1 Seien a = Rinder
b = Schweine
c = Schafe

Wir stellen folgendes LGS auf:

	a	b	c	g
I	-2	13	5	-1000
II	-3	-3	9	0
III	5	-8	-6	600

Betrachte II:

$$\begin{array}{lrrrrl} & -3 & -3 & 9 & 0 & \mid :3 \\ \Leftrightarrow \ C & -1 & -1 & 3 & 0 & \mid \cdot 2 \\ \Leftrightarrow & -2 & -2 & 6 & 0 & \mid + \text{III} \\ \Leftrightarrow \ A & 3 & -10 & 0 & 600 & \end{array}$$

und

$$\begin{array}{lrrrrl} & -3 & -3 & 9 & 0 & \mid \cdot(-5/9) \\ \Leftrightarrow & 5/3 & 5/3 & -5 & 0 & \mid + \text{I} \\ \Leftrightarrow & -1/3 & 44/3 & 0 & -1000 & \mid \cdot 9 \\ \Leftrightarrow & -3 & 396/3 & 0 & -9000 & \mid + A \\ \Leftrightarrow & 0 & 366/3 & 0 & -8400 & \\ B & & 1 & & -4200/61 & \end{array}$$

$\Rightarrow$ ein Schwein kostet $4200/61$ Geldstücke

Per B gilt: A $\Leftrightarrow$ $3 \quad 0 \quad 0 \quad -5400/61 \quad \mid :3$

$\Leftrightarrow$ $1 \quad 0 \quad 0 \quad -1800/61$ $\Rightarrow$ eine Kuh kostet $1800/61$ G.

Per (A)(B) gilt: (C) $\iff 0 \quad 0 \quad 3 \quad -\frac{6000}{61} \quad | :3$

$\iff 0 \quad 0 \quad 1 \quad -\frac{2000}{61} \implies$ ein Schaf kostet $\frac{2000}{61}$ Geldst.

(2) Wir suchen g, e, h die Folgendes erfüllen:

$$4g + 3e + 0{,}5h = 100$$
$$g + e + h = 100$$

Wir probieren $g = 0$: es bleibt

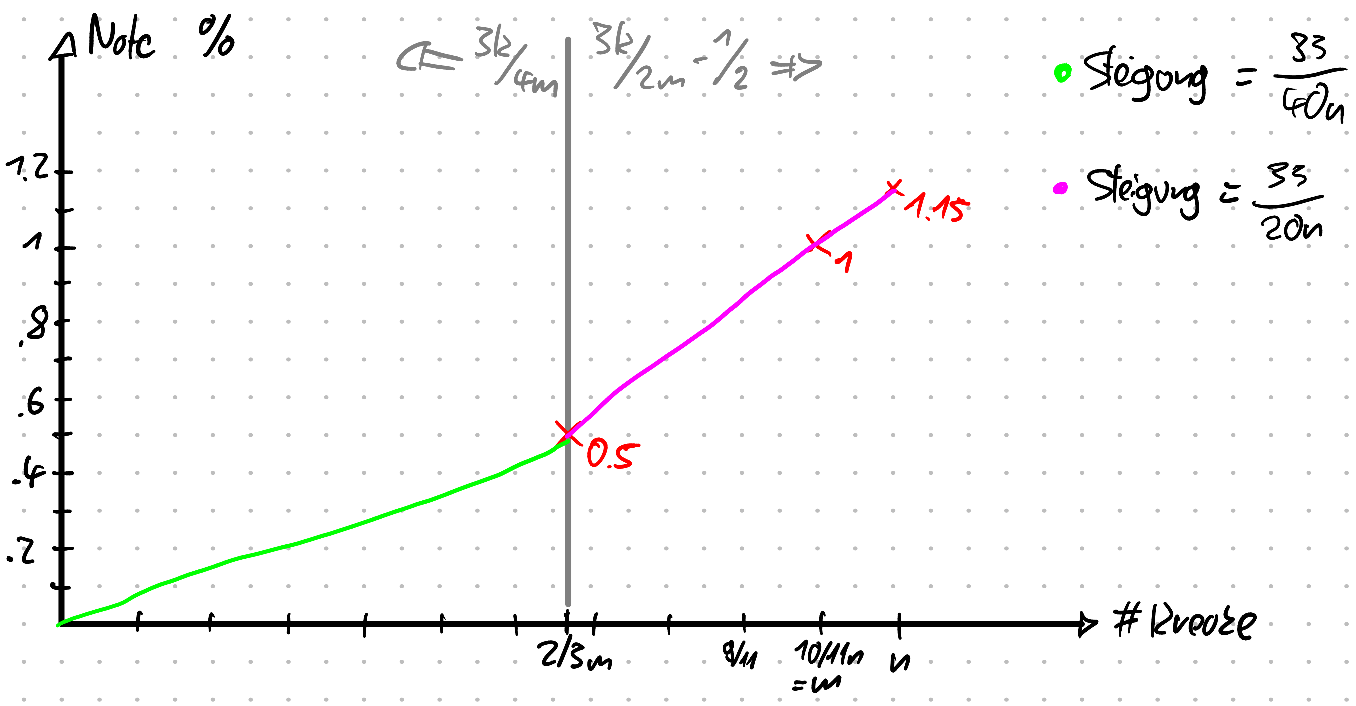
$$3e + 0{,}5h = 100$$
$$e + h = 100 \iff e = 100 - h$$

$$\implies 3(100-h) + 0.5h = 100$$
$$\iff 300 - 2.5h = 100$$
$$\iff -2.5h = -200$$
$$\iff h = 80$$

$$\implies e = 20$$

Wir kaufen 0 Gänse, 20 Enten, 80 Hühner.

(3)



Für die gegebenen Teilbewertungen ergeben sich 64% = Note 3.

4 $a \circ b := b$

1. $a \circ (b \circ c) = a \circ c = c = b \circ c = (a \circ b) \circ c$

2. Seien $a, e \in \mathbb{R}$. Dann $e \circ a = a$

3. Sei $e \in \mathbb{R}$ b.d.f., sei $a' := e$
   Dann $\forall a \in \mathbb{R}: a \circ a' = a' = e$

4. Das in ③ gegebene "inverse Element" ist nicht linksinvers.
   Tatsächlich kann es kein solches geben: sei $a \neq e$
   Dann $b \circ a = a \neq e \quad \forall b \in \mathbb{R}$
   Damit ist $(\mathbb{R}, \circ)$ keine Gruppe.

5 $0 = -a + a = a - a = 1 \cdot a - a = (0+1) \cdot a - a = 0a + 1a - a = 0a + a - a = 0a - a + a = 0a + 0 = 0a$

6 Wir machen uns zunutze, dass

$a \oplus_n b := (a+b) \bmod n$

$a \odot_n b := (a \cdot b) \bmod n$

zusammen mit der Restklasse mod n (M_n) einen Ring mit Eins bilden und einen Körper, wenn $(M_n, \odot_n)$ nullteilerfrei ist, was für $(M_3, \odot_3)$ gilt, da 3 prim ist.

D.h. $(\{0, 1, 2\}, \oplus_3, \odot_3)$ mit

$\oplus_3$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$\odot_3$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

bildet einen Körper