Introducción a ML y GenAI

Regresión Lineal

Ariel Ramos Vela

20-09-2024

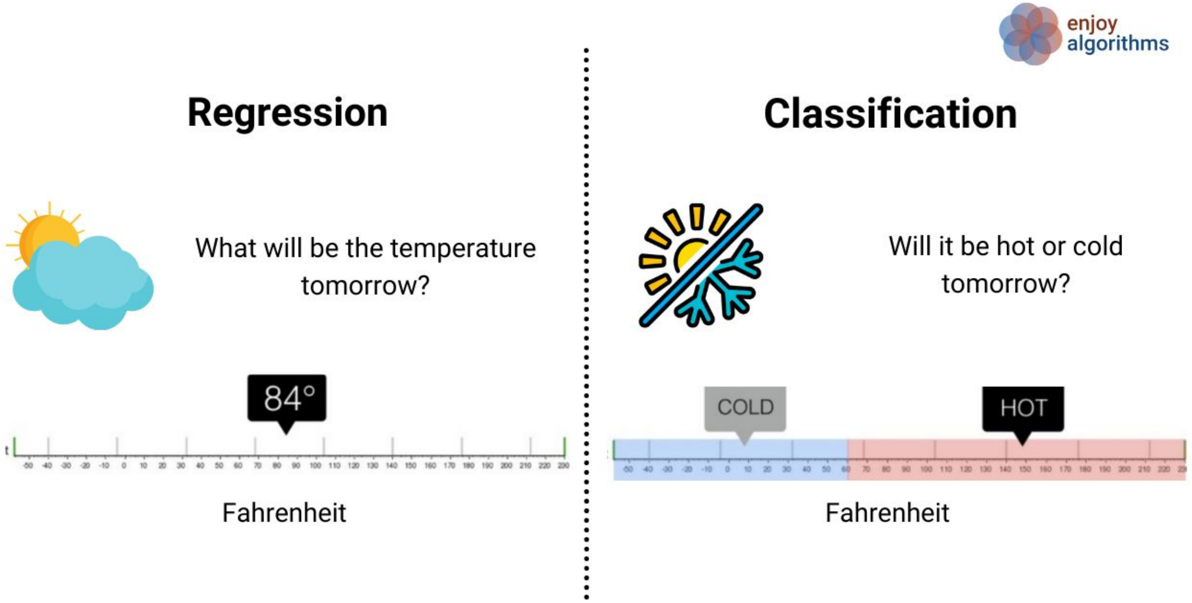
Agenda

1. ¿Qué es la Regresión?
2. Introducción a la Regresión Lineal
3. La Función de Costo (Cost Function)
4. Descenso por Gradiente (Gradient Descent)
5. Métricas para Evaluar la Regresión
6. Taller 4: Ejemplo Práctico: Dataset Weights and Heights

¿Qué es la Regresión?

- **Definición:** La **regresión** es una técnica estadística que modela y analiza las relaciones entre variables. Busca predecir un valor continuo basado en una o más variables independientes.

- **Objetivo Principal:** Encontrar la relación entre una variable dependiente (output) y una o más variables independientes (input).

