siguiente tabla:

7	. /			
p	q	r	q∧r	$p \wedge q$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	V
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	F	F
F	F	F	F	F

Cuando agregamos la segunda conjunción a cada una de las proposiciones tendremos ya el valor de verdad de las proposiciones conectadas por la conectiva de equivalencia:

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge q$	$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

Ahora podemos armar la columna de la conectiva de equivalencia. Recordar que la conectiva de equivalencia denota un valor de verdad **VERDADERO** cuando las proposiciones que conecta tienen el mismo valor de verdad. De esta manera la tabla de verdad de la expresión que queremos evaluar queda de la siguiente manera:

р	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge q$	$p \wedge (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	F	F	V
F	F	V	F	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	F	V

IMPORTANTE:notar que siempre se deben agregar las columnas auxiliares que conforman la expresión a evaluar.

Equivalencia - Prueba

El análisis de la tabla de verdad nos permite saber que ambas proposiciones son equivalentes pues para toda valuación posible su valores de verdad son los mismos. Esto se puede deducir de la columna de la conectiva de quivalencia.

Si recordamos la tabla de verdad de la conectiva de equivalencia, sabemos que la conectiva sólo nos devuelve un valor de verdad VERDADERO cuando las proposiciones que conectan tienen el mismo valor de verdad, es decir, cuando ambas son VERDADERO o ambas son FALSO . En este caso, la columna de la conectiva de equivalencia nos devuelve VERDADERO para cada una de las ocho valuaciones, por lo que las proposiciones $(p \land (q \land r))$ y $((p \land q) \land r)$ tiene que tener siempre el mismo valor de verdad para cada valuación y, por tanto, son lógicamente equivalentes según la definición de equivalencia lógica que se dió anteriormente.

Equivalencia - Prueba

Pasemos a probar si las fórmulas $(p \rightarrow q)$ y $(q \rightarrow p)$ son equivalentes. Como en este caso ya tenemos las fórmulas, no es necesario la tarea de traducción y podemos pasar a construir la tabla de verdad en la que se une ambas proposiciones con una conectiva de equivalencia, como hicimos con los casos anteriores:

p	q	$p \rightarrow q$	$ q \rightarrow p$	$(p ightarrow q) \leftrightarrow (q ightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Equivalencia - Prueba

En la tabla de verdad podemos observar que la columna de la conectiva de equivalencia no es **VERDADERO** para todas las valuaciones (en las valuaciones 2 y 3 el valor de verdad es **FALSO**). Esto nos indica que el valor de verdad de las expresiones comparadas no es el mismo para todo caso posible. Y esto significa que no podemos usar ambas expresiones o proposiciones de manera homóloga, puesto que remplazar una expresión por otra cambiaría el valor de verdad de una proposición.

Tautología - Definición

Con lo que hemos visto hasta ahora podemos comenzara explorar las ventajas que trae el empleo de la lógica como una herramienta para la programación a un nivel más profundo.

La primera de ellas es que permite la construcción de tautologías.

Definición

Una tautología es una fórmula bien formulada que, para cualquier asignación de valores de verdad de la proposiciones que la componen, resulta siempre verdadera.

Esto quiere decir que el valor de verdad de una expresión o proposición tautológica siempre es **VERDADERO**, amén del valor de verdad de las proposiciones atómicas que la componen. Las proposiciones atómicas que componen una tautología podrían ser falsas y, aún así, la proposición compuesta que estamos analizando denotar **VERDADERO**.

Tautología - Ejemplo simple

Esta cualidad de las tautologías se debe a la forma de la fórmula, y no a su contenido. Pero, ¿cómo podemos determinar si una proposición es tautológica?, es decir, si su forma se corresponde con la de una tautología. Las tablas de verdad son un método efectivo para demostrarlo, dado que nos permite visualizar que para todos sus casos la fórmula siempre denota VERDADERO . Para comprobar si una proposición es una tautología requiere armar una tabla de verdad para dicha proposición, y luego analizar su contenido; y así constatar si todas las valuaciones son verdadera o no. Veamos un ejemplo sencillo. ¿Se puede asegurar que la proposición $p \vee (\neg p)$ es una tautología? Pues, armemos su tabla de verdad y analicemos el resultado obtenido:

$$\begin{array}{c|cccc} p & \neg p & p \lor (\neg p) \\ \hline V & F & V \\ F & V & V \\ \end{array}$$

Tautología - Ejemplo simple - Análisis

Analizando la tabla anterior vemos que la columna de la proposición compuesta tiene todas sus valuaciones VERDADERO, incluso aquellas en las que p y q (sus proposiciones atómicas) son falsas.

Por lo cual, podemos decir que $p \lor (\neg p)$ se trata de una **proposición** tautológica.

De esta manera, cualquier proposición que tenga dicha fórmula será tautológica, independientemente del valor de verdad de las proposiciones atómicas que la compongan.

Tautología - Ejemplo complejo

Conociendo este concepto, ¿qué otras proposiciones o expresiones podemos analizar?.

