

Tarea 4: Aplicación de elementos finitos solución de ecuaciones diferenciales 1D y estudio de caso de transferencia de calor en ANSYS

Punto 1

Para modelar el estado estacionario de la concentración de una sustancia con una reacción de primer orden en un reactor axial o **PFR** se puede usar la ecuación 1

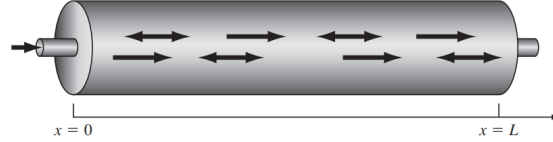


Figure 1: Reactor axial o PFR *plug flow reactor*

$$D \frac{d^2 c}{dx^2} - U \frac{dc}{dx} - kc = 0 \quad (1)$$

En donde D [m^2/s] coeficiente de difusión/dispersión, c [$mol, g, kg/m^3$] concentración de la sustancia/especie, x [m] distancia, U [m/s] velocidad advectiva o *bulk velocity* y k [$1/s$] es la tasa de reacción (creación o destrucción de la especie).

Sujeta la condiciones de contorno

$$U c_{inlet} = U c - D \frac{dc}{dx}, \quad x = 0$$

$$\frac{dc}{dx} = 0, \quad x = L$$

Teniendo en cuenta los siguientes valores

- $D = 1.4$ [m^2/s]
- $U = 0.03$ [m/s]
- $k = 1/2000$ [$1/s$]
- $L = 100$ [m]
- $c_{inlet} = 100 \times 10^3$ [mol/m^3]

$D = 5000$ m^2/hr , $U = 100$ m/hr , $k = 2/hr$, $L = 100$ m , and $c_{in} = 100$ mol/L . Resuelva el caso haciendo uso de la formulacion de residuos ponderados, Galerkin y debilitamiento con y sin discretización. Compare sus resultados contra la solución analítica.

$$c(x) = \frac{U c_{in}}{(U - D\lambda_1) \lambda_2 e^{\lambda_2 L} - (U - D\lambda_2) \lambda_1 e^{\lambda_1 L}} \left(\lambda_2 e^{\lambda_2 L} e^{\lambda_1 x} - \lambda_1 e^{\lambda_1 L} e^{\lambda_2 x} \right)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{U}{2D} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4kD}{U^2}} \right)$$

Use para la formulación no discretizada

- Polinomios de Legendre

Para la formulación dscretizada use

- Polinomios de Lagrange

Instrucciones 1

Desarrolle un código en *python* para aproximación de la solución de la ecuación diferencial minimizando el residuo por el método de residuos ponderados, Galerkin y debilitamiento. Presente el desarrollo matemático para la formación de K_{lm} y F_l y el tratamiento de las condiciones contorno.

1. Plantee la forma de los índices K_{lm} para los elementos interiores y los elementos exteriores
2. Realice el ensamble del problema para obtener $[K]$ no debe presentarla
3. Muestre el problema como una ecuación matricial en la forma $[A]x = b$
4. Encuentre los coeficientes $[a]$ de la solución no discretizada no debe presentarlos
5. Encuentre los coeficientes $[a]$ de las aproximaciones en cada uno de los elementos discretos no debe presentarlos
6. Calcule los residuos para la función para múltiples M , comparando con la solución analítica, muestre la convergencia de R en función de M para el caso no discreto
7. Calcule los residuos para la función para mínimo tres mallas comparado con la solución analítica, muestre la convergencia de R , puede definir el error bajo norma L_2 respecto a la solución analítica en función de del ancho de malla o el numero de elementos.
8. Responda basado en sus cálculos y desarrollos
 - ¿Que efectos tiene computacionalmente aplicar una discretización?
 - ¿Con cual de las dos estrategias se tiene un orden de convergencia mayor?
 - ¿Muestre con cálculos los efectos de reducir y aumentar k "estudio paramétrico"?