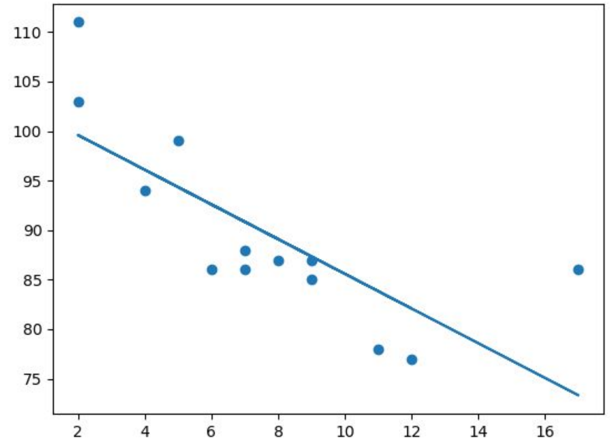


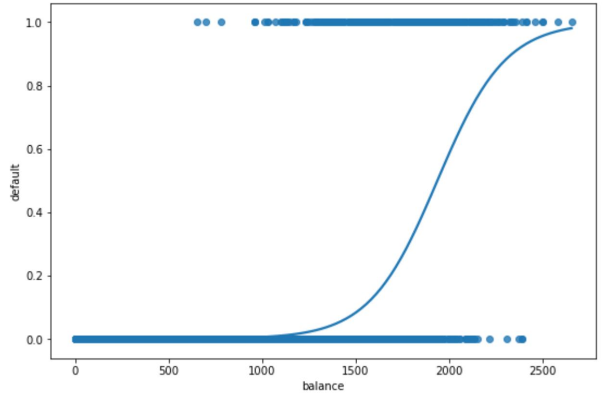
Tipos de Regresión

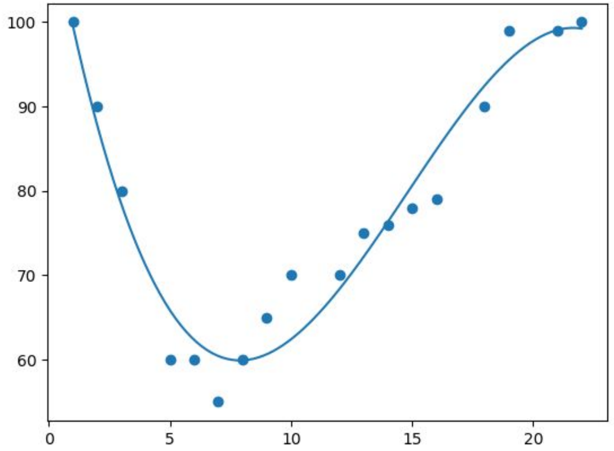
- **Regresión Lineal:** Predice un valor continuo basado en una relación lineal entre las variables.

- **Regresión Logística:** Para problemas de clasificación.

- **Regresión Polinomial:** Extiende la regresión lineal para modelar relaciones más complejas.





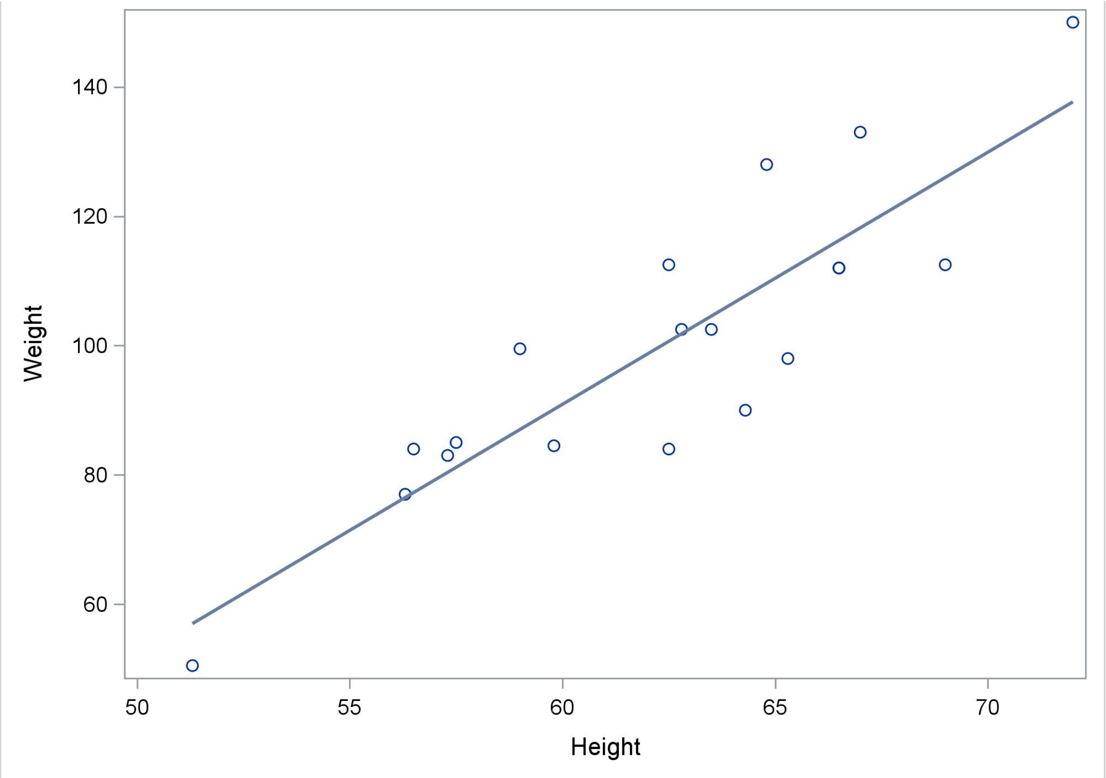


Introducción a la Regresión Lineal

- **Definición:** La regresión lineal busca modelar la relación entre una variable dependiente (Y) y una variable independiente (X), ajustando una línea recta a los datos.

$$y = mx + b$$

$$y = \theta_1 x + \theta_2$$



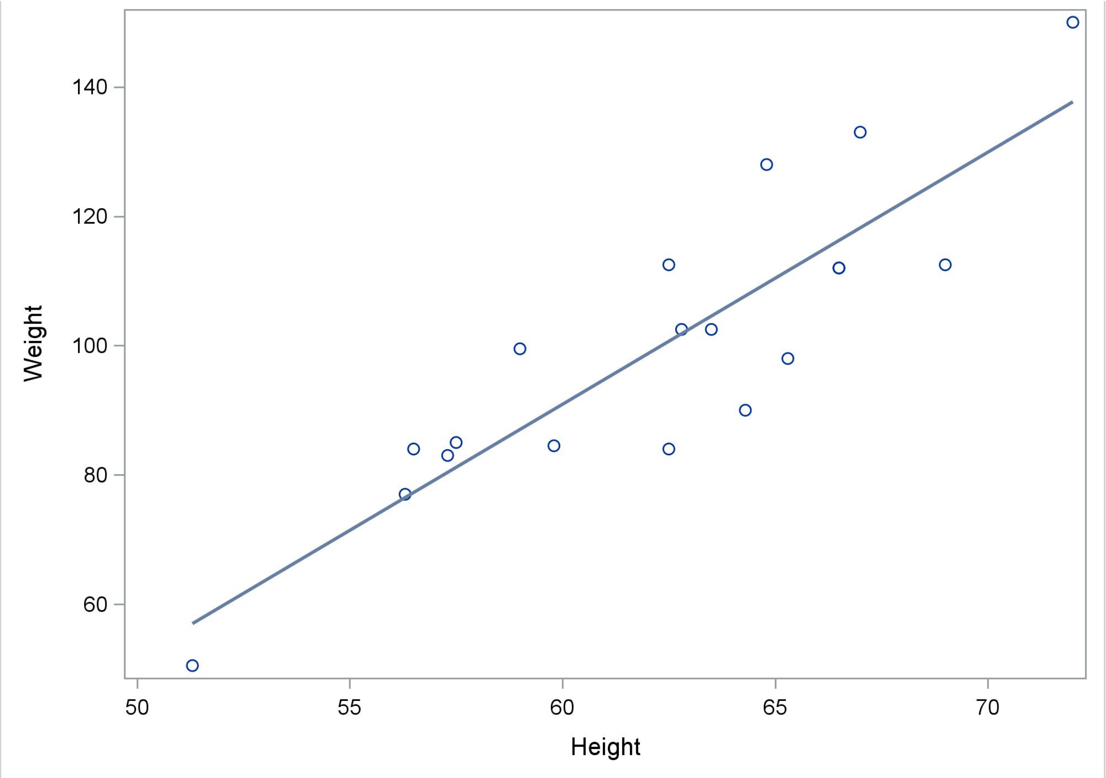
Introducción a la Regresión Lineal

- **Definición:**La regresión lineal busca modelar la relación entre una variable dependiente (Y) y una variable independiente (X), ajustando una línea recta a los datos.

$$y = mx + b$$

$$y = \theta_1 x + \theta_2$$

¿Y si tenemos más features (columnas)?



Introducción a la Regresión Lineal

- **Definición:**La regresión lineal busca modelar la relación entre una variable dependiente (Y) y una variable independiente (X), ajustando una línea recta a los datos.

$$y = mx + b$$

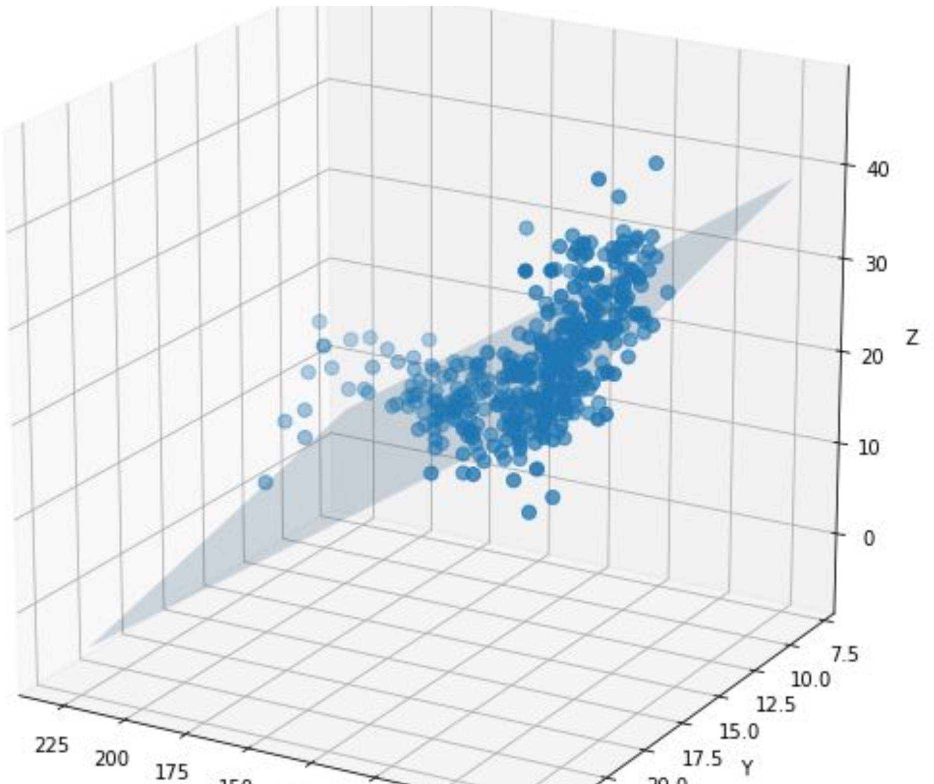
$$y = \theta_1 x + \theta_0$$

¿Y si tenemos más features (columnas)?

