

1999 年真题参考答案

一、填空题

(1) $\frac{1}{3}$. (2) $\sin(x^2)$.

(3) $C_1 e^{-2x} + \left(C_2 + \frac{x}{4}\right) e^{2x}$, 其中 C_1, C_2 为任意常数.

(4) $n, 0, \dots, 0, 0$ 为 $n-1$ 重特征值.

(5) $\frac{1}{4}$.

二、选择题

(1) A. (2) D. (3) C. (4) B. (5) B.

三、 $\frac{dz}{dx} = \frac{(f + xf'')F'_y - xf'F'_x}{F'_y + xf'F'_z}$, 这里的 f 指 $f(x+y)$, $(F'_y + xf'F'_z \neq 0)$.

四、 $\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)a^2b - \frac{\pi}{2}a^3$.

五、 $y = e^x$.

六、证明略. (可考虑函数 $\varphi(x) = (x^2 - 1)\ln x - (x - 1)^2$, 计算 $\varphi'(x)$, 并利用 $\varphi(x)$ 的单调性.)

七、91500 J.

八、 $\frac{3}{2}\pi$.

九、(1) 1. (2) 证明略. (证明 $\frac{a_n}{n^\lambda} < \frac{1}{n^{\lambda+1}}$, 并利用比较审敛法.)

十、 $a = 2, b = -3, c = 2, \lambda_0 = 1$.

十一、证明略.

十二、

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X = x_i\} = p_i.$
x_1	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$
x_2	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
$P\{Y = y_j\} = p_j$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	1

十三、(1) θ 的矩估计量为 $\hat{\theta} = 2\bar{X}$.

(2) $\hat{\theta} = 2\bar{X}$ 的方差为 $D(\hat{\theta}) = \frac{\theta^2}{5n}$.