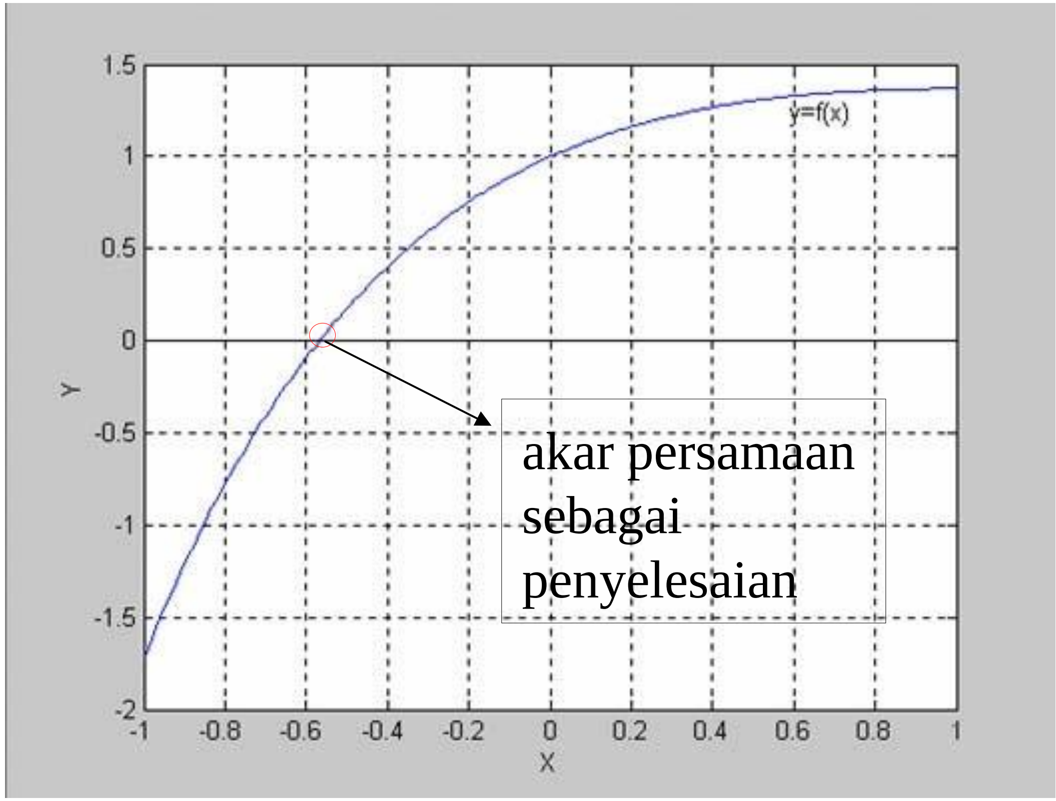
Metode numerik

MATERI : PERSAMAAN NON LINIER

Penyelesaian Persamaan Non Linier

- Penyelesaian persamaan non linier adalah penentuan akar-akar persamaan non linier.
- Akar sebuah persamaan f(x) =0 adalah nilai-nilai x yang menyebabkan nilai f(x) sama dengan nol.
- Akar persamaan f(x) adalah titik potong antara kurva f(x) dan sumbu X.

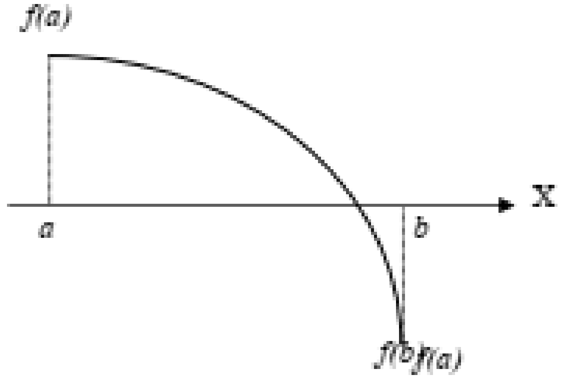
Penyelesaian Persamaan Non Linier



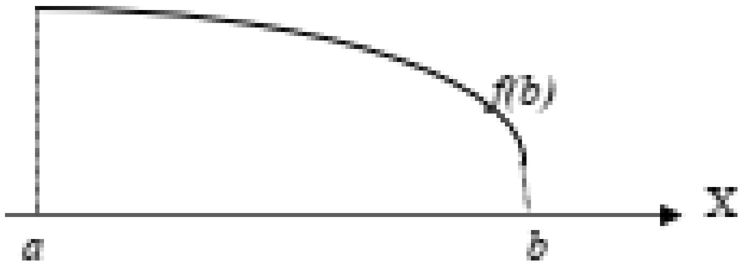
Titik potong kurva dengan sb x ada diantara x=-0.5 dan x=-0.6, Sehingga akar atau penyelesaian pers. Y=f(x) juga berada di x=-0.5 dan x=-0.6

Teorema
Penyelesaian Persamaan Non Linier

Suatu range x=[a,b] mempunyai akar bila f(a) dan f(b) berlawanan tanda atau memenuhi f(a).f(b)<0.