$$y = \theta_2 x_2 + \theta_1 x_1 + \theta_0$$

$$\boldsymbol{y = \theta_n x_n + \theta_{n-1} x_{n-1} + \theta_{n-2} x_{n-2} + \ldots + \theta_1 x_1 + \theta_0}$$

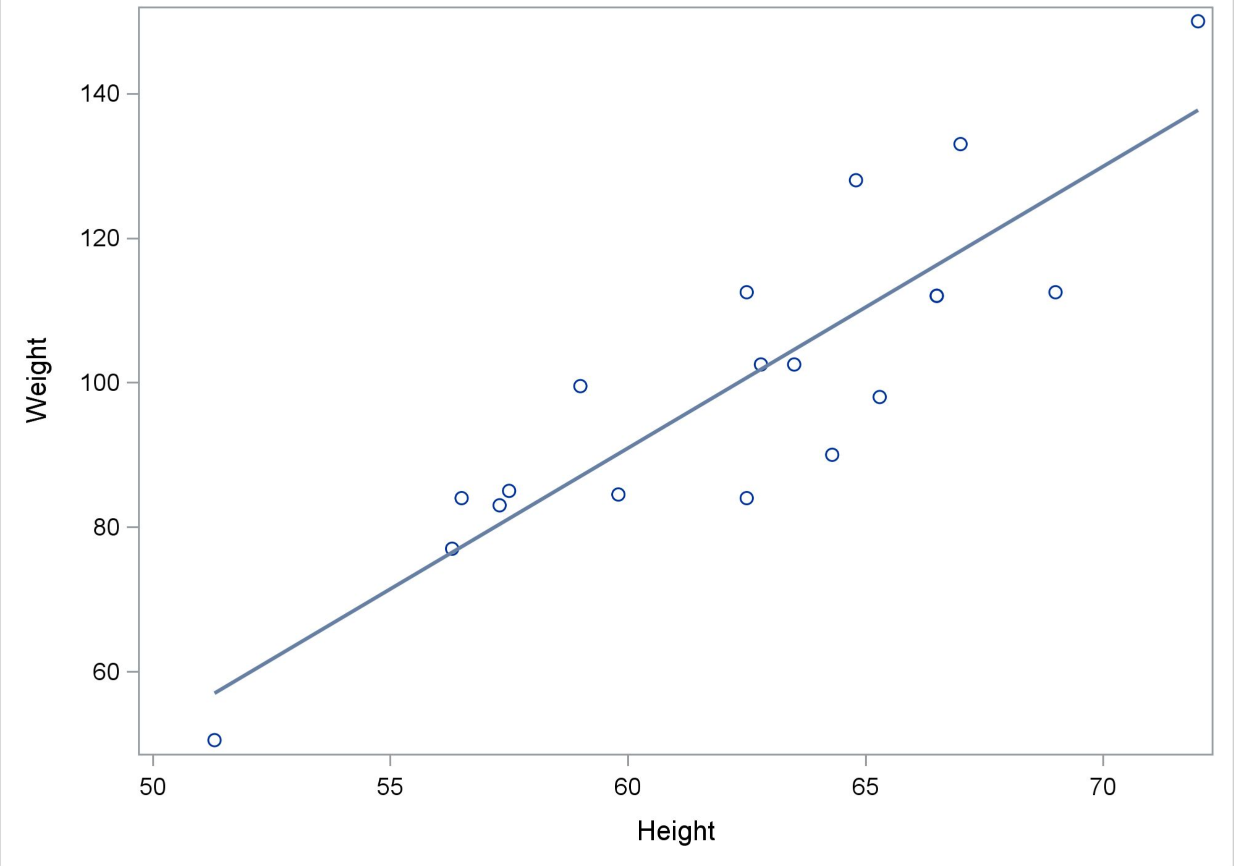
$$\boldsymbol{n\ features}$$



Ejemplo: Altura (X) para predecir Peso (Y)

$$\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$$

- $\hat{y}$ es el valor predicho (hipótesis).
- **Objetivo:** Minimizar la diferencia entre los valores predichos $\hat{y}$ y los valores reales y .

