אריאל סימון

Ex1 – מסמך הסבר להיוריסטיקה

תיאור המשימה

בתרגיל זה, נדרשנו לממש לוח בגודל nxn המדמה מפה טופוגרפית, כאשר הספרה הנמצאת בכל משבצת הינה עלות המעבר דרכה. בנוסף, הוגדרו "צוקים" – תאים שהערך המופיע בהם הינו -1, כאשר לתוכם אסור לנוע כלל, ובנוסף ואסור לנוע באלכסון לכיוונם.
עבור מפה זו, נדרשנו לממש "מנוע חיפוש", התומך ב4 אלגוריתמי חיפוש שלמדנו, על מנת למצא את הדרך המהירה וה"זולה" ביותר להגעה מנקודת ההתחלה (s_start) לנקודת הסיום (goal).

האלגוריתמים שנדרשנו לממש:

חיפוש לא מיודע

אלגוריתם UCS (Uniform Cost Search)

אלגוריתם IDS (Iterative Deepening Search)

חיפוש מיודע

אלגוריתם *A (ASTAR)

אלגוריתם *IDA (Iterative Deeping A*)

באלגוריתמים *A ו-*IDA, אנו כאמור בתחום החיפוש המיודע, כלומר מנסים לבחור בצורה מושכלת מה הוא הnode הבא אליו כדאי לגשת בFrontier. לפיכך, **בשניהם השתמשנו ביוריסטיקה.** בנוסף, למדנו כי שניהם שלמים (אם קיים פתרון הם מוצאים פתרון), וקבילים (אם קיים פתרון – ימצאו את הפתרון האופטימלי).

תיאור הפונקציה היוריסטית

בתרגול ובהרצאה למדנו על יוריסטיקות המשתמשות בחישוב מרחק מנהטן או מרחק אוקלידי. בתרגיל זה, אני בחרתי להשתמש **במרחק השחמט**: היות והמלך יכול לנוע מעלה-מטה, ימינה-שמאלה ובאלכסונים (כמו הסוכן שלנו, בסביבה שאינה (-1)), מרחק זה הינו המרחק המינימלי האפשרי שהמלך עושה כדי להגיע למשבצת כלשהי.
אופן החישוב בעולם דו מימדי הינו $D_{Chess} = \max(|x2-x1|, |y2-y1|)$.
במימוש שלי, הגדרתי את הלוח כlist של lists n, המדמה מטריצה ריבועית של nxn בשם game_board.
מכאן, שחישוב המרחק בין נקודה game_board[i1,j1] לבין הנקודה game_board[i2,j2] הינו :
$\max(|i2-i1|, |j2-j1|)$.

*מרחק זה ידוע גם בשם Chebyshev distance.

הוכחת נכונות

הגדרה מהתרגול:
יוריסטיקה קבילה (Admissible) h מעריכה "אופטימית" את מחיר המסלול מכל מצב s למצב מטרה, ומתקיים:
$\forall s \in S: 0 \le h(s) \le h^*(s)$.
יוריסטיקה קבילה בפרט מקיימת $\forall g \in G: h(g) = 0$.
הסבר:
*h היא יוריסטיקה מושלמת, המעריכה במדויק את המרחק למטה בדרך הזולה ביותר.
h מחשבת את הערך של מחיר המסלול ממצב s למצב המטרה, ומעריכה אותו באופן אופטימי. לכן, תמיד נרצה שהפונקציה היוריסטית תחזיר ערך שקטן או שווה לערך שנותנת פונקציה *h.
ע"פ הגדרת התרגיל, העלות המינימלית למעבר בין שני תאים שונים זה מזה היא 1. מכאן, שכדי להגיע מנקודה s_start לנקודה אחרת, הנמצאת במרחק x משבצות ממנה לכל הפחות, נצטרך לשלם לפחות עלות של x*1. היות ולא כל הערכים בלוח הם 1 (אלא יותר), והיות שקיימים צוקים שמאריכים את המרחק המינימלי בין 2 נקודות, **המרחק שפונקציה *h תחזיר למעבר כזה יהיה שווה לx או גדול מx.**
היות ומרחק השחמט מחשב את המרחק ע"פ עלות מינימלית של cost =1 לכל מעבר, והיות שאינו מתחשב בהימצאות צוקים, **המרחק שפונקציה h תחזיר למעבר כזה יהיה x.**
מכאן, מובן כי מתקיים $0 \le h(s) \le h^*(s)$, ולכן הפונקציה היוריסטית הינה קבילה.

אריאל סימון

הגדרה מהתרגול:

<u>יוריסטיקה מונוטונית (Consistent)</u>

$\forall s \in S, \forall s' \in SUCC(s), h(s)-h(s') \leq COST(s,s')$, השינוי ביוריסטיקה בין כל שני צמתים עוקבים קטן או שווה למרחק האמיתי ביניהם.

<u>הסבר:</u>

למדנו כי f יש שני רכיבים: רכיב הg ששומר את הcost האמיתי שעשינו עד לנקודה הנוכחית, ורכיב h שמעריך באופן יוריסטי את הcost ממנה ועד המטרה. ככל שמתקדמים בחיפוש, רכיב הg גדל (כי צברנו תשלום על עוד ועוד משבצות), ורכיב הh קטן כי מתקרבים יותר למטרה.

לשם ההוכחה, נחלק את המסלול שלנו מs_start לgoal ל2 חלקים: מs_start לקודקוד x תהיה עלות יוריסטית h1, ומקודקוד x לgoal תהיה עלות יוריסטית h2. העלות הכוללת של המסלול היא h.

לפי הסעיף הקודם, מובן כי ההערכה של h1 קטנה (או שווה) לCost האמיתי של המסלול מs_start ל-x.

בנקודת הזמן של ההגעה לx, כבר "שילמנו" עלות גבוהה יותר או שווה לערך שנתנה h1, ואנו עדיין צריכים להגיע אל קודקוד המטרה ע"י h2. כלומר, ההערכה שלנו בנקודה זו היא (cost(s_start → x + h2, סכום שבהכרח גדול או לכל הפחות שווה לh1+h2 (ללא צוקים ובעלויות 1).

באותה ההקבלה, ניתן להראות כי הדבר נכון גם עבור h2, אשר קטנה או שווה ל(cost(x → goal.

מכאן, שבהכרח מתקיים כי ההפרש בין h1 לבין h2 הינו קטן או שווה לcost האמיתי של המעבר ביניהם, ולכן מתקיים $\forall s \in S, \forall s' \in SUCC(s), h(s)-h(s') \leq COST(s,s')$, והיוריסטיקה שבחרתי הינה מונוטונית.