

2010 年真题参考答案

一、选择题

(1)C. (2)B. (3)D. (4)D. (5)A. (6)D. (7)C. (8)A.

二、填空题

(9)0. (10) -4π . (11)0. (12) $\frac{2}{3}$. (13)6. (14)2.

三、解答题

(15) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} - (x^2 + 2x)e^x$.

(16) $f(x)$ 的单调增加区间为 $(-1, 0)$ 和 $(1, +\infty)$ (或者写为 $[-1, 0]$ 和 $[1, +\infty)$);

$f(x)$ 的单调减少区间为 $(-\infty, -1)$ 和 $(0, 1)$ (或者写为 $(-\infty, -1]$ 和 $[0, 1]$);

$f(x)$ 的极小值为 $f(\pm 1) = 0$, 极大值为 $f(0) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$.

(17)(I) $\int_0^1 |\ln t| [\ln(1+t)]^n dt < \int_0^1 t^n |\ln t| dt$; (II) 0.

(18)收敛域为 $[-1, 1]$; 和函数为 $x \arctan x$ ($-1 \leq x \leq 1$).

(19)点 P 的轨迹 C 为 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - yz = 1, \\ y = 2z, \end{cases}$ 或者 $\begin{cases} x^2 + \frac{3}{4}y^2 = 1, \\ y = 2z; \end{cases}$ 曲面积分为 $I = 2\pi$.

(20)(I) $\lambda = -1, a = -2$;

(II) $\mathbf{x} = c(1, 0, 1)^T + \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)^T$, 其中 c 为任意常数.

(21)(I) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$;

(II) 证明略.

(22) $A = \frac{1}{\pi}$; $f_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2 + 2xy - y^2}$, $-\infty < y < +\infty$.

(23) $a_1 = 0, a_2 = a_3 = \frac{1}{n}$; $D(T) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$.