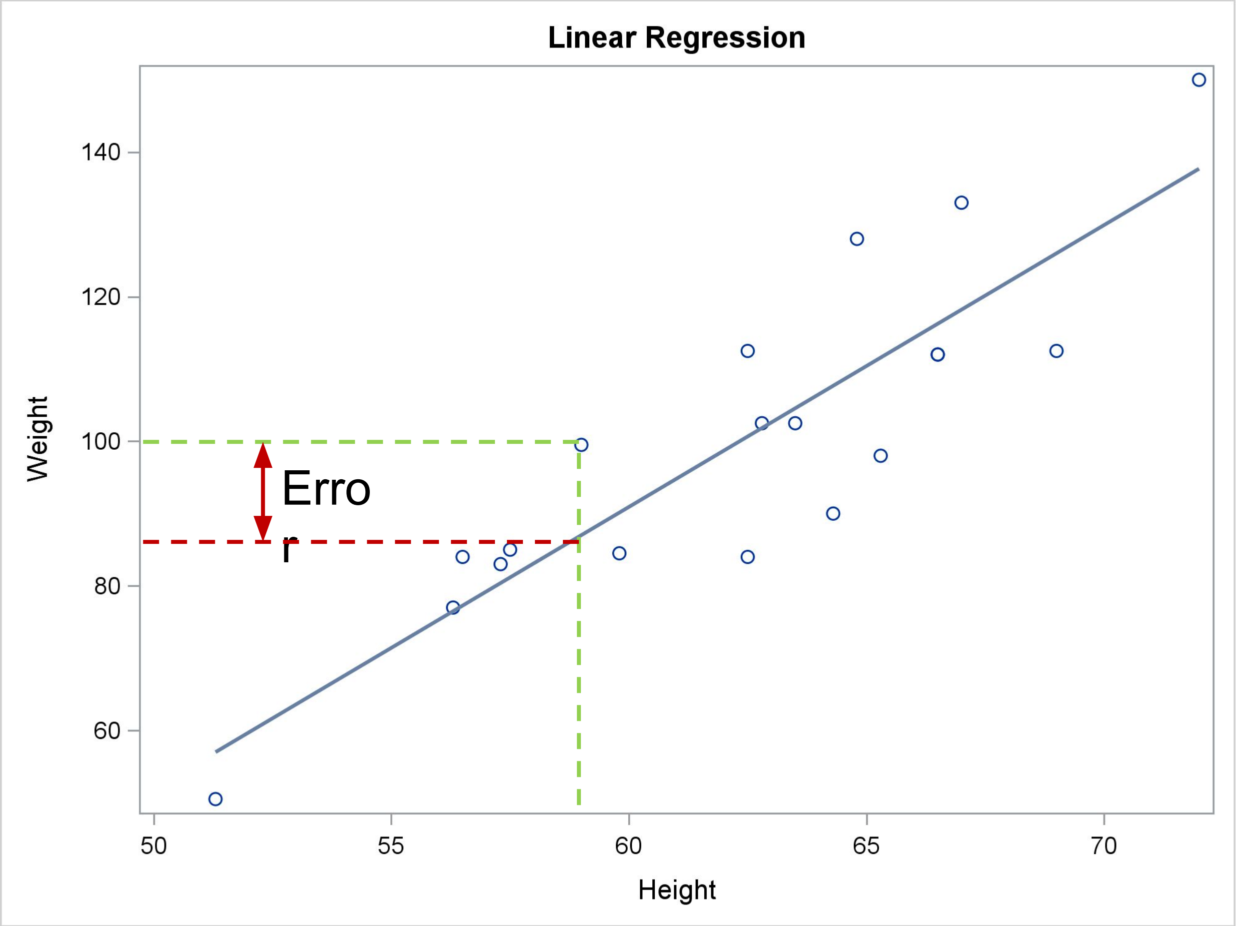


Ejemplo: Altura (X) para predecir Peso (Y)

$$\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$$

- $\hat{y}$ es el valor predicho.
- **Objetivo:** Minimizar la diferencia entre los valores predichos $\hat{y}$ y los valores reales y .

