

Nome:

Cognome:

Matricola:

1. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 + x_2 \\
 \frac{3}{2}x_1 + 6x_2 & \geq 3 \\
 x_1 + 2x_2 & \leq 3 \\
 3x_1 + x_2 & \geq 3 \\
 4x_1 + 3x_2 & \geq 6 \\
 x_1 \geq 0, x_2 & \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Risolvere graficamente il problema, individuando il valore della soluzione ottima.
- (b) (3 punti) Individuare tutte le basi ammissibili del poliedro.
- (c) (3 punti) Risolvere il problema applicando il teorema della rappresentazione.

2. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & x_1 + 2x_2 + x_3 \\
 x_1 - x_2 & \geq 1 \\
 3x_1 + 4x_2 - x_3 & \leq 6 \\
 2x_1 + 3x_2 & \leq 4 \\
 x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 & \geq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (5 punti) Risolvere il problema mediante l'algoritmo del simplesso.

3. Dato il seguente problema di programmazione lineare [P]:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 7x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 \\
 x_1 - 6x_2 + x_4 & \leq 4 \\
 x_1 + 7x_2 - 4x_3 - x_4 & = 8 \\
 4x_1 + 8x_3 & \geq 9 \\
 x_1 n.v., x_2 n.v., x_3 \geq 0, x_4 & \leq 0
 \end{aligned}$$

- (a) (3 punti) Scrivere il duale [D] di [P] (non porre [P] in forma standard prima di calcolarne il duale)
- (b) (2 punti) Trasformare il problema [D] ottenuto al punto precedente in forma standard di minimo.

4. Si consideri un grafo orientato contenente i seguenti archi:

Arco	(1,2)	(1,4)	(1,5)	(3,2)	(3,5)	(3,6)	(5,2)	(5,4)	(5,6)	(7,1)	(7,2)	(7,3)
Peso	3	5	1	2	3	6	1	3	2	5	8	4

- (a) (3 punti) Scrivere il modello matematico del problema dell'albero dei cammini minimi (uno a tutti) con sorgente 7.
- (b) (2 punti) Qual è la dimensione di una qualsiasi base ammissibile del problema di PL individuato al punto precedente?
- (c) (4 punti) Individuare l'albero dei cammini minimi con sorgente 7.
- (d) (2 punti) Riportare il valore delle variabili decisionali del problema corrispondenti alla soluzione ottima trovata al punto precedente.