

**Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica**  
**Seconda prova intercorso - Classe 3 - Gruppo 1**  
Fisciano, 01/06/2020

**Esercizio 1** (10 punti)

Un gioco consiste nel lancio ripetuto di due dadi regolari. In ogni lancio dei due dadi si vince se l'esito del primo dado è strettamente minore di quello del secondo dado. Sia  $X$  la variabile aleatoria che rappresenta il lancio in cui si ottiene il primo successo.

- (i) Determinare  $P(X = k)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ; (ii) calcolare  $P(X > 5 | X > 2)$ ;  
(iii) determinare il valore di  $n$  tale che  $P(X \leq n) = 95/144$ .

**Esercizio 2** (10 punti)

Sia  $X$  una variabile aleatoria assolutamente continua avente funzione di distribuzione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ x^\alpha & 0 \leq x < 1, \\ 1 & x \geq 1, \end{cases}$$

con  $\alpha > 0$ .

- (i) Determinare la densità di probabilità  $f(x)$ ; (ii) calcolare  $Var(2X - 1)$ ;  
(iii) individuare il valore di  $\alpha$  tale che  $P(X \geq 1/4 | X \leq 1/2) = 1/2$ .

**Esercizio 3** (10 punti)

Siano  $X$  e  $Y$  variabili aleatorie indipendenti e supponiamo che  $X$  abbia distribuzione normale di valore atteso 1 e varianza 4 ed  $Y$  abbia distribuzione esponenziale di valore atteso 2.

- (i) Calcolare  $P(X - X^2 > 0, Y - Y^2 + 2 > 0)$ ;  
(ii) posto  $T = 2X - Y$ , calcolare  $E(T)$ ,  $Var(T)$  e  $Cov(T, Y)$ .

**Esercizio 4 (FACOLTATIVO)**

Cinque biglie, numerate da 1 a 5, sono disposte in fila. Qual è la probabilità che ci siano esattamente  $k$  biglie, ( $k = 1, 2, 3$ ), tra la biglia numero 1 e quella numero 2?