

PS Algorithmen für verteilte Systeme

<https://avs.cs.sbg.ac.at/>

Aufgabenblatt 4

Abgabe bis Mittwoch, 22.04.2020, 11:00 Uhr auf <https://abgaben.cosy.sbg.ac.at/>

Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass im CONGEST Modell ein Maximal Independent Set in $O(D)$ Runden mit einem deterministischen Algorithmus bestimmt werden kann, wenn das Netzwerk ein Baum ist, wobei D den Durchmesser des Netzwerks bezeichnet.

Aufgabe 8

Gegeben sei folgender Algorithmus um einen Leader in einem synchronen, anonymen, non-uniformen Ring zu bestimmen:

1. Setze $L = V$
2. Knoten aus L erhalten ID 0 mit Wahrscheinlichkeit p und ansonsten ID 1
3. Knoten aus $V \setminus L$ erhalten ID 2
4. Führe mit diesen IDs Clockwise Algorithmus (mit Präferenz für kleinere IDs) aus
5. Setze L auf die Menge der vom Clockwise Algorithmus bestimmten Leader
6. Falls $|L| > 1$, wiederhole ab Schritt 2

Argumentieren Sie, dass – für eine geeignete Wahl einer Konstanten $p < 1$ (z.B. $p = \frac{1}{3}$) – dieser Algorithmus so implementiert werden kann, dass er mit hoher Wahrscheinlichkeit $O(n \log n)$ Runden benötigt und $O(n \log n)$ Nachrichten versendet. Sie dürfen den Algorithmus aus Aufgabe 4 als „Black Box“ verwenden.

Hinweis: Sie müssen insbesondere argumentieren, warum die allgemeine Schranke von $O(n^2)$ Nachrichten für den Clockwise Algorithmus aus der Vorlesung in dieser Anwendung zu pessimistisch ist.

Anmerkung: Der Algorithmus kann – mit ähnlichen Garantien – auch für asynchrone Ringe formuliert werden. In synchronen Ringen kann darüber hinaus argumentiert werden, dass jede gesendete Nachricht nur aus konstant vielen Bits besteht. Dadurch erhält man eine Schranke auf die *Gesamtgröße* aller gesendeten Nachrichten, die um einen Faktor von $\log n$ niedriger ist als die des Radius Growth Algorithmus, während die Rundenzahl um einen Faktor $\log n$ höher ist.