

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & -x_1 + 2x_2 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 6 \\
 & x_1 + \frac{4}{5}x_2 \leq 4 \\
 & \frac{1}{2}x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il punto di ottimo (se esiste) ed il valore ottimo.
- (b) (2 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro.
- (c) (3 punti) Calcolare in quale range può variare il termine noto del secondo vincolo senza rendere inammissibile la base ottima.
- (d) (2 punti) Aggiungere un vincolo al modello che renda degenerare la base  $\{1,3,4\}$ .

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 4x_1 + 5x_2 - x_3 \\
 & -3x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\
 & x_1 + 4x_3 \geq 3 \\
 & x_2 \leq -5 \\
 & -x_1 - 2x_2 \leq 10 \\
 & -x_2 + 6x_3 \geq 0 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 \text{ n.v.}
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Scrivere il duale [D] di [P].

3. Si consideri una istanza del problema del trasporto con 3 nodi di domanda e 3 di offerta, i cui dati sono riportati seguente tabella. Ogni valore nella casella  $ij$  rappresenta il costo unitario per trasportare una unità di merce dalla origine  $i$  alla destinazione  $j$ , il valore a destra della  $i$ -ma riga rappresenta il numero totale di unità di merce dell' $i$ -mo nodo di offerta, mentre il valore in fondo alla colonna  $j$ -ma rappresenta il numero delle unità richieste dal  $j$ -mo nodo di domanda.

10	15	17	5
8	20	25	7
4	22	10	6
6	10	2	

- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico per questo problema.
  - (b) (5 punti) Risolvere il problema, fermandosi dopo la seconda applicazione della regola del ciclo (se raggiunta). Indicare il valore delle variabili decisionali e della funzione obiettivo per la soluzione ottenuta.
4. (a) (3 punti) Scrivere la definizione di semispazio e di direzione di un poliedro.
- (b) (3 punti) Indicare quando una soluzione di base è degenerare. Una soluzione ammissibile non di base può essere degenerare?(motivare la risposta).

5. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_2 \\
 & -2x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 4 \\
 & -x_1 - 2x_2 \geq -3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (4 punti) Risolvere il problema mediante l'algoritmo del simplesso.