Cuando vimos la conectiva de equivalencia mencionamos que otras conectivas también cumplen con la propiedad conmutativa. Es decir que el orden en que aplicamos las variables (proposiciones atómicas) en una conjunción es indistinto. Por lo cual las proposiciones compuestas $(p \land q)$ y $(q \land p)$ son equivalentes. Como notarán, en este ejemplo estamos involucrar varios de los conceptos que venimos aprendiendo.

Por un lado, la equivalencia para comparar ambas fórmulas; y por otro lado, el análisis mediante la tabla de verdad para conocer si se trata de una tautología (último concepto). En cuyo caso, es que podemos afirmar que ambas proposiciones son equivalentes, y por lo tanto la conjunción es conmutativa.

Tautología - Ejemplo complejo - Análisis

Como ya sabemos, el primer paso será armar su correspondiente tabla de verdad. Quedando:

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$	$(p \land q) \leftrightarrow (q \land p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

Luego, analizando el resultado podemos observar que la equivalencia entre ambas proposiciones muestra que se trata de una tautología, dado que todas sus valuaciones denotan VERDADERO.

De esta manera queda empíricamente evidenciado que la conjunción cumple con la propiedad conmutativa, y por lo tanto, será posible utilizar de manera indistinta el orden de sus proposiciones atómicas, sin alterar la semántica de la proposición.

Contradicción - Definición

Así como existen fórmulas cuyo valor de verdad denotan VERDA-DERO, también hay fórmulas cuyo valor de verdad siempre denotan FALSO. Estas son las contradicciones.

Definición

Una contradicción es una fórmula bien formulada que, para cualquier asignación de valores de verdad de la proposiciones que la componen, resulta siempre falsa.

Al igual que con las tautologías, una contradicción lo es debido a la forma que tiene y no a su contenido y, de manera inversa a la tautología, una contradicción es FALSO aún en el caso de que todas las proposiciones atómicas que la componen tengan el valor de verdad VERDADERO.

Contradicción - Ejemplo

El ejemplo más sencillo de una contradicción es la fórmula: $p \land (\neg p)$

Si armamos la tabla de verdad para dicha proposición podemos constatar que se trata de una **contradicción**, pues, sea la valuación que sea, **siempre denota FALSO**. Veamos:

$$\begin{array}{c|cccc}
p & \neg p & p \land (\neg p) \\
\hline
V & F & F \\
F & V & F
\end{array}$$

Contingencia - Definición

Ahora bien, una buena cantidad de fórmulas pueden obtener valuaciones con valores de verdad **VERDADERO** y otras valuaciones con valores **FALSO**, en este caso sí dependiendo del valor de verdad de las proposiciones atómicas que las componen. A esta clase de fórmulas se las denomina **contingencias**.

Definición

Una contingencia es una fórmula bien formulada, cuyo valor de verdad puede ser verdadero o falso, dependiendo del valor de verdad de las proposiciones que la componen.

Sin darnos cuenta, ya vimos casos de fórmulas que son contingencias. Por ejemplo la fórmula: $(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$ es una contingencia. La demostración la dejamos para que la realicen ustedes, dado que sigue los mismos pasos vistos en el ejemplo de la tautología.





- Tablas de verdad
 - Tablas de verdad Armado
- 2) Análisis mediante tablas de verdad
 - Equivalencia lógica
 - Tautología
 - Contradicción
 - Contingencia
- Razonamientos
 - Razonamientos en el lenguaje natural
 - Indicadores
 - Formalización de un razonamiento
 - Validez de un razonamiento

Las proposiciones como medio, no como fin

Hasta ahora hemos trabajado con proposiciones *sueltas*, es decir, oraciones que proveen información, pero sin relación alguna. Sin embargo, la lógica es una herramienta que permite explotar aún más nuestro lenguaje para poder estructurarlo. Su gracia es comprender como *varias proposiciones* se interrelacionan para, así, poder conocer las características del universo.

La traducción de una proposición a su fórmula, no es el objetivo final, sino que es sólo una parte del proceso que nos va a permitir expresar y extraer información útil.

Para ampliar y entender mejor este concepto, será necesario recordar la definición de lógica:

Definición

La lógica es la ciencia formal que estudia los principios de la demostración y *la inferencia válida*.

Inferencia válida

Si se observa la definición, una de sus partes está resaltada en negrita, lo cual no es casual. Siendo que ya hemos analizado cada una de ellas en su momento, en esta instancia haremos foco particularmente en la *inferencia válida*, dado que nos lleva al objetivo final de la lógica: poder elaborar y analizar razonamientos.

¿Cómo sería esto?

Pues bien, antes de avanzar recordemos la definición que teníamos de razonamiento:

Definición

Un razonamiento es un conjunto de información en el cual, a partir de *información previa* y mediante una inferencia, se desprende *nueva información*.



Razonamiento

Pero entonces ... ¿dónde se utilizan las proposiciones? y, ¿cómo es que se relacionan entre sí?

