2012 年真题参考答案

一、选择题

(1)C. (2)A. (3)B. (4)D. (5)C. (6)B. (7)A. (8)D.

二、填空题

(9)e^x. (10)$\frac{\pi}{2}$. (11)$\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$. (12)$\frac{\sqrt{3}}{12}$. (13)2. (14)$\frac{3}{4}$.

三、解答题

(15)证明略.

(16)极大值为 $e^{-\frac{1}{2}}$,极小值为 $-e^{-\frac{1}{2}}$.

(17)收敛域为 $(-1,1)$,和函数为 $S(x)=\begin{cases}\dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2}+\dfrac{1}{x}\ln\dfrac{1+x}{1-x}, & -1<x<1,\text{且 } x\neq 0,\\ 3, & x=0.\end{cases}$

(18)$f(t)=\ln|\sec t+\tan t|-\sin t, 0\leqslant t<\frac{\pi}{2}$;面积为 $\frac{\pi}{4}$.

(19)$I=\frac{\pi}{2}-4$.

(20)(Ⅰ)$|\boldsymbol{A}|=1-a^4$;

(Ⅱ)$a=-1$,通解为 $x=c(1,1,1,1)^{\mathrm{T}}+(0,-1,0,0)^{\mathrm{T}}$,其中 c 为任意常数.

(21)(Ⅰ)$a=-1$;

(Ⅱ)$\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{6}}\end{pmatrix}$,二次型 f 在正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Qy}$ 下的标准形为 $2y_2^2+6y_3^2$.

(22)(Ⅰ)$P\{X=2Y\}=\frac{1}{4}$;

(Ⅱ)$\mathrm{Cov}(X-Y,Y)=-\frac{2}{3}$.

(23)(Ⅰ)$f(z;\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{6\pi}\,\sigma}e^{-\frac{z^2}{6\sigma^2}}, -\infty<z<+\infty$;

(Ⅱ)$\widehat{\sigma^2}=\frac{1}{3n}\sum\limits_{i=1}^{n}Z_i^2$;

(Ⅲ)证明略.