2008 年真题参考答案

一、选择题

（1）B. （2）A. （3）D. （4）B. （5）C. （6）B. （7）A. （8）D.

二、填空题

（9）$\dfrac{1}{x}$. （10）$y = x + 1$. （11）$(1,5]$. （12）4π. （13）1. （14）$\dfrac{1}{2e}$.

三、解答题

（15）$\dfrac{1}{6}$.

（16）$-\dfrac{\pi^2}{2}$.

（17）曲线 C 上距离 xOy 面最远的点为 $(-5,-5,5)$，最近的点为 $(1,1,1)$.

（18）证明略.

（19）$f(x) = 1 - \dfrac{\pi^2}{3} + \sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{4}{n^2}\cos nx$，$0 \leqslant x \leqslant \pi$；$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n^2} = \dfrac{\pi^2}{12}$.

（20）证明略.

（21）（Ⅰ）证明略；

　　　（Ⅱ）$a \neq 0$，$x_1 = \dfrac{n}{(n+1)a}$；

　　　（Ⅲ）$a = 0$，$\boldsymbol{x} = c(1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}} + (0,1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$，$c$ 为任意常数.

（22）（Ⅰ）$P\left\{Z \leqslant \dfrac{1}{2} \,\middle|\, X = 0\right\} = \dfrac{1}{2}$；

　　　（Ⅱ）$f_Z(z) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}, & -1 \leqslant z < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

（23）（Ⅰ）证明略；

　　　（Ⅱ）$D(T) = \dfrac{2}{n(n-1)}$.