

Übungszettel 8

38. Erstellen Sie die Wahrheitstabellen für die folgenden Aussageformen. Welche der Aussageformen sind äquivalent? Welche Gesetzmäßigkeiten erkennen Sie?

$$A \vee B, A \wedge B, B \vee A, B \wedge A,$$

$$\neg(A \wedge B), \neg A \wedge \neg B, \neg(A \vee B), \neg A \vee \neg B$$

$$A \rightarrow B, B \rightarrow A, \neg A \rightarrow \neg B, \neg B \rightarrow \neg A, \neg(A \rightarrow B), \neg(B \rightarrow A)$$

$$(A \vee B) \wedge C, (A \wedge B) \vee C, (A \vee C) \wedge (B \vee C), (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

39. Drei Kinder Justus, Peter und Bob stellen sich in einer Reihe auf. Drei Aussagen A, B, C sind definiert als: A : „Justus steht neben Peter“, B : „Peter steht neben Bob“ und C : „Justus steht neben Bob“. Für welche Wahrheitswerte von A, B, C lässt sich eine Reihenfolge finden, die die drei Aussagen erfüllt? Erstellen Sie die Wahrheitstabelle für diese Erfüllbarkeit. Zeigen Sie, dass die Aussageform

$$(A \vee (B \wedge C)) \wedge \neg(A \wedge (B \leftrightarrow C))$$

die selbe Wahrheitsfunktion darstellt.

40. Zeigen Sie mittels Umformungen, ob die folgenden Aussageformen Tautologien oder Kontradiktionen sind:

$$A \wedge B \wedge (\neg A \vee \neg B)$$

$$A \vee B \vee (\neg A \wedge \neg B)$$

$$(\neg B \rightarrow (A \wedge C)) \rightarrow ((\neg A \vee B \vee \neg C) \rightarrow B)$$

$$(A \rightarrow (B \wedge C)) \leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \vee (A \wedge \neg C))$$

41. Finden Sie alle Aussagenvariablenbelegungen der Aussageform

$$f(A, B, C, D) \equiv (A \vee \neg B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge (D \vee \neg A),$$

die die Aussageform wahr (**W**) machen, und zwar auf folgende Weise: Ermitteln Sie zuerst $f(\mathbf{W}, B, C, D)$ und $f(\mathbf{F}, B, C, D)$, und kürzen Sie so weit wie möglich Variablen oder Terme. Ermitteln Sie daraus z.B. $f(\mathbf{W}, \mathbf{W}, C, D)$, $f(\mathbf{W}, \mathbf{F}, C, D)$, usw., bis $f(\mathbf{F}, \mathbf{F}, \mathbf{F}, \mathbf{F})$. Es ergibt sich ein Suchbaum. Bei geschickter Wahl der Variablen (z.B. $f(\mathbf{W}, B, C, \mathbf{F})$) kann der Suchbaum frühzeitig gekürzt werden.

42. Zeigen Sie die Assoziativität der Bijunktion, also $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \Leftrightarrow A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$, einmal mittels Wahrheitstabelle, und einmal mittels Umformungen.