Para ello ajustemos un poco nuestra definición de razonamiento, utilizando términos un poco más técnicos y formales:

Definición

Un razonamiento es un conjunto de *proposiciones*, de las cuales una o más de una son sus *Premisas (información previa)*, y una y sólo una es su *Conclusión (nueva información)*, que se obtiene mediante una *inferencia*.

Tipos de razonamientos

A modo de conocimiento general, es importante conocer que la lógica cuenta con varios tipos de razonamientos dependiendo de su forma:

- Razonamientos inductivos
- Razonamientos deductivos

Los *razonamientos inductivos* se focalizan en la observación de los objetos de estudio, analizando sus características y comportamiento, y realizando una comparación para arribar a una conclusión, pero *sin poder probarlo*, es por esto que son más utilizados en *otro tipo de profesiones y disciplinas*.

Los *razonamientos deductivos*, en cambio, no se basan en la generalización ni comparación de casos, sino que *deducen* su conclusión a partir de información dada. De esta manera, pueden *asegurar una conclusión*, a diferencia del resto, que sólo pueden decir qué tan probable es la conclusión arribada. Por tal motivo es que los *razonamientos deductivos* son *más propicios para la informática*, y por tanto serán *el único tipo de razonamiento* con el que trabajaremos en la materia.

Razonamiento deductivo

Para poder avanzar, será necesario profundizar en la definición de este tipo de razonamiento, con el cual trabajaremos de ahora en adelante.

Definición

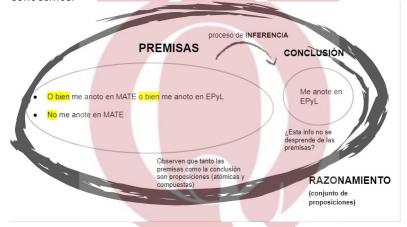
Los razonamientos deductivos, son aquellos en los cuales la conclusión se infiere necesariamente de las premisas.

¿Qué significa esto?

Bien, esto quiere decir que se estructura la información dada de forma tal que permite llegar a una conclusión, la cual es nueva información. La novedad de esta información no está en el contenido, sino en la organización de la información dada (las premisas). La conclusión, entonces, se extrae de las premisas, es decir, se deduce de las premisas. Esto significa que si se parte de premisas VERDADERO , la conclusión necesariamente será VERDADERO.

Razonamiento - Ejemplo gráfico

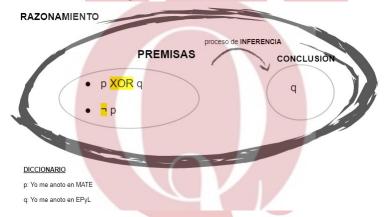
Observar el siguiente razonamiento expresado en lenguaje natural, que ya conocemos:



Razonamiento - Ejemplo gráfico - Continuación

Siendo que ya sabemos formalizar las proposiciones, podríamos expresar el ejemplo anterior de la siguiente manera:

Recuerden que la lógica no se basa en el contenido, sino en su forma



Partes de un razonamiento deductivo

Como estuvimos viendo, todos los razonamientos se componen de 2 partes: *premisas* y *conclusión*.

Por una cuestión de comodidad, y como ya hemos aclarado, nos vamos a focalizar sólo en los razonamientos deductivos, es por ello que de ahora en adelante, cuando utilicemos la palabra "razonamiento," estaremos hablando siempre de los razonamientos deductivos.

Partes de un razonamiento deductivo - Continuación

Pues bien, retomando las partes de un razonamiento, ampliemos sobre los términos nuevos. Veamos la definición formal de ambos:

Definición de premisa

Las *premisas* son *proposiciones* (atómicas o compuestas) con las que contamos a priori como información que asumimos como verdadera.

Definción de conclusión

Una *conclusión* es una *proposición*, (atómica o compuesta), la cual, si el razonamiento es correcto y las premisas efectivamente son verdaderas, será verdadera.

Observar que, cuando hablamos de premisas, el término está expresado en plural, mientras que conclusión está expresado en singular. Esto se debe a que un razonamiento puede tener 1 o N premisas, pero sólo una (1) única conclusión. 4 D > 4 A > 4 B > 4 B >

41 / 77

Razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo

Al momento de hablar, probablemente sin darnos cuenta, elaboramos muchos razonamientos. Esto es, en base a una hipótesis (información previa, o premisas formalmente hablando), llegamos a nueva información, o mejor dicho a una conclusión.

Veamos el siguiente razonamiento de ejemplo:

"La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda."

Analicemos cada una de sus partes:

Tenemos la hipótesis (suposición hecha a partir de ciertos datos) formulada por "La tierra es plana o redonda", y por "La tierra no es plana" (cómo hayamos obtenido dicha hipótesis no es relevante, tal vez como experimento de una investigación), pero lo que sí es importante es entender que de allí obtenemos las premisas.

También llegamos a una conclusión: "La tierra es redonda", en base a las premisas planteadas.

Razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo (continuación)

Pero, ¿cómo sabemos que se trata de un razonamiento? y, ¿por qué resolvimos que 'La Tierra es redonda' es la conclusión? Porque encontramos un indicador de conclusión: "Por lo tanto"

Veamos ahora de qué tratan estos indicadores y cómo nos pueden ayudar al momento de tener que identificar las premisas y la conclusión de un razonamiento.

Identificando las partes de un razonamiento

Como no hay una única manera de expresarnos, el razonamiento no tiene una forma exclusiva, pero sí puede tener ciertos indicadores, que nos ayudan a identificar cada una de sus partes.

¿Qué es un indicador?

Pues ni más ni menos que una palabra o expresión que nos ayuda a identificar dónde comienza una premisa o una conclusión, es decir, nos indica (valga la redundancia) que la proposición que viene a continuación es una premisa o una conclusión respectivamente, de la misma manera, que ya hemos visto para el caso de las conectivas.

De este modo, tendremos entonces *indicadores tanto de premisas* como de conclusión.

A continuación veamos algunos ejemplos de indicadores de conclusión.

Indicadores de conclusión

Contamos con los siguientes ejemplos:

- Por lo tanto
- En consecuencia
- Se concluye que
- Se deduce
- Es por ello que

- Por ende
- Luego
- Entonces
- Por lo cual

Nuevamente, el lenguaje natural es muy amplio, y por tanto hay muchas posibilidades. Poder identificar claramente cuándo se habla de una conclusión es muy útil para gente que estudia las ciencias sociales. En cambio, en nuestra disciplina, al focalizar en que un razonamiento tenga sentido, la conclusión, la veremos sólo como nueva información que nos permita estructurar dicho razonamiento para conocer su validez.

Otra forma de razonamiento en lenguaje natural - Ejemplo 2

Ahora veamos un nuevo ejemplo:

"La Tierra es redonda. Esto es así porque la Tierra es redonda o plana. Pues la Tierra no es plana".

Si observamos a nivel semántico, notamos que no difiere del 1er ejemplo, es decir, se llega a la misma conclusión, partiendo de las mismas premisas. Pero entonces ¿cómo nos damos cuenta cuál es la conclusión sin un indicador de conclusión, y por tanto, que se trata de un razonamiento?

A ver, analicemos un poco, si un razonamiento tiene 2 partes, premisas y conclusión, y no contamos con un indicador de conclusión. ¿con qué sí contamos?

Exactamente, con *indicadores de premisas*.

Veamos, entonces, ejemplos de indicadores de premisas.



Indicadores de premisa

Recordemos que un indicador es una palabra o expresión que indica que la proposición o conjunto de proposiciones que siguen a continuación corresponden a premisas (en este caso).

Aquí algunos ejemplos:

- Dado qué
- Ya qué
- Esto es así porque
- Porque

- Esto se sigue de
- En vista de que
- Pues
- Sabemos que / Se sabe que

Tener en cuenta que en algunos casos contaremos con ambos indicadores, pero en otros, sólo con uno de ellos. Lo mismo sucede con el orden, la conclusión no necesariamente se ubica al final del razonamiento, de hecho, en el 2do ejemplo, la conclusión se encuentra al principio, antes que el resto de la información.

Identificando las partes de un razonamiento - Ejemplo

Ahora bien, retomemos el 1er ejemplo: "La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda". El razonamiento se compone de dos premisas y una conclusión (identificada por el indicador "por lo tanto"). Tenemos, entonces:

- La Tierra es plana o es redonda. (Premisa).
- La Tierra no es plana. (Premisa).
- La Tierra es redonda. (Conclusión).

Si analizamos las premisas y la conclusión e identificamos las conectivas, podemos ver que, en realidad, *sólo hay dos proposiciones* atómicas:

- La Tierra es plana
- La Tierra es redonda

Luego, las premisas, en este caso, son proposiciones compuestas por alguna o ambas proposiciones atómicas.

Razonamientos en lenguaje proposicional - Introducción

Como se darán cuenta, conforme avanzamos en los temas, vamos sumando conceptos nuevos, pero los conceptos que ya vimos los seguimos aplicando, sólo que en temas más complejos y de manera más integrada. Este es el caso para estructurar el razonamiento mediante las fórmulas que nos provee la lógica proposicional, tal como hemos aprendido en la presentación anterior.

Para ello, vamos a extrapolar la fórmula (traducir) en base a las proposiciones en lenguaje natural, comenzando por traducir las conectivas de cada proposición según la simbología correspondiente:

- La Tierra es plana ∨ La Tierra es redonda.
- ¬ La Tierra es plana.
- La Tierra es redonda.

Recordemos que los razonamientos pueden tener muchas premisas, pero sólo una única conclusión.

Estructura de un razonamiento

Dado todo lo aprendido hasta ahora, y a modo de resumen, sabemos que un razonamiento debe contar con 2 partes: premisas (o premisa) y conclusión, y que puede haber indicadores para identificarlas.

