

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \\ & -x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 2 \\ & 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq 9 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Scrivere il duale [D] di [P].
 (b) (3 punti) Verificare che $y^* = (0, \frac{3}{4})$ è una soluzione ottima per il duale [D].
 (c) (3 punti) Individuare la soluzione ottima ed il valore ottimo di [P] a partire dalla soluzione ottima di [D].
2. (4 punti) Dato il seguente problema di programmazione lineare [P], scrivere sia il modello matematico della prima fase, del metodo delle II fasi, che quello del Big-M per [P] (non risolvere i problemi).

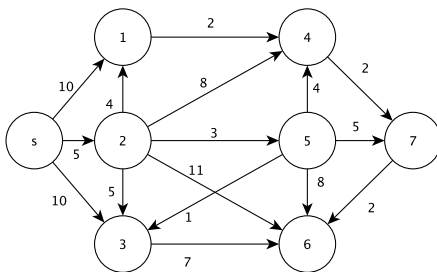
$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 \\ & \frac{1}{2}x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ & 9x_1 + x_2 - x_3 \leq -1 \\ & x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 4 \\ & 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \text{ n.v.}, x_3 < 0 \end{aligned}$$

3. (5 punti) L'azienda iTepal produce telefonini e palmari. Le previsioni di vendita per il 2016 sono indicate nella tabella seguente. In ogni quadrimestre l'azienda ha a disposizione 5250 ore di lavoro. Un telefonino richiede un'ora di lavorazione, un palmare un'ora e mezza.

	I Quadr.	II Quadr.	III Quadr.
Telefonini	1500	1000	1000
Palmari	1000	3000	3000

A causa di lavori di ristrutturazione, i telefonini non possono essere prodotti nell'ultimo quadrimestre. Inoltre, la politica aziendale esige che alla fine di ogni quadrimestre siano presenti almeno 100 pezzi di ogni prodotto in magazzino. All'inizio del 2016, sono presenti in magazzino 85 telefonini e 120 palmari. I costi di magazzino ammontano a 5 euro per ogni pezzo che rimane in magazzino alla fine del primo quadrimestre, 7 euro alla fine del secondo e 3 euro alla fine del terzo. L'azienda è disposta a produrre anche in anticipo, pur di soddisfare le richieste del mercato, ma vuole minimizzare i costi di immagazzinamento. Formulare il problema di pianificare la produzione nei tre quadrimestri come problema di PL.

4. Si consideri il grafo in figura:



- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema del massimo flusso dalla sorgente s al pozzo 7. Specificare il significato delle variabili decisionali utilizzate.
 (b) (4 punti) Individuare il massimo flusso utilizzando l'algoritmo delle path aumentanti.
 (c) (3 punti) Indicare il valore della soluzione ottima ed il valore delle variabili decisionali all'ottimo.
 (d) (3 punti) Dare la definizione di taglio s-t per un grafo G e scrivere l'enunciato del teorema "Taglio minimo-flusso massimo"