- $\hat{y}$ (predicted) = 87
- y = 100



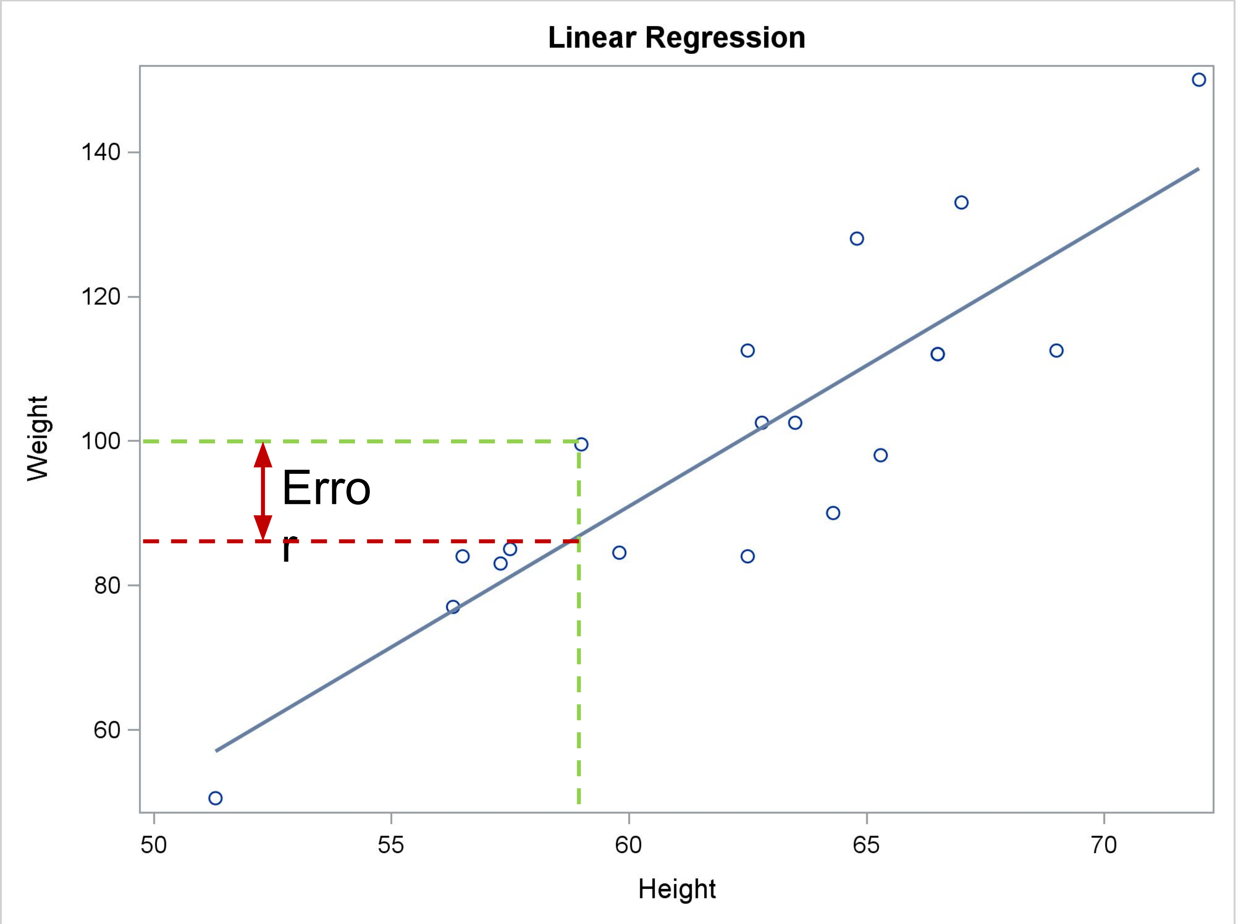
Ejemplo: Altura (X) para predecir Peso (Y)

$$\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$$

- ŷ es el valor predicho.
- **Objetivo:** Minimizar la diferencia entre los valores predichos ŷ y los valores reales y .

- ŷ (predicted) = 87
- y = 100

$$Cost = (y - \hat{y})^2$$



Ejemplo: Altura (X) para predecir Peso (Y)

$$\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$$

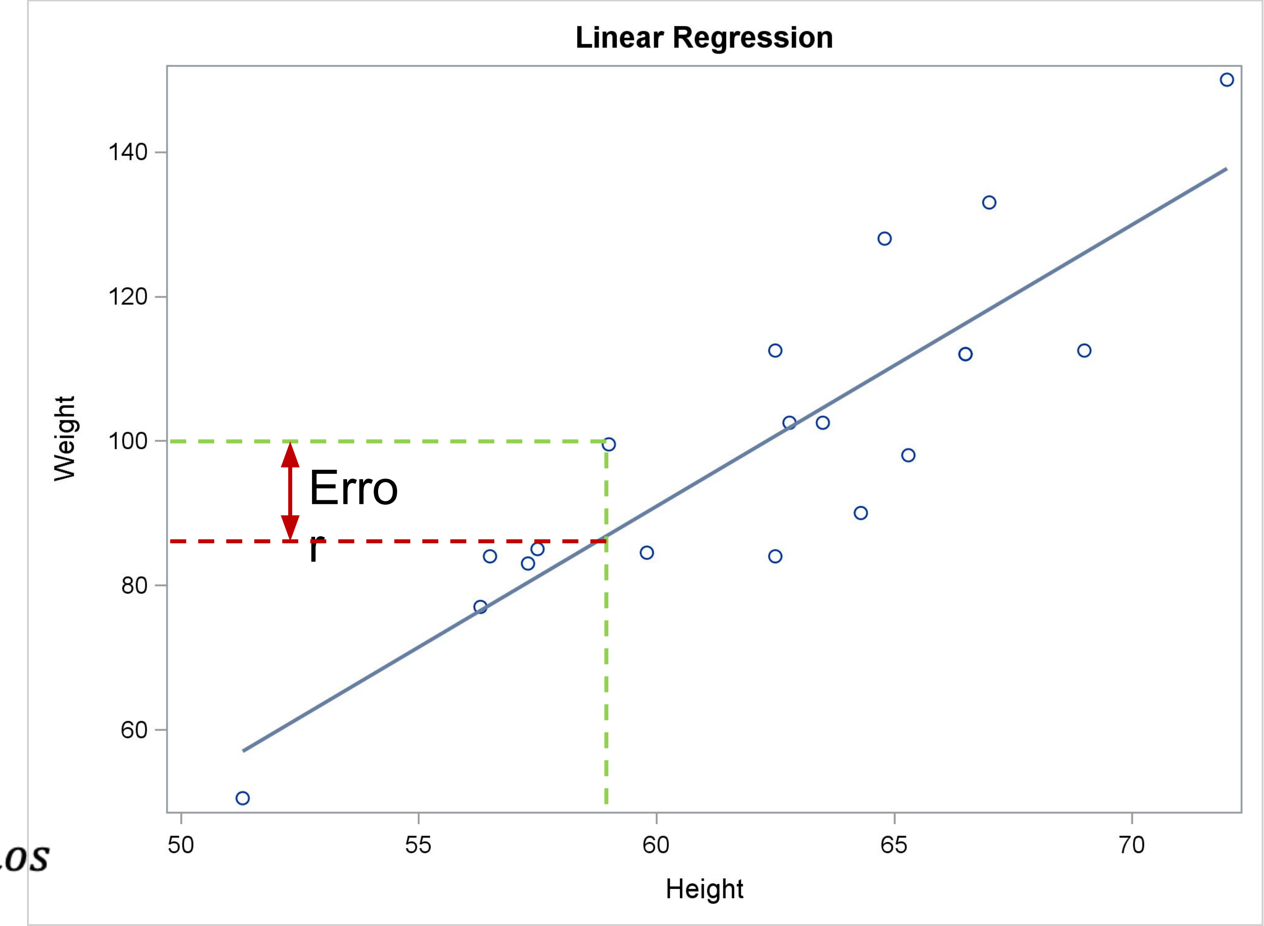
- $\hat{y}$ es el valor predicho.
- **Objetivo:** Minimizar la diferencia entre los valores predichos $\hat{y}$ y los valores reales y .

