

2004 年真题参考答案

一、填空题

- (1) $y = x - 1$. (2) $\frac{1}{2}(\ln x)^2$. (3) $\frac{3}{2}\pi$. (4) $y = \frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x^2}$, 其中 C_1, C_2 为任意常数.
 (5) $\frac{1}{9}$. (6) $\frac{1}{e}$.

二、选择题

- (7) B. (8) C. (9) B. (10) B. (11) D. (12) A. (13) C. (14) A.

三、解答题

- (15) 证明略. (可考虑函数 $\varphi(x) = \ln^2 x - \frac{4}{e^2}x$, 计算 $\varphi'(x)$, 并利用 $\varphi(x)$ 的单调性.)
 (16) 1.05 km.
 (17) $-\pi$.
 (18) 证明略. (证明 $x_n^\alpha < \left(\frac{1}{n}\right)^\alpha$, 使用比较审敛法.)
 (19) 点 $(9, 3)$ 是函数 $z(x, y)$ 的极小值点, 极小值为 3, 点 $(-9, -3)$ 是函数 $z(x, y)$ 的极大值点, 极大值为 -3 .
 (20) 当 $a = 0$ 或 $a = -\frac{n(n+1)}{2}$ 时, 方程组有非零解.
 当 $a = 0$ 时, 方程组的通解为

$$k_1(1, -1, 0, \dots, 0)^T + k_2(1, 0, -1, \dots, 0)^T + \dots + k_{n-1}(1, 0, 0, \dots, -1)^T,$$
 其中 k_1, k_2, \dots, k_{n-1} 为任意常数.
 当 $a = -\frac{n(n+1)}{2}$ 时, 方程组的通解为 $k(1, 2, 3, \dots, n)^T$, 其中 k 为任意常数.
 (21) 当 $a = -2$ 和 $a = -\frac{2}{3}$ 时, 矩阵 A 有二重特征值, 当 $a = -2$ 时, A 可相似对角化, 当 $a = -\frac{2}{3}$ 时, A 不可相似对角化.
 (22) (I)

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	0	1
0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

(II) $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

- (23) (I) β 的矩估计量为 $\hat{\beta} = \frac{\bar{X}}{\bar{X} - 1}$.

(II) β 的最大似然估计量 $\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i}$.