

Übungszettel 1
17.10.2017

1. Seien

$$A = \{x : 1 \leq x \leq 12 \text{ und } x \text{ ist eine gerade ganze Zahl}\}$$

$$B = \{x : 1 \leq x \leq 12 \text{ und } x \text{ ist ein ganzzahliges Vielfaches von } 3\}.$$

Zeigen Sie, dass $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$. (\bar{A} bezeichnet das Komplement der Menge A).

2. Vereinfachen Sie die Ausdrücke

$$\left(\frac{(z^3)^{-2}}{z^{-1}} \right)^{-1/2} \cdot \left(\frac{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}{a^2 - b^2} \right) \left(\frac{a+b}{a^2 + b^2} \right).$$

3. Berechnen Sie die Summe

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \cdots + \frac{1}{4^n}.$$

4. Wie viele verschiedene Autokennzeichen mit sechs Schriftzeichen gibt es, wenn die ersten drei Buchstaben und die letzten drei Ziffern sind?

5. Berechnen Sie (ohne Taschenrechner):

$$\frac{4}{3} \log_2 64 + \frac{2}{3} \log_2 27 - \log_2 24$$

$$2 \log_2 x^2 - 3 \log_2 x$$

$$\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a} = x$$

$$\log_x \frac{4}{9} = -2.$$

6. Man berechne x aus

$$x^2 - 9x + 11 = -3.$$

7. Unter allen Rechtecken gegebenen Umfangs bestimme man das flächengrößte.