

PS Algorithmen für verteilte Systeme

<https://avs.cs.sbg.ac.at/>

Aufgabenblatt 6

Abgabe bis Mittwoch, 06.05.2020, 11:00 Uhr auf <https://abgaben.cosy.sbg.ac.at/>

Aufgabe 11

Zeigen Sie, dass im CONGEST Modell für jedes Netzwerk $G = (V, E)$ mit n Knoten aus einem gegebenen (ρ, μ, ℓ) -Cover in konstant vielen Runden ein $(2\rho + 1)$ -Spanner von G mit $O(\mu + \ell n)$ Kanten konstruiert werden kann, wenn jeder Knoten für jedes Cluster, in dem er enthalten ist, seinen Parent und seine Kinder im Baum des Clusters sowie die IDs des Clusterzentrums kennt.

Aufgabe 12

Zeigen Sie, dass folgender Algorithmus einen $(2k - 1)$ -Spanner $H = (V, F)$ mit $O(n^{1+1/k})$ Kanten für einen Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten berechnet:

1. $F = \emptyset$
2. Wähle beliebigen Knoten $s \in V$
3. Berechne Breitensuchbaum T von s in $G = (V, E)$ sowie $L_i(s) = \{v \in V \mid \text{dist}_G(s, v) = i\}$ für alle $i \geq 0$
4. Sei $i(s)$ das kleinste i so dass $|L_i(s)| \leq |L_{i-1}(s)| \cdot n^{1/k}$
5. Füge für jeden Knoten in $L_0(s) \cup \dots \cup L_{i(s)}(s)$ die Kante zum Elternknoten in T zu F hinzu
6. Entferne alle Knoten in $L_0(s) \cup \dots \cup L_{i(s)-1}(s)$ aus V und entferne alle Kanten mit Endpunkten in $L_0(s) \cup \dots \cup L_{i(s)-1}(s)$ aus E
7. Falls $V \neq \emptyset$, Wiederhole ab Schritt 2

Anmerkung: Die Ungleichung $|L_i(s)| \leq |L_{i-1}(s)| \cdot n^{1/k}$ kann als Abbruchbedingung in der Durchführung der Breitensuche verwendet werden. Dadurch kann der Algorithmus im sequentiellen RAM Modell in linearer Zeit implementiert werden.

Bonusaufgabe 3

Zeigen Sie, dass in der asynchronen Variante des CONGEST Modells ein Breitensuchbaum in $O(D^2)$ Runden mit $O(m + nD)$ Nachrichten konstruiert werden kann, wobei n die Anzahl der Knoten, m die Anzahl der Kanten und den D den Durchmesser des Netzwerks bezeichnet.