

2003 年真题参考答案

一、填空题

(1) $\frac{1}{\sqrt{e}}$. (2) $2x + 4y - z - 5 = 0$. (3) 1. (4) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$. (5) $\frac{1}{4}$. (6) $(39.51, 40.49)$.

二、选择题

(1) C. (2) D. (3) A. (4) D. (5) B. (6) C.

三、(1) 面积 $A = \frac{1}{2}e - 1$.

(2) 体积 $V = \frac{\pi}{6}(5e^2 - 12e + 3)$.

四、 $f(x) = \frac{\pi}{4} - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^n}{2n+1} x^{2n+1}$, $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$; $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$.

五、(1) 证明略.

(2) 证明略.

六、(1) $\sqrt{1+r+r^2}a$ m.

(2) $\frac{a}{\sqrt{1-r}}$ m.

七、(1) $y'' - y = \sin x$.

(2) $y = e^x - e^{-x} - \frac{1}{2}\sin x$.

八、(1) 当 $t \in (0, +\infty)$ 时, $F(t)$ 严格单调增加.

(2) 证明略.

九、特征值分别为 9, 9, 3. 属于二重特征值 9 的全体特征向量为 $k_1(-1, 1, 0)^T + k_2(-2, 0, 1)^T$, 其中 k_1, k_2 为不同时为零的任意常数; 属于特征值 3 的全体特征向量为 $k_3(0, 1, 1)^T$, 其中 k_3 为任意非零常数.

十、证明略. (三条平面直线交于一点的充分必要条件为联立三条直线方程所得线性方程组有唯一解.)

十一、(1) $\frac{3}{2}$. (2) $\frac{1}{4}$.

十二、(1) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \theta, \\ 1 - e^{-2(x-\theta)}, & x > \theta. \end{cases}$

(2) $F_{\hat{\theta}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \theta, \\ 1 - e^{-2n(x-\theta)}, & x > \theta. \end{cases}$

(3) θ 的估计量不具有无偏性.