- Karena f(a).f(b)<0 maka pada range x=[a,b] terdapat akar



- Karena f(a).f(b)>0 maka pada range x=[a,b] tidak dapat dikatakan terdapat akar.

Penyelesaian Persamaan Non Linier

Metode Tertutup
- Mencari Akar pada range [a,b] tertentu
- Dalam range [a,b] dipastikan terdapat satu akar
- Hasil selalu Konvergen

- ❑ Metode Tabel
- ❑ Metode Biseksi
- ❑ Metode Regula Falsi

- Metode Tebuka
  - Diperlukan tebakan awal
  - X_n dipakai untuk menghitung X_{n+1}
  - Hasil dapat konvergen atau divergen

- ➢ Metode Iterasi Sederhana
- ➢ Metode Newton-Raphson
- ➢ Metode Secant

Metode Tabel

METODE TERTUTUP

Metode Tabel

Metode Tabel atau Metode Pembagian Area , dimana untuk x = $[a, b]$ atau x di antara *a* dan *b* dibagi sebanyak N bagian dan pada masing-masing bagian dihitung nilai *f(x)* sehingga diperoleh tabel :

x	f(x)
X_0=a	f(a)
x_1	f(x1)
x_2	f(x2)
x_3	f(x3)
…	…
X_n=b	f(b)

- Dari tabel bila didapatkan $f(x_k)=0$ atau mendekati 0 maka dikatakan bahwa x_k adalah penyelesaian persamaan $f(x_k) = 0$.

- Bila tidak ada $f(x_k)$ yang =0, maka dicari nilai $f(x_k)$ dan $f(x_k+1)$ yang berlawanan tanda bila tidak ditemukan maka dikatakan tidak mempunyai akar untuk x = $[a, b]$

Metode Tabel

x	f(x)
X_0=a	f(a)
x_1	f(x1)
x_2	f(x2)
x_3	f(x3)
…	…
X_n=b	f(b)

Dua pendapat untuk menentukan perkiraan akar :

1. Akar persamaan ditentukan oleh nilai mana yang lebih dekat, bila $|f(x_k)|$ $|f(x_{k+1})|$ maka akarnya x_k, dan bila $|f(x_{k+1})|<|f(x_k)|$ maka akarnya x_{k+1}.

2. Akarnya perlu di cari lagi, dengan range x = $[x_k, x_{k+1}]$

Contoh Metode Tabel

Penyelesaian Analitik

$2x^2 + 3x - 4 = 0$

dgn rumus abc : $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 * 2 * -4}}{2 * 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 32}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 6{,}40312}{4}$$

Maka solusinya adalah :

$$x_1 = \frac{-3+6{,}40312}{4} \qquad x_2 = \frac{-3-6{,}40312}{4}$$

$$\mathbf{x_1 = -2,3505} \qquad \mathbf{x_2 = 0,85078}$$

Penyelesaian Numerik – Metode Tabel

Metode Numerik.xlsx

Selesaikan persamaan : **2x + 3x - 4 = 0** dengan range x = [−4,5]

Jawaban :

- Hitung step x mulai dari -4 s/d 5
- Dapatkan nilai f(x) dimulai dari x=-4
- Dari tabel diperoleh hasil bahwa perubahan f(x) terdapat di

  x=-3 dan x=-2 ➔ X2 dengan nilai f(x)= 5 dan -2.

  x=0 dan x=1 ➔ X1 dengan nilai f(x)= -4 dan 1.

Sehingga disimpulkan akar ada di

x=-2 untuk X2 (karena % error untuk f(x) nya lebih kecil daripada di x=-3)

dan x=1 untuk X1 (karena % error untuk f(x) nya lebih kecil daripada di x=0)

X	***f(x)***
-4	16
-3	5
-2	-2
-1	-5
0	-4
1	1
2	10
3	23
4	40
5	61

Algoritma Metode Tabel

(1) Defisikan fungsi f(x)
(2) Tentukan range untuk x yang berupa batas bawah x_{bawah} dan batas atas x_{atas}.
(3) Tentukan jumlah pembagi N
(4) Hitung step pembagi h. Dimana h = $\dfrac{x_{atas} - x_{bawah}}{N}$
(5) Untuk *i = 0 s/d N*, hitung

$x_i = x_{bawah} + i.h \qquad y_i = f(x_i)$

(6) Untuk *i = 0 s/d N* dicari *k* dimana
*. Bila $f(x_k) = 0$ maka x_k adalah penyelesaian
*. Bila $f(x_k).f(x_{k+1}) < 0$ maka :

Bila $|f(x_k)| < |f(x_{k+1})$ maka x_k adalah penyelesaian
Bila tidak, maka x_{k+1} adalah penyelesaian atau dapat dikatakan penyelesaian berada di antara x_k dan x_{k+1}.

Resume Metode Tabel

- Metode tabel ini secara umum sulit mendapatkan penyelesaian dengