

# 2018 年真题参考答案

## 一、选择题

(1)D. (2)B. (3)B. (4)C. (5)A. (6)A. (7)A. (8)D.

## 二、填空题

(9) -2. (10)  $2\ln 2 - 2$ . (11)  $i - k$  或  $(1, 0, -1)$ . (12)  $-\frac{\pi}{3}$ . (13) -1. (14)  $\frac{1}{4}$ .

## 三、解答题

(15)  $\frac{e^{2x} \arctan \sqrt{e^x - 1}}{2} - \frac{1}{6}(e^x - 1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} \sqrt{e^x - 1} + C$ , 其中  $C$  为任意常数.

(16) 三个图形的面积之和存在最小值, 最小值为  $\frac{1}{\pi + 4 + 3\sqrt{3}}$ .

(17)  $\frac{14\pi}{45}$ .

(18) (I)  $y = x - 1 + Ce^{-x}$ , 其中  $C$  为任意常数.

(II) 证明略.

(19) 证明略.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ .

(20) (I) 当  $a \neq 2$  时,  $f(x_1, x_2, x_3) = 0$  的解为  $(x_1, x_2, x_3)^T = (0, 0, 0)^T$ ; 当  $a = 2$  时,  $f(x_1, x_2, x_3) = 0$  的解为  $(x_1, x_2, x_3)^T = k(-2, -1, 1)^T$ , 其中  $k$  为任意常数.

(II) 当  $a \neq 2$  时,  $f$  的规范形为  $f = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$ ; 当  $a = 2$  时,  $f$  的规范形为  $f = z_1^2 + z_2^2$ .

(21) (I)  $a = 2$ .

(II) 满足  $AP = B$  的可逆矩阵为

$$P = \begin{pmatrix} -6k_1 + 3 & -6k_2 + 4 & -6k_3 + 4 \\ 2k_1 - 1 & 2k_2 - 1 & 2k_3 - 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{pmatrix},$$

其中  $k_1, k_2, k_3$  为任意常数, 且  $k_2 \neq k_3$ .

(22) (I)  $\text{Cov}(X, Z) = \lambda$ .

$$(II) Z \text{ 的分布律为 } P\{Z = i\} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda^i e^{-\lambda}}{i!}, & i > 0, \\ e^{-\lambda}, & i = 0, \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda^{-i} e^{-\lambda}}{(-i)!}, & i < 0. \end{cases}$$

(23) (I)  $\sigma$  的最大似然估计量为  $\hat{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i|}{n}$ .

(II)  $E(\hat{\sigma}) = \sigma, D(\hat{\sigma}) = \frac{\sigma^2}{n}$ .