

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -\frac{1}{2}x_1 + x_2 \\
 & x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & x_1 + x_2 \geq \frac{3}{2} \\
 & \frac{1}{6}x_1 + x_2 \geq 1 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il valore della soluzione ottima.
- (b) (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro.
- (c) (3 punti) Indicare il valore delle variabili in base nella base ottima, se essa esiste.
- (d) (2 punti) Scrivere una funzione di massimo che renda ottima la base $B = \{1, 2, 4\}$.
- (e) (3 punti) Verificare algebricamente se la base $B = \{2, 3, 5\}$ è inammissibile.

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{1}{4}x_1 + 4x_2 \\
 & 2x_1 + 3x_2 \geq 3 \\
 & -3x_1 + 4x_2 \geq 2 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (4 punti) Risolvere il problema mediante l'algoritmo del simplesso.

3. (3 punti) Scrivere l'enunciato del teorema fondamentale della Programmazione Lineare.

4. Si consideri un grafo orientato contenente i seguenti archi:

Arco	(s,1)	(s,5)	(s,6)	(1,2)	(1,5)	(2,3)	(3,2)	(3,4)	(4,2)	(4,3)	(5,1)	(5,3)	(5,6)	(6,3)	(6,4)	(6,5)
Peso	7	10	11	11	2	5	5	4	2	1	3	4	1	2	5	5

- (a) (4 punti) Scrivere il modello matematico del problema dell'albero dei cammini minimi (uno a tutti) con sorgente s.
- (b) (4 punti) Calcolare la soluzione ottima del problema utilizzando l'algoritmo di Dijkstra.
- (c) (2 punti) Riportare il valore di tutte le variabili del modello scritto al punto (a) in corrispondenza della soluzione ottima ottenuta al punto (b).