Punto 2

En el siguiente bosquejo se muestra la seccion transversal de un precalentador de gas de 1 m de longitud. El dispositivo proporciona 14 g/min de gas precalentado a 150°C a un reactor nuclear. Las barras del calentador (elementos calefactores) disipan 700 watts cada una. Para evitar la descomposición química del gas, es importante que la pared del canal de flujo de gas no exceda 300°C. El cuerpo de aluminio que contiene el canal de flujo de gas y los elementos calefactores distribuyen el calor hacia el canal de flujo, pero no pueden sobrepasar 325°C. Suponiendo un coeficiente de transferencia de calor de 500 [W/m²K] entre el gas y las superficies del canal rectangular de flujo, determine si el cuerpo de aluminio puede operar dentro de la temperatura máxima requerida. Estime los coeficientes de transferencia de calor para las superficies exteriores de la siguiente tabla y compare sus resultados con la suposición de que las superficies están aisladas.

Fluido	Coefficiente de TC (h) (W/m ² ·K)
Aire, convección libre	6–30
Vapor o aire sobrecalentado, convección forzada	30–300
Aceite, convección forzada	60–1800
Agua, convección forzada	300–18000
Agua, en ebullición	3000–60000
Vapor, condensándose	6000–120000

Table 1: Coeficientes típicos de transferencia de calor por convección.

La geometria se presenta en la siguiente figura.

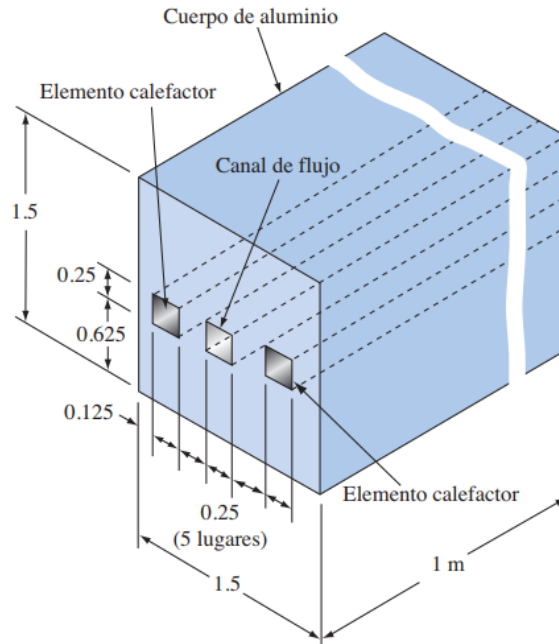


Figure 2: Dimensiones en [cm] excepto por la longitud del calefactor de 1 [m]

Instrucciones 2

En el entorno de ANSYS desarrolle el estudio de caso del calefactor.

1. Indique si puede realizar un analisis reducido del caso aplicando condiciones de simetría, explique que implica esto físicamente y computacionalmente que ventajas o desventajas trae.
2. Reporte los resultados en las paredes del canal de flujo, si se excede la temperatura por medio de un estudio paramétrico del material de la matriz determine la mejor opción de diseño
3. Realice tres simulaciones de cada caso que considere necesario con tres tipos de malla con un incrementos continuo de 1.2 veces cada vez mas fino, ejemplo si el tamaño medio de sus elementos es de 5 mm la siguiente malla debe ser de 5/1.2, si se supera el limite de la licencia reporte el máximo valor alcanzado.
4. Analice que efectos tiene incrementar y reducir el coeficiente de transferencia de calor por convección del gas
5. Responda basado en sus calculos
 - ¿Cuanto es la diferencia en la temperatura promedio de las paredes al refinar la malla?
 - ¿Que efectos tiene aislar las paredes exteriores sobre las temperaturas de las paredes del canal de flujo?
 - ¿Como ingeniero de diseño que decisión se debe tomar, aislar, convección natural, convección forzada?
 - ¿Se debe tener los calefactores en un ambiente líquido (agua) o se puede operar en un ambiente gaseoso (aire)?
 - A partir de lo observado ¿qué es un convergencia de malla?