

# KO HA 9

## Aufgabe 20

963067  
951206  
964188

Tobias Loske  
Franziska Becker  
Andrea Krusenbaum

A20	A21	A22	$\Sigma$	P9
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{13.5}{18}$	$\frac{6}{6}$

$$\max 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4$$

$$\text{st. } x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 5$$

$$-4x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 \geq -3$$

$$x_1, \dots, x_4 \geq 0$$

Schritt 0: LP in Normalform

Bringen!  $\rightarrow$   $\text{B0}$

$\text{B0}$   
 $-1$

1.) Einführen Schlupfvariablen

$$\max z$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

$$-4x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 + x_6 = -3$$

$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = z$$

$\rightarrow$  Normalform! So nicht richtig

2.) Matrix Schreibweise + Ermittlung erstes Pivotelement

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
I	1	2	3	1	1	0	$5 \quad ( : 3 = \frac{5}{3})$
$\rightarrow$ II	-4	-1	-2	-3	0	1	$-3 \quad ( : -2 = \frac{3}{2})$
III	2	3	5	4	0	0	z

3.) Pivotelement = 1 (II  $\cdot$   $(-\frac{1}{2})$ )

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
I	1	2	3	1	1	0	$\frac{5}{3}$
$\rightarrow$ II	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
III	2	3	5	4	0	0	z

4) Alles außer Pivotelement in der Pivotzeile auf 0 bringen (I - 3II, III - 5I)  
dann neues Pivotelement bestimmen

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
I	-5	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{7}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
→ II	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$ ( $\because 1 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ )
III	-8	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{7}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	$z - \frac{15}{2}$

5) Pivotelement = 1 (II · (-2))

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
I	-5	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{7}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
→ II	-4	-1	-2	-3	0	1	-3
III	-8	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{7}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	$z - \frac{15}{2}$

6) Alles außer Pivotelement in der Pivotspalte auf 0 bringen (I -  $\frac{3}{2}II$ , III -  $\frac{5}{2}II$ )

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	
I	1	2	3	1	1	0	5
II	-4	-1	-2	-3	0	1	-3
III	2	3	5	4	0	0	z

Da ~~das~~ die Matrix in Schritt 6 mit der initialen Matrix übereinstimmt, wiederholt das Simplexverfahren in diesem LP dieselben Iterationen immer wieder und terminiert nicht in einer optimalen Lösung.

Simplex-Verfahren funktioniert nur für LP im Normalform

Haltet euch an das Verfahren im Skript (S. 61ff.)

↳ Mir fällt das leichter! ☺

Kern-Verfahren jedoch richtig angewandt.

⇒ Es existieren jedoch (mehrere) optimale Lösungen! -1

⇒ 2  
⇒ 4

## Aufgabe 2.1

963067 Tobias Loske  
951206 Franziska Becker  
964188 Andrea Krusenbaum

a) Zusätzliche Parameter:  $bigM = 300$

Dieser Parameter ist nötig um binäre von ganzzahligen Variablen abhängig zu machen. Da alle ganzzahligen Variablen nie größer oder gleich 300 werden, lässt sich dieser Wert verwenden (etwas kleinere Werte, z.B. 200, wären auch möglich.)

- Variablen:

- hemden  $\in \mathbb{N}$ , hemden  $\geq 0$
- roecke  $\in \mathbb{N}$ , roecke  $\geq 0$
- hosen  $\in \mathbb{N}$ , hosen  $\geq 0$
- maschine<sub>1</sub>  $\in \{0, 1\}$
- maschine<sub>2</sub>  $\in \{0, 1\}$

- Zielfunktion

$$\text{max. } 30 \cdot \text{hemden} + 45 \cdot \text{roecke} + 60 \cdot \text{hosen} - 1000 \cdot \text{maschine}_1 - 2000 \cdot \text{maschine}_2$$

- Nebenbedingungen

$$\text{hemden} \cdot 1.2 + \text{roecke} \cdot 0.6 + \text{hosen} \cdot 1.4 \leq 160$$

$$\text{hemden} \cdot 3 + \text{roecke} \cdot 2 + \text{hosen} \leq 150$$

$$\text{maschine}_1 \cdot bigM \geq \text{roecke}$$

$$\text{maschine}_2 \cdot bigM \geq \text{hosen}$$

hemden? (im PDF stimmt's ☺)

