

1998 年真题参考答案

一、填空题

(1) $-\frac{1}{4}$. (2) $yf''(xy) + \varphi'(x+y) + y\varphi''(x+y)$. (3) $12a$. (4) $\left(\frac{|A|}{\lambda}\right)^2 + 1$. (5) $\frac{1}{4}$.

二、选择题

(1) A. (2) B. (3) D. (4) A. (5) C.

三、 l_0 的方程为 $\begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0, \\ x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$

曲面的方程为 $4x^2 - 17y^2 + 4z^2 + 2y - 1 = 0$.

四、 $u(x, y) = -\arctan \frac{y}{x^2} + C$, 其中 C 为任意常数.

五、 $mv \frac{dv}{dy} = mg - B\rho - kv; y = -\frac{m}{k}v - \frac{m(mg - B\rho)}{k^2} \ln \frac{mg - B\rho - kv}{mg - B\rho}$.

六、 $-\frac{\pi}{2}a^3$.

七、 $\frac{2}{\pi}$.

八、收敛, 证明略.

九、(1) 证明略. (2) 证明略.

十、 $a = 3, b = 1; P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$.

十一、证明略.

十二、(II) 的通解为 $y = c_1(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1,2n})^T + c_2(a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2,2n})^T + \dots + c_n(a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{n,2n})^T$,
其中 c_1, c_2, \dots, c_n 为任意常数, 理由略.

十三、 $1 - \frac{2}{\pi}$.

十四、 n 至少应取 35.

十五、可以认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分, 检验过程略.