$$\begin{aligned}
\mathrm{dist}(u,v) &\leq \mathrm{dist}(u,s) + \mathrm{dist}(s,v) \\
&= \mathrm{dist}(s,u) + \mathrm{dist}(s,v) \\
&\leq \mathrm{Ecc}(s) + \mathrm{Ecc}(s) \\
&= 2\,\mathrm{Ecc}(s) \\
&= 2\hat{D}
\end{aligned}$$

gilt $\forall u,v$

Nun $D = \max\{\mathrm{dist}(u,v)\} \leq 2\hat{D}$

(6) z.Z. im Push Modell sinkt die Anz. gesunder Knoten um Faktor 0.9, wenn
$G(t)$ eine gewisse lower bound hat
$\Rightarrow$ wir zeigen konstantes Schrumpfen, nicht nur dass $N$ Runden ausreichen

$$192 c \ln n = c' \ln n \leq G(t) \leq 2/3\, n$$

$$\Rightarrow I(t) \geq 1/3\, n$$

Zufallsvar

$$X_j(t) = \begin{cases} 1 & j \text{ wird in Runde } t \text{ nicht infiziert} \\ 0 & j \text{ '' infiziert} \end{cases}$$

Dann $\quad G(t+1) = \sum_{j=1}^{G(t)} X_j(t)$

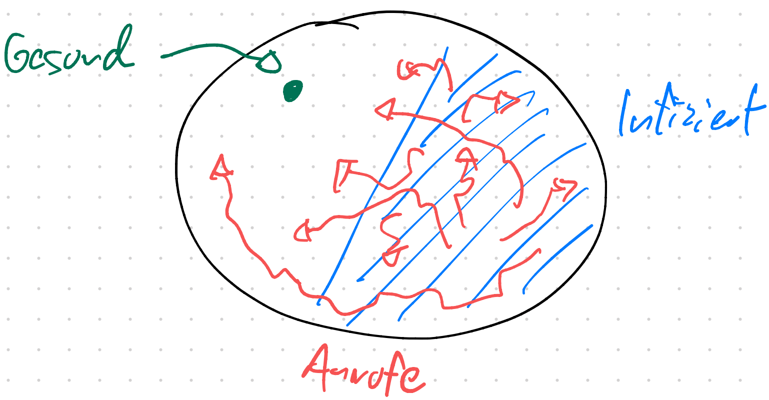
Nun

$$E[G(t+1)] = E\left[\sum X_j(t)\right]$$

$$= \sum E[X_j(t)]$$

$$= \sum Pr[X_j(t) = 1]$$

Intuition:




Pr, dass Knoten infiziert wird: muss von jedem infizierten Knoten nicht angerufen werden

$$\Longleftrightarrow \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{I(t)}$$

W'lkt dass gesunder Knoten gesund bleibt

$$\Rightarrow \sum Pr[X_j(t)=1]$$

$$= \sum (1-1/n)^{|C(t)|}$$

$1-1/n \le 1$

$|C(t)| \ge 1/3\,n$

$$\le \sum (1-1/n)^{1/3\,n}$$

$$= \sum \left((1-1/n)^n\right)^{1/3}$$

$$\le \sum \left(1/e\right)^{1/3}$$

$$= \sum 1/e^{1/3}$$

$$= 1/e^{1/3} \cdot G(t)$$

Upper bound

$$\ge \sum (1-1/n)^n$$

$n \ge 2$

$$\ge \sum (1-1/2)^{1/2}$$

$$= 1/4\, G(t)$$

Lower bound

Nun

$$\Pr\left[G(t+1) \geq (1+\delta)\frac{1}{e^{1/3}} G(t)\right]$$

$$\leq \Pr\left[G(t+1) \geq (1+\delta) E[G(t+1)]\right]$$

Chernoff

$$\leq \frac{1}{e^{\frac{\delta^2}{3} \cdot E[G(t+1)]}}$$

Ziel:

$(1+\delta)\, 1/e^{1/3} \leq 0.9$

$\Rightarrow \Pr[G(t+1) \geq 0.9\, G(t)]$

$\leq \dots$

Lower bound

$$\leq \frac{1}{e^{\frac{\delta^2}{3} \cdot \frac{1}{4} G(t)}}$$

Setze $\delta = 1/4$ da $1/e^{1/3} \approx 0.716$

$G(t) \geq 192\, c \ln n$

$$= \frac{1}{e^{1/192\, G(t)}} \leq \frac{1}{e^{c \ln n}} = 1/n^c$$