- $\hat{y}$ (predicted) = 87
- y = 100

$$cost = (y - \hat{y})^2$$

$$cost = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}(y - \hat{y})^2$$

m es el número de puntos que tenemos



Función de Costo (Cost Function)

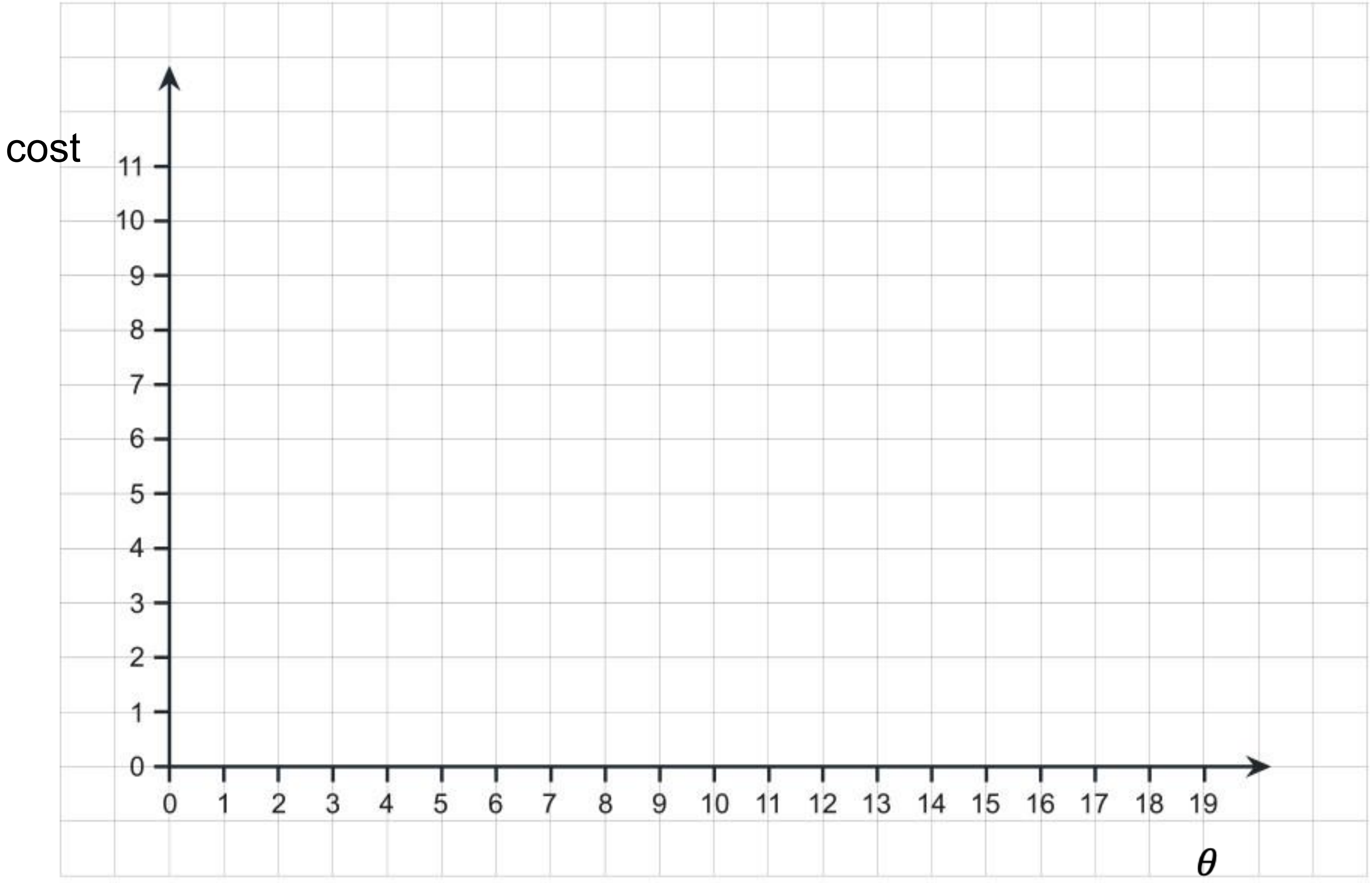
- **Definición:**La función de costo cuantifica el error entre las predicciones del modelo y los valores reales.