Hasta aquí lo referente al lenguaje natural. Pero, al momento de traducir un razonamiento al lenguaje de la lógica proposicional necesitaremos de una estructura que lo represente. La misma contempla cada una de sus partes, pero dejando de lado los indicadores.

Esta estructura formal consiste en colocar cada premisa en un renglón independiente, y la conclusión como última instancia, separándose del resto, mediante una línea horizontal.

He aquí el ejemplo anterior con dicha estructura formal:

La Tierra es plana ∨ La Tierra es redonda
¬ La Tierra es plana

La Tierra es redonda



Razonamientos en lenguaje proposicional - Formalización

Siendo que ya contamos con el razonamiento en lenguaje natural de manera estructurada, para traducirlo al lenguaje de la lógica proposicional debemos primero crear el diccionario correspondiente, y luego, mediante sus fórmulas, traducirlo respetando la estructura mencionada, tal como hemos aprendido en la presentación anterior.

En este sentido es que utilizamos los conocimientos que ya hemos aprendido (proposiciones y su formalización,) para avanzar sobre nuevos conceptos (razonamientos).

En breve veremos la formalización de este ejemplo, pero para ello primero vamos a avanzar un poquito más.

¿Cuándo un razonamiento es válido?

Bien, ya sabemos qué es un razonamiento y que estamos trabajando particularmente con razonamientos deductivos. También aprendimos cuál es su estructura y cómo formalizarlo. Pues entonces, ¿esto quiere decir que se puede escribir cualquier "párrafo" y ya se trata de un razonamiento deductivo válido? Veamos un ejemplo:

"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Asia es otro continente."

¿Creen que dicho razonamiento es válido?, ¿Cómo se dan cuenta?

A simple vista, es decir, de manera intuitiva, pareciera ser que no es válido porque no tiene sentido. Pero a no preocuparse, que ya contamos con herramientas para probar la validez de un razonamiento.



Validez de un razonamiento

Antes de ahondar en las cuestiones prácticas, recordemos la definición de razonamiento deductivo, dado que ahí está la clave para comprobar su validez:

Los razonamientos deductivos, son aquellos en los cuales la conclusión se infiere necesariamente de las premisas.

Esto nos lleva a la siguiente definición:

Validez de un razonamiento

Un razonamiento es válido cuando para *todas las valuaciones* en las que *todas sus premisas son verdaderas*, su conclusión también es verdadera.

Podemos decir, entonces, que si encontramos alguna valuación (caso) en la cual todas las premisas son **VERDADERO**, pero la conclusión es **FALSO**, estamos frente a un razonamiento inválido, dado que no se está cumpliendo con la definición de validez de razonamiento.



Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Planteo

Bien, recordemos que habíamos aclarado que ya teníamos herramientas para probar la validez de un razonamiento. Como se imaginarán, si estamos hablando de casos con valuaciones, esta herramienta, no es más ni menos que el proceso mediante *las tablas de verdad (TDV)*.

Para poner en práctica este concepto, retomemos el 1er ejemplo y utilicemos la estructura formal para traducir razonamientos que habíamos planteado:

La Tierra es plana V La Tierra es redonda

¬ La Tierra es plana

La Tierra es redonda

Una vez formalizada la estructura, como 2do paso debemos traducir las proposiciones atómicas al lenguaje de lógica proposicional. Esto implica tomar cada proposición y representarla con una letra.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Fórmula

Como ya hemos aprendido, para crear las fórmulas, debemos armar su diccionario. Recordar que ya hemos planteado las proposiciones atómicas para este ejemplo (de ser necesario volver a revisar la hoja correspondiente). Así, nuestro diccionario nos queda planteado de la siguiente manera.

Diccionario:

p = "La Tierra es plana"

q = "La Tierra es redonda"

Utilizando el diccionario podemos escribir el razonamiento mediante el lenguaje de la lógica proposicional:

Premisa 1: $p \lor q$

Premisa 2: $\neg p$

Conclusión: q



Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - TDV

Siendo que ya sabemos armar tablas de verdad, no ahondaremos en dicho proceso en este momento. En caso de tener dudas al respecto, consultar el material anterior.

Habiendo aclarado esto, nos queda la siguiente tabla de verdad:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión	
р	q	$p \lor q$	$\neg p$	q	
V	V	V	F	V	
V	F	V	F	F	
F	V	V	V	V	
F	F	F	V	F	

Prestar atención a que:

- 1) Es necesario distinguir las premisas y la conclusión con un título.
- 2) Por más que la conclusión se corresponda con la variable "q", es necesario volver a escribirla en su columna correspondiente, dado que representan conceptos distintos.

