

PS Algorithmen für verteilte Systeme

<https://avs.cs.sbg.ac.at/>

Aufgabenblatt 2

Abgabe bis Mittwoch, 25.03.2020, 11:00 Uhr auf <https://abgaben.cosy.sbg.ac.at/>

Aufgabe 3

Gegeben sei ein synchrones, anonymes, uniformes Netzwerk mit n Knoten, dessen Graph ein Baum (also zusammenhängend und kreisfrei) ist. Zeigen Sie, dass ein Leader durch einen randomisierten Algorithmus mit in Erwartung $O(n)$ Runden und $O(n)$ Nachrichten bestimmt werden kann.

Hinweis: Der Baum hat keine designierte Wurzel. Versuchen Sie das randomisierte Tie-Breaking möglichst einfach zu gestalten.

Aufgabe 4

Gegeben sei ein synchroner, anonymer, non-uniformer Ring mit n Knoten (in dem also n globales Wissen ist). Außerdem sei eine Teilmenge L der Knoten mit $|L| \geq 1$ gegeben, wobei in Bezug auf diese Menge jeder Knoten initial nur weiß, ob er selbst zu L gehört oder nicht. Zeigen Sie, dass in $O(n)$ Runden und mit $O(n)$ Nachrichten bestimmt werden kann, ob es sich um eine gültige Menge von Leaders mit $|L| = 1$ handelt. Das Ziel ist, dass am Ende alle Knoten wissen, ob das der Fall ist oder nicht.

Anmerkung: Der gesuchte Verifikationsalgorithmus kann – mit ähnlichen Garantien – auch für asynchrone Ringe formuliert werden. In synchronen Ringen kann zusätzlich noch der Fall $|L| = 0$ erkannt werden.

Bonusaufgabe 1

Zeigen Sie – mit möglichst elementaren Methoden – dass $(1 - \frac{1}{n})^{n-1} \geq \frac{1}{e}$ für $n \geq 2$ gilt (wobei e die Eulersche Zahl ist). Diese Schranke ist relevant, wenn im randomisierten Leader-Election-Algorithmus IDs aus dem Bereich von 0 bis $n - 1$ vergeben werden.