26	27	28	29	Σ
1,5/3	0/6	3/6	6/6	10.5/21

Kombinatorische Optimierung Blatt 11

951206 Franziska Becker
964188 Andrea Krusenbaum
963067 Tobias Loske

Aufgabe 26

−1,5

Die optimale Strategie für den Spaltenspieler ist $x = (0, 0, 0, 0, 1)^T$.

Wie kommt ihr dadrauf?

Aufgabe 28

Gegeben die Auszahlungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

Was wählt A wo? Wie ergeben sich die Zahlen

−2

Hier muss eine 1 stehen, da B eine 1 sagt.

welche die Auszahlungen für den Zeilenspieler A beschreibt. Hierbei wählt Spieler B bei Spalte 1 immer die Zahl 0, bei Spalte 2 wählt er immer die 1 und bei Spalte drei wählt B dasselbe wie Spieler A (da dieser ihm seine erste Wahl mitteilt).

−1

B kann auch das Gegenteil von A wählen

LP für Zeilenspieler A:

$$\begin{array}{ll} \max z & \\ s.t.\ z & +x_2 + x_3 \leq 0 \\ z & -x_2 - x_3 + 2x_4 \leq 0 \\ z & +x_2 - x_3 + 2x_4 \leq 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \\ & z \in \mathbb{R} \end{array}$$

LP für Spaltenspieler B:

$$\begin{array}{ll} \min w & \\ s.t.\ w & \geq 0 \\ w & +y_1 - y_2 + y_3 \geq 0 \\ w & +y_1 + y_2 - y_3 \geq 0 \\ w & +2y_2 + 2y_3 \geq 0 \\ & y_1 + y_2 + 2y_3 = 1 \\ & y_1, y_2, y_3 \geq 0 \\ & w \in \mathbb{R} \end{array}$$

folgerichtig

Die optimale Strategie für Spieler A ist $x^* = (1, 0, 0, 0)^T$ mit einem Zielfunktionswert von $z^* = 0$. Die optimale Strategie für Spieler B ist $y^* = (1, 0, 0)^T$ mit einem Zielfunktionswert von $w^* = 0$. Hieraus lässt sich ablesen, dass das Spiel fair ist, da $e(x^*, y^*) = 0$. Daran ändert sich daran auch nichts wenn Spieler A seine Wahl nicht verrät, da Spieler B damit keine neuen Strategien offen stehen, denn auch mit Auszahlungsmatrix

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

bleiben die Zielfunktionswerte gleich und das Spiel somit fair. Die optimalen Strategien mit Geheimhaltung sind $x^* = (1, 0, 0, 0)^T$ und $y^* = (1, 0)^T$.

✓

Aufgabe 29

Gegeben sind die folgenden Strategien:

- **A1** A zieht König und sagt König, A zieht Dame und sagt Dame
- **A2** A zieht König und sagt König, A zieht Dame und sagt As
- **A3** A zieht König und sagt As, A zieht Dame und sagt Dame
- **A4** A zieht König und sagt As, A zieht Dame und sagt As
- **B1** B glaubt A
- **B2** B glaubt A nicht

Strategie	A zieht	A sagt	B glaubt	A gewinnt
A1/B1	As Dame König	As Dame König	+ + +	+1 -1 +0
A2/B1	As Dame König	As As König	+ + +	+1 +1 +0
A3/B1	As Dame König	As Dame As	+ + +	+1 -1 +1
A4/B1	As Dame König	As As As	+ + +	+1 +1 +1
A1/B2	As Dame König	As Dame König	- - -	+2 -1 +0
A2/B2	As Dame König	As As König	- - -	+2 -2 +0
A3/B2	As Dame König	As Dame As	- - -	+2 -1 -2
A4/B2	As Dame König	As As As	- - -	+2 -2 -2

Nimmt man an, dass Spieler A jede Karte mit derselben Wahrscheinlichkeit zieht ($\frac{1}{3}$) ergibt sich die Auszahlungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} \\ 1 & \frac{-2}{3} \end{pmatrix}$$

Somit ist eine optimale Strategie für Spieler A $x = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0, 0)^T$ mit $z^* = 0.22$. Die optimale Strategie für Spieler B ist $y = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})^T$ mit $w^* = 0.22$. Das Spiel ist nicht fair, da $z^* \neq 0$ und $w^* \neq 0$. ✓

A wird bevorzugt

6/6