Validez de un razonamiento - TDV - Paso a paso

Entonces, finalmente ¿este razonamiento es válido o inválido? Para responder esta pregunta, debemos tener presente la definición de validez de un razonamiento, y analizar su tabla de verdad, cuya información contempla todos los casos posibles. Para ello, y para prevenir posibles errores, les dejamos una "receta general" con el paso a paso de esta instancia final:

- Marcar aquellas valuaciones donde la 1era premisa es verdadera
- Marcar las valuaciones donde la 2da premisa es verdadera
- Oescartar las valuaciones, de las marcadas en gris, donde haya casos falsos. Quedando sólo aquellas con ambas premisas verdaderas
- Revisar el valor de verdad de la conclusión para todas las valuaciones seleccionadas. Si hay algún caso donde la conclusión es FALSO, el razonamiento es INVÁLIDO. Ahora, si todas las valuaciones seleccionadas tienen su conclusión VERDADERO, entonces el razonamiento es VÁLIDO

Nota: de contar con más premisas, repetir el paso (2) para cada

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Análisis TDV

Ahora entonces, veamos el paso a paso en nuestro ejemplo:

PASO 1: Analizamos la 1era premisa:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \lor q$	$\neg p$	q
			F	V
	F		F	F
F				V
F	F	F	V	F

PASO 1: Analizamos la 2da premisa:

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión	
p	q	$p \lor q$	$\neg p$	q	
V			F		
V	F		F	F	
F			V		
F	F	F	V	F	

Validez de un razonamiento - Ejemplo 1 - Respuesta

PASO 3: Descartamos los casos que no nos sirven, y nos quedamos sólo con aquellos que tienen ambas premisas VERDADERO.

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusión
p	q	$p \lor q$	$\neg p$	q
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

PASO 4: Analizamos la conclusión

Observamos la conclusión y siendo que también es **VERDADERO**, podemos afirmar que el razonamiento es **VÁLIDO**.

Para justificar la respuesta, será necesario apoyarse en la definición de validez de un razonamiento. En este caso, la justificación quedaría como sigue: **Justificación:** "El razonamiento es válido, dado que para todas las valuaciones en las que todas sus premisas son verdaderas, su conclusión también lo es, como queda evidenciado en la valuación 3 de la tabla."

Validez de un razonamiento - Ejemplo 2

Ahora veamos el caso opuesto. Nos había quedado pendiente un ejemplo, que de manera intuitiva pensamos que es inválido. Veamos si nuestra intuición no falla. Siendo que, como personas de ciencia que somos, no nos podemos basar en la intuición, necesitaremos demostrarlo.

Aprovechando que las recetas nos vienen siendo útiles, vamos a seguir los mismos pasos realizados en el ejemplo anterior:

1) Planteo:

"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Asia es otro continente."

2) Identificamos las partes del razonamiento:

Premisa 1: Argentina está en Europa o en América.

Premisa 2: Argentina no está en Europa.

Conclusión: Asia es otro continente.

Notar: en este razonamiento se emplea "Entonces" como indicador de conclusión.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 2 - Continuación

3) Formalizamos en lenguaje de lógica proposicional:

3.1) Diccionario:

p = Argentina está en Europa

q = Argentina está en América

r = Asia es otro continente

3.2) Traducción:

Premisa 1: $p \vee q$ Premisa 2: $\neg p$

Conclusión: r

En esta instancia ya podemos validar lo que la intuición nos predijo. Observamos que no se cumple la definición de razonamiento deductivo, ya que su conclusión no se deduce de las premisas (la variable proposicional r no se extrae de ninguna de las premisas, las cuales sólo contienen p y q en sus respectivas fórmulas). Esta es una justificación adecuada para responder que el razonamiento es INVÁLIDO. Pero si aún hay dudas, los/las invito a realizar el último paso, y evidenciar esta respuesta con su correspondiente tabla de verdad.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 3

Ahora qué sucedería si hiciéramos la siguiente modificación en el razonamiento anterior:

"Argentina está en Europa o en América. Argentina no está en Europa. Entonces Argentina esta en América."

¿Creen que el razonamiento sigue siendo inválido?

Siendo que ya estamos con un poquito más de práctica, podemos notar que si formalizamos (punto 3), tendríamos sólo dos proposiciones atómicas en lugar de tres, y por tanto, la conclusión en lugar de ser "r", sería "q". De esta manera y a diferencia del ejemplo anterior, la conclusión sí se deduce de las premisas, pero esta relación no es casual, ni aleatoria. La misma se produce debido al tipo de conectivas que intervienen en el razonamiento.

Validez de un razonamiento - Ejemplo 3 - Aclaración

Una importante aclaración:

Tener en cuenta que no siempre alcanza con tener "las mismas variables". Esta relación se da cuando se cumplen ciertas *reglas de deducción*, en las cuales no ahondaremos en la presente materia. De todas formas, sí es necesario que sepan la importancia del tipo de conectivas que construyen el razonamiento para que la conclusión se deduzca de las premisas, y finalmente determinar la validez del mismo.

En el caso del ejemplo 3, el razonamiento sí es **VÁLIDO**. Les dejamos a ustedes la validación empírica mediante la tabla de verdad.



Validez de un razonamiento - Ejemplo 4

Veamos un último ejemplo.

1) Planteo:

"Puedo viajar en subte o en colectivo. Pues no puedo viajar en subte. Por ende, no puedo viajar en colectivo."