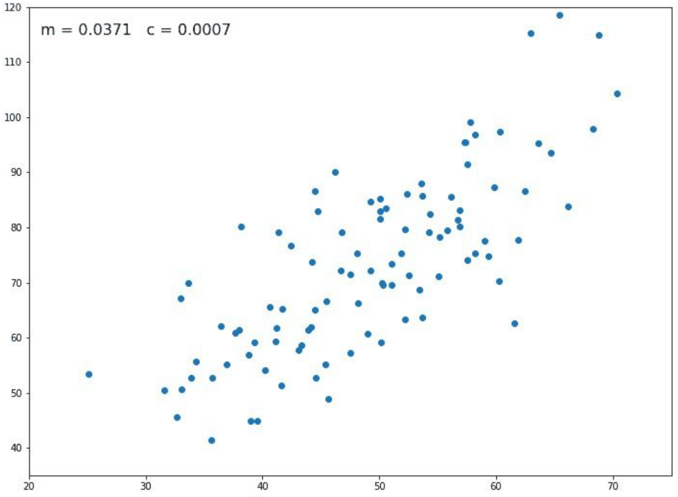
$$cost = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}(y - \hat{y})^2$$

- La meta es minimizar esta función para encontrar los mejores parámetros θ_0 y θ_1 .

$$\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$$

Visualización de la Función de Costo





$\alpha = learning\ rate$

X = (m datapoints, n' features)

X =

Shape =

Y =

Shape =

$$\hat{y} = \boldsymbol{\theta_n x_n + \theta_{n-1} x_{n-1} + \theta_{n-2} x_{n-2}} + \ldots + \boldsymbol{\theta_1 x_1 + \theta_0}$$

$$\hat{y} = X\theta \text{ (matrix form)}$$

θ=

Shape

$$\hat{y} = X\theta$$

$$cost = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}(y - \hat{y})^2$$

$$\alpha = learning\ rate$$
$$(taza\ de\ aprendizaje)$$

$$cost = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}(Y - X\theta)^2$$

$$\frac{d(cost)}{d\theta} = 2\frac{1}{2m}(Y - \hat{Y})X$$

$$\frac{d(cost)}{d\theta} = \frac{1}{m}X^T(Y - \hat{Y})$$

$$(n, m)(m, 1) = (n, 1)$$

Algoritmo
:

- Inicializar θ a cero.
- Bucle (loop) e.g. 1000 times

$$\hat{y} = X\theta$$

$$cost = \frac{1}{2m} * sum(Y - \hat{Y})^2$$

$$\frac{d(cost)}{d\theta} = \frac{1}{m}X^T(Y - \hat{Y})$$

$$\theta = \theta - \alpha * \frac{d(cost)}{d\theta}$$

Evaluación del Modelo: Métricas

- **Error Cuadrático Medio (MSE)**

$$MSE = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2$$

- **Error Absoluto Medio (MAE):**

$$MAE = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left|\hat{y}^{(i)} - y^{(i)}\right|$$

- **R-cuadrado (R^2):**
  - Evalúa qué tan bien el modelo explica la variabilidad de los datos.
  - 1 indica un ajuste perfecto.
  - 0 indica un modelo que no tiene ningún valor predictivo

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y-\hat{y})^2}{\sum(y-\overline{y})^2}$$

Ejemplo Práctico con Dataset "Weights and Heights"

- **Descripción del Dataset:**
  - Variables:
    - **Height (Altura)**: Variable independiente.
    - **Weight (Peso)**: Variable dependiente.

  - **Objetivo:** Predecir el peso basado en la altura usando regresión lineal.

Conclusiones y Reflexión Final

- **Recapitulación:**
  - ¿Qué es la regresión linea?
  - Función de costo (Cost function) y descenso por gradiente (Gradient Descent).
  - Métricas para evaluar modelos de regresión.