2016 年真题参考答案

一、选择题

(1) C. (2) D. (3) A. (4) D. (5) C. (6) B. (7) B. (8) A.

二、填空题

(9) $\frac{1}{2}$. (10) $\boldsymbol{j}+(y-1)\boldsymbol{k}$. (11) $-\mathrm{d}x+2\mathrm{d}y$. (12) $\frac{1}{2}$. (13) $\lambda^4+\lambda^3+2\lambda^2+3\lambda+4$.

(14) (8.2, 10.8).

三、解答题

(15) $5\pi+\frac{32}{3}$.

(16) (Ⅰ) 证明略; (Ⅱ) $\frac{3}{k}$.

(17) $I(t)=\mathrm{e}^{2-t}+t$; $I(t)$ 的最小值为 3.

(18) $\frac{1}{2}$.

(19) 证明略.

(20) 当 $a=-2$ 时, $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$ 无解;

当 $a=1$ 时, $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$ 有无穷多解, $\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}1&1\\-1&-1\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0\\-c_1&-c_2\\c_1&c_2\end{pmatrix}$, c_1, c_2 为任意常数;

当 $a\neq-2$ 且 $a\neq1$ 时, $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$ 有唯一解 $\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix}1&\frac{3a}{a+2}\\0&\frac{a-4}{a+2}\\-1&0\end{pmatrix}$.

(21) (Ⅰ) $\begin{pmatrix}2^{99}-2&1-2^{99}&2-2^{98}\\2^{100}-2&1-2^{100}&2-2^{99}\\0&0&0\end{pmatrix}$;

(Ⅱ) $\boldsymbol{\beta}_1=(2^{99}-2)\boldsymbol{\alpha}_1+(2^{100}-2)\boldsymbol{\alpha}_2$, $\boldsymbol{\beta}_2=(1-2^{99})\boldsymbol{\alpha}_1+(1-2^{100})\boldsymbol{\alpha}_2$, $\boldsymbol{\beta}_3=(2-2^{98})\boldsymbol{\alpha}_1+(2-2^{99})\boldsymbol{\alpha}_2$.

(22) (Ⅰ) $f(x,y)=\begin{cases}3, & 0<x<1, x^2<y<\sqrt{x},\\0, & \text{其它}.\end{cases}$; (Ⅱ) U 与 X 不相互独立;

(Ⅲ) $F(z)=\begin{cases}0, & z\leqslant0,\\\frac{3}{2}z^2-z^3, & 0<z\leqslant1,\\2(z-1)^{\frac{3}{2}}-\frac{3}{2}z^2+3z-1, & 1<z\leqslant2,\\1, & z>2.\end{cases}$

(23) (Ⅰ) $f_T(t)=\begin{cases}\frac{9t^8}{\theta^9}, & 0<t<\theta,\\0, & \text{其他};\end{cases}$ (Ⅱ) $a=\frac{10}{9}$.