¿Este razonamiento es válido o inválido?

Este ejemplo es un poquito más complejo o, mejor dicho, menos evidente e intuitivo que el ejemplo 2. Pero, si prestamos atención y analizamos *el sentido* del mismo, podemos inferir que es INVÁLIDO.

Pero, ¿ Cómo lo justificamos o demostramos?

Pues bien, siguiendo todos los pasos necesarios que ya hemos aprendido. Siendo este el último ejemplo, lo vamos a desarrollar completo.



Validez de un razonamiento - Ejemplo 4 - Continuación

2) Identificamos las partes del razonamiento:

Premisa 1: Puedo viajar en subte o en colectivo.

Premisa 2: No puedo viajar en subte.

Conclusión: No puedo viajar en colectivo.

Notar que: este razonamiento posee un indicador de premisa "Pues", y uno de conclusión "Por ende".

3) Formalizamos en lenguaje de lógica proposicional:

3.1) Diccionario:

p =Yo puedo viajar en subte

q =Yo puedo viajar en colectivo

(Recordar que las proposiciones atómicas no contemplan sujetos tácitos.

Es por eso que fue necesario agregar el sujeto explícitamente.)

3.2) Traducción:

Premisa 1: $p \lor q$

Premisa 2: $\neg p$

Conclusión: $\neg q$



Validez de un razonamiento - Ejemplo 4 - Continuación

En este ejemplo, si bien "pareciera" que la conclusión se deduce de las premisas, (utiliza una de sus variables), el mismo es incorrecto, justamente por las conectivas que utiliza y el orden en que se presentan.

Para evidenciar nuestra respuesta, es que necesitamos el último paso, el análisis mediante la TDV, el cual a su vez, tiene una serie de otros 4 pasos. Pero en esta ocasión, por una cuestión de agilidad, y siendo que ya hemos visto un ejemplo con estos pasos intermedios, vamos a ir derecho al análisis final. Veamos qué información nos arroja su tabla:

			Premisa 1	Premisa 2	Conclusión	
	p	q	$p \lor r$	$\neg p$	$\neg q$	
	V	V	V	F	F	
	V	F	V	F	V	
V	F	V	V	V	F	
	F	F	F	V	V	

¡Finalmente llegamos a la evidencia que tanto esperábamos!

Podemos observar que la 3era valuación invalida el razonamiento. Siendo que para ambas premisas son VERDADERO, pero su conclusión es FALSO .

Validez de un razonamiento - Bonus

Hasta ahora aprendimos a analizar la validez de un razonamiento deductivo a partir de un razonamiento descripto en lenguaje natural.

Pero, puede suceder que contemos con un razonamiento descripto directamente en lenguaje proposicional.

¿Hay alguna diferencia en su análisis?

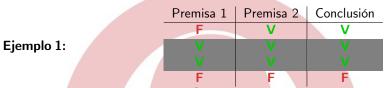
Pues no. Si recordamos, antes de armar una tabla de verdad necesitamos precisamente la fórmula en lenguaje proposicional, por lo cual, la *receta* a aplicar es la misma, sólo que nos ahorraremos los pasos previos a la construcción de la tabla de verdad.

Veamos, a modo de *bonus*, un par de ejemplos más sobre distintas situaciones de validez. La idea, en este caso, es responder si el razonamiento de cada ejemplo (planteado de forma muy abstracta), es válido o no.

Notar que, nuevamente, nos vamos a basar en la forma, y no en el contenido, es por eso que no nos interesa, en este caso, qué representa cada proposición o el sentido del razonamiento en sí.



Validez de un razonamiento - Bonus - Ejemplos

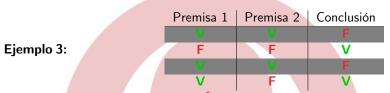


Respuesta: el razonamiento es **VÁLIDO**, porque para todas las valuaciones en las que todas las premisas son verdaderas (valuaciones 2 y 3), su conclusión también es verdadera.

		Premisa 1	Premisa 2	Conclusion
		V	V	V
Ejemplo 2	2:	V		F
		V	F	V
		F	F	F

Respuesta: el razonamiento es INVÁLIDO, porque no se cumple que *para todas las valuaciones en las que todas las premisas son verdaderas* (valuaciones 1 y 2), su conclusión también lo es. La 2da valuación invalida el razonamiento.

Validez de un razonamiento - Bonus - Continuación



Respuesta: el razonamiento es **INVÁLIDO**, porque para todas las valuaciones en las que todas las premisas son verdaderas (valuaciones 1 y 3), su conclusión es **FALSO**.

	Premisa 1	. Premisa 2	Premisa 3	Conclusión
	F	V	V	F
Ejemplo 4	V	V	V	V
	V	V		V
	V	V		V

Respuesta: el razonamiento es VÁLIDO, para todas sus premisas VER-DADERO, su conclusión también lo es. Tener en cuenta que en este caso, el razonamiento cuenta con 3 premisas.

Resumiendo...

