

# PS Algorithmen für verteilte Systeme

<https://avs.cs.sbg.ac.at/>

## Aufgabenblatt B

Abgabe bis Mittwoch, 10.06.2020, 11:00 Uhr per E-Mail an [forster@cs.sbg.ac.at](mailto:forster@cs.sbg.ac.at)

### Aufgabe 4

In der Vorlesung haben wir nur Spanner-Konstruktionen für ungerichtete Graphen kennengelernt. Zeigen Sie, dass für *gerichtete* Graphen im Allgemeinen keine nicht-trivialen Spanner existieren, das heißt, dass es für jedes  $n$  einen gerichteten Graph mit  $n$  Knoten gibt, in dem jeder  $t$ -Spanner für  $t < n$  mindestens  $\Omega(n^2)$  Kanten hat.

*Hinweis: Sie müssen nicht davon ausgehen, dass der Ausgangsgraph stark zusammenhängend ist, d. h., es darf Knoten  $u$  und  $v$  geben, für die es keinen Pfad von  $u$  nach  $v$  gibt (also  $\text{dist}(u, v) = \infty$ ).*

### Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass im CONGEST Modell eine 2-Approximation  $\hat{D}$  des (ungewichteten) Durchmessers  $D$  des Netzwerks in  $O(D)$  Runden bestimmt werden kann. Gesucht ist also eine Zahl  $\hat{D}$ , so dass  $\frac{1}{2}D \leq \hat{D} \leq D$ . Sie dürfen davon ausgehen, dass bereits ein Leader bestimmt wurde.

*Hinweis: Die Dreiecksungleichung besagt, dass  $\text{dist}(u, v) \leq \text{dist}(u, w) + \text{dist}(w, v)$  für alle Knoten  $u, v$  und  $w$ .*

### Aufgabe 6

Zeigen Sie, dass in Phase 3 des Push-Modells folgendes gilt: Wenn  $G(t) \geq 288c \ln n$ , dann ist  $G(t+1) \leq 0.9 \cdot G(t)$  mit hoher Wahrscheinlichkeit (also mit Wahrscheinlichkeit mindestens  $1 - \frac{1}{n^c}$ ).