UNIVERSITÄT SALZBURG

Proseminar

Lineare Algebra f. Informatik

SoSe 2020

Übungszettel 12

Hinweise: Dies ist der letzte Übungszettel.
Am Do 25.06.2020 14:15 findet der dritte Proseminar-Test statt.

48. Konstruieren Sie eine Matrix A mit den Eigenwerten $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$ und $\lambda_3 = 3$ und jeweils zugehörigen Eigenvektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.
(Also $Av_1 = \lambda_1 v_1$, $Av_2 = \lambda_2 v_2$ und $Av_3 = \lambda_3 v_3$.)

49. Gegeben ist eine Matrix:
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$
Zeigen Sie, dass A diagonalisierbar ist, indem Sie eine invertierbare Matrix P und eine Diagonalmatrix D berechnen sodass $A = PDP^{-1}$.

50. Beweisen Sie, dass für jede 2×2-Matrix $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ mit Eigenwerten λ_1 und λ_2 gilt:

    - $a_{11} + a_{22} = \lambda_1 + \lambda_2$
    - $(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21} = (\lambda_1 - \lambda_2)^2$