Bien, para ir cerrando este tema, hagamos a modo de repaso, un punteo de lo aprendido hasta ahora:

- Sabemos reconocer cuándo un párrafo se trata de un razonamiento (debido a su estructura)
- 2 Sabemos reconocer cuándo un razonamiento, es de tipo deductivo (debido a su forma)
- Sabemos formalizar un razonamiento deductivo de lenguaje natural a lenguaje de la lógica proposicional (respetando su estructura y forma)
- Sabemos reconocer cuándo un razonamiento deductivo es válido y cuándo inválido (mediante el análisis de la TDV)
- Sabemos que la única manera que un razonamiento sea VÁLIDO es cuando para todas la valuaciones en que todas las premisas sean verdaderas, su conclusión también sea vedadera. Básicamente, debemos ver valuaciones VERDADERO.

Enriqueciendo los razonamientos

Si bien, pareciera ser que cambiamos de tema, no es tan así, simplemente vamos a ampliar nuestro conjunto de conectivas, para enriquecer los razonamientos que acabamos de aprender.

Veamos cómo sería esto, retomando uno de los ejemplos vistos anteriormente:

Planteo original:"La Tierra es plana o es redonda. La Tierra no es plana. Por lo tanto, la Tierra es redonda.".

Veamos una variación del razonamiento:

Planteo nuevo: "Si la Tierra es plana, entonces nos caeremos por el borde. Pero, si la Tierra es redonda, no nos caeremos por el borde. La Tierra es redonda o es plana. No es plana. Por lo tanto, no nos caeremos del borde.

¿Qué diferencia observan con respecto al razonamiento original?

Enriqueciendo los razonamientos

Más allá del sentido del razonamiento, hay una gran diferencia en las premisas 1 y 2, que involucran una conectiva condicional.

Como ya hemos mencionado, la implicación nos va a permitir construir razonamientos más interesantes, como en el ejemplo anterior.

Veamos como queda, al traducir sus indicadores por las conectivas

La Tierra es plana → Nos caeremos por el borde La Tierra es redonda → ¬ Nos caeremos por el borde La Tierra es redonda ∨ La Tierra es plana

correspondientes y con la estructura adecuada:

- ¬ La Tierra es plana
- ¬ Nos caeremos por el borde

Como vemos sigue habiendo sólo una conclusión, pero hay condiciones dentro de las premisas, cuyas conectivas son la implicación.

Implicación vs razonamiento - Resumiendo

A modo de aclaraciones importantes sobre la implicación y el razonamiento, les dejamos algunas "máximas":

- 1) No confundir razonamiento con implicación sólo por tener una forma similar. Una cosa es una proposición compuesta con una conectiva de implicación, y otra es un razonamiento. Son 2 conceptos diferentes.
- 2) De haber una implicación, no siempre el razonamiento comienza con ésta.
- 3) Si bien comparten la palabra "entonces" en ambos casos, ésta cumple roles conceptuales diferentes. Cuando la palabra establece una relación de inferencia entre proposiciones (premisas y conclusión), se trata de un indicador de conclusión. En cambio, si conecta proposiciones (atómicas o compuestas) de modo tal que éstas componen una proposición compuesta, se trata de una conectiva de implicación. Para diferenciar cada situación será necesario aprender bien la definición de cada concepto y analizar el enunciado planteado.

Resumen general de lógica proposicional

Dado que hemos recibido demasiada información hagamos un punteo muy general sobre los temas vistos:

- El lenguaje de la lógica proposicional es un la rama que estudia las proposiciones y la manera en que se relacionan
- La lógica proposicional cuenta con proposiciones atómicas y proposiciones compuestas
- La lógica proposicional necesita conectivas para unir sus proposiciones (ya sean atómicas o compuestas)
- La lógica proposicional permite formalizar proposiciones
- Para formalizar siempre vamos a necesitar contar con un diccionario



Resumen general de lógica proposicional - Continuación

- La lógica proposicional utiliza razonamientos para relacionan proposiciones
- Sólo nos focalizamos en los razonamientos deductivos de la lógica proposicional
- Los razonamientos tienen 2 partes: premisas y una conclusión
- La lógica proposicional permite conocer la validez de un razonamiento
- La conectiva de implicación enriquece los razonamientos.
 Pero son conceptos diferentes
- Mediante el análisis de tablas de verdad se puede demostrar la validez de un razonamiento, la equivalencia entre proposiciones o si una proposición es tautológica, contradictoria o contingente

Esto es todo amigues...

Bueno, finalmente, hemos concluído uno de los temas más importantes de la lógica. Llegamos al final del material de lógica proposicional.

Lo próximo será estudiar la evolución de la lógica proposicional, a través de un nuevo lenguaje un poco más rico e interesante: ¡Lógica de predicados!.

¡A estudiar con todo, realizar consultas, y ejercitar mucho! Tienen material de sobra para comprender los conocimientos, pero sin la práctica continua no hay aprendizaje;).





Lógica Lógica Proposicional

Elementos de Programación y Lógica

Unidad 1 - Clase 3