

2019 年真题参考答案

一、选择题

(1) C. (2) B. (3) D. (4) D. (5) C. (6) A. (7) C. (8) A.

二、填空题

(9) $\frac{y}{\cos x} + \frac{x}{\cos y}$. (10) $\sqrt{3e^x - 2}$. (11) $\cos \sqrt{x}$. (12) $\frac{32}{3}$. (13) $k(-1, 2, -1)^T$. (14) $\frac{2}{3}$.

三、解答题

(15) (I) $y(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$;

(II) 凹区间为 $(-\sqrt{3}, 0)$ 和 $(\sqrt{3}, +\infty)$, 凸区间为 $(-\infty, -\sqrt{3})$ 和 $(0, \sqrt{3})$, 拐点为 $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}e^{-\frac{3}{2}})$, $(0, 0)$ 和 $(\sqrt{3}, \sqrt{3}e^{-\frac{3}{2}})$.

(16) (I) $a = -1, b = -1$; (II) $\frac{13\pi}{3}$.

(17) $\frac{1}{2} + \frac{1}{e^\pi - 1}$.

(18) (I) 证明略; (II) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}} = 1$.

(19) Ω 的形心坐标为 $(0, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$.

(20) (I) $a = 3, b = 2, c = -2$;

(II) 证明略, 过渡矩阵为 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(21) (I) $x = 3, y = -2$;

(II) 满足 $P^{-1}AP = B$ 的可逆矩阵为 $P = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

(22) (I) Z 的概率密度为 $f_Z(z) = \begin{cases} pe^z, & z \leq 0, \\ (1-p)e^{-z}, & z > 0; \end{cases}$

(II) 当 $p = \frac{1}{2}$ 时, X 与 Z 不相关;

(III) X 与 Z 不相互独立.

(23) (I) $A = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$;

(II) σ^2 的最大似然估计量为 $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}$.