AVS VO

Inoffizieller Fragenkatalog

Aufgabe 1

Gegeben sei ein synchrones, anonymes, uniformes Netzwerk mit n Knoten, dessen Graph ein Baum (also zusammenhängend und kreisfrei) ist. Zeigen Sie, dass ein Leader durch einen randomisierten Algorithmus mit in Erwartung $O(n)$ Runden und $O(n)$ Nachrichten bestimmt werden kann.

Hinweis: Der Baum hat keine designierte Wurzel. Versuchen Sie das randomisierte Tie- Breaking möglichst einfach zu gestalten.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass im CONGEST Modell der Durchmesser eines Netzwerks in $O(m)$ Runden berechnet werden kann, wobei m die Anzahl der Kanten des Netzwerks bezeichnet. Sie dürfen davon ausgehen, dass bereits ein Leader bestimmt wurde.

Hinweis: Gesucht ist eine generische Lösung, die für eine Vielzahl von Problemen funktioniert; die Berechnung des Durchmessers ist nur ein Beispiel von vielen. Im LOCAL Modell wären $O(D)$ Runden ausreichend.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass im CONGEST Modell für jedes Netzwerk $G = (V, E)$ mit n Knoten aus einem gegebenen (ρ, μ, l)-Cover in konstant vielen Runden ein $(2\rho + 1)$-Spanner von G mit $O(\mu + \mathrm{l}n)$ Kanten konstruiert werden kann, wenn jeder Knoten für jedes Cluster, in dem er enthalten ist, seinen Parent und seine Kinder im Baum des Clusters sowie die IDs des Clusterzentrums kennt.

Aufgabe 4

Gegeben sei ein (Monte-Carlo) Algorithmus für das (exakte) SSSP Problem für gewichtete Graphen, der im CONGEST Modell mit hoher Wahrscheinlichkeit eine korrekte Lösung berechnet (und mit geringer Wahrscheinlichkeit falsche Distanzwerte berechnet). Zeigen Sie, dass die Korrektheit einer Ausgabe dieses Algorithmus (bestehend aus einer Distanz für jeden Knoten) in $O(D)$ Runden verifiziert werden kann.

Hinweis: Man kann eine lokale „Optimalitätsbedingung" angeben.

Aufgabe 5

Gegeben sei ein beliebiges Entscheidungsproblem P (d.h. es gibt nur Ausgaben der Form YES oder NO). Angenommen, wir haben einen randomisierten Algorithmus $\mathscr{A}$ für P mit den folgenden Eigenschaften:
• Für alle Eingaben $x \in P$ gilt $\Pr[\mathscr{A}(x) = \text{NO}] \leq 1/3$ und • für alle Eingaben $x \notin P$ gilt $\Pr[\mathscr{A}(x) = \text{YES}] \leq 1/3$.
Zeigen Sie, dass man durch logarithmisch viele Wiederholungen von $\mathscr{A}$ einen Algorithmus für das Problem P mit Fehlerwahrscheinlichkeit $1/n^c$ (für eine beliebige vorgegebene Konstante c) erhalten kann.
Hinweis: Chernoff Bound

Aufgabe 6

In der Vorlesung analysieren wir den Prozess der epidemischen Informationsausbreitung nur für vollständige Graphen. Dabei werden sowohl im Push- als auch im Pull-Modell mit hoher Wahrscheinlichkeit $\Theta(\log n)$ viele Runden benötigt bis alle n Knoten des Netzwerks infiziert sind. Zeigen Sie, anhand einer geeigneten Klasse von Beispielgraphen, dass sich für allgemeine Graphen mit n Knoten bei ungünstiger Startkonfiguration die Anzahl der benötigten Runden im Push- und Pull-Modell um *mehr* als einen konstanten Faktor unterscheiden kann.

Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass in Phase 3 des Push-Modells folgendes gilt: Wenn $G(t) \geq 288c \ln n$, dann ist $G(t+1) \leq 0.9 \cdot G(t)$ mit hoher Wahrscheinlichkeit (also mit Wahrscheinlichkeit mindestens $1 - \frac{1}{n^c}$).