( $\frac{1}{2}$ )

b) Folgende Variablen und Nebenbedingungen müssen ergänzt werden:

• Variablen:

$$\text{machRoeche} \in \{0,1\}$$

$$\text{machHosen} \in \{0,1\}$$

• Nebenbedingungen

$$\text{machRoeche} \cdot \text{bigM} \geq \text{roeche}$$

$$\text{machHosen} \cdot \text{bigM} \geq \text{hosen}$$

$$\text{roeche} \geq 35 \cdot \text{machRoeche}$$

$$\text{hosen} \geq 35 \cdot \text{machHosen} \quad \checkmark$$

• Optimal Lösungen (SCIP/ZIMPL)

Variable	Wert für a)	Wert für b)
henden	0	0
roeche	23	0
hosen	104	114
maschine <sub>1</sub>	0	0
maschine <sub>2</sub>	1	1
machRoeche	-	0
machHosen	-	1

Zielfunktionswert für a): 5275  $\checkmark$

Zielfunktionswert für b): 6840  $\checkmark$

Da mindestens 35 Röcke hergestellt werden müssen, sobald 1 Rock hergestellt wird, ist es bei b) gewinnbringender keine Röcke herzustellen.

$\Rightarrow \frac{7.5}{8}$

Aufgabe 22

963067 Tobias Loske  
951206 Franziska Becker  
964188 Andrea Kinsenbaum

a)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 12x_4 \\ \text{st.} \quad & -2x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 9x_4 \leq 2 \\ & x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 \leq 1 \\ & x_1, \dots, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

1.)

$$\max z$$

$$\begin{aligned} \text{st.} \quad & -2x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 9x_4 + x_5 = 2 \\ & x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 + x_6 = 1 \\ & 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 12x_4 = z \end{aligned}$$

2.)

$$x_5 = 2 + 2x_1 + 9x_2 - 3x_3 - 9x_4$$

$$x_6 = 1 - x_1 - 3x_2 + x_3 - 6x_4 \quad \leftarrow$$

$$z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 12x_4$$

$$3.) \Rightarrow x_2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_3 - 2x_4 - \frac{1}{3}x_6 \quad \leftarrow$$

$$x_5 = 2 + 2x_1 + 9 \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_3 - 2x_4 - \frac{1}{3}x_6 \right) - 3x_3 - 9x_4$$

$$\Rightarrow x_5 = 5 - x_1 - 27x_4 - 3x_6$$

$$z = 2x_1 + 3 \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_3 - 2x_4 - \frac{1}{3}x_6 \right) - x_3 - 12x_4$$

$$\Rightarrow z = 1 + x_1 - 18x_4 - x_6$$

$$4.) \Rightarrow x_1 = 1 - 3x_2 + x_3 - 6x_4 - x_6$$

$$x_5 = 5 - (1 - 3x_2 + x_3 - 6x_4 - x_6) - 27x_4 - 3x_6$$

$$\Rightarrow x_5 = 4 + 3x_2 - x_3 - 21x_4 - 2x_6 \quad \leftarrow$$

$$z = 1 + (1 - 3x_2 + x_3 - 6x_4 - x_6) - 18x_4 - x_6$$

$$\Rightarrow z = 2 - 3x_2 + x_3 - 24x_4 - 2x_6$$

↑

$$5.) \Rightarrow x_3 = 4 + 3x_2 - 2x_4 - x_5 - 2x_6$$

$$x_1 = 1 - 3x_2 + (4 + 3x_2 - 2x_4 - x_5 - 2x_6) - 6x_4 - x_7$$

$$\Rightarrow x_1 = 5 - 27x_4 - x_5 - 3x_6$$

$$z = 2 - 3x_2 + (4 + 3x_2 - 2x_4 - x_5 - 2x_6) - 24x_4 - 2x_7$$

$$\Rightarrow z = 6 - 45x_4 - x_5 - 4x_6$$

Eine opt. Basislösung  $x^* = (5, 0, 4, 0)$  ( $x_5 = x_6 = 0$ )

mit Zielfunktionswert  $z = 6$  ✓ 4/4

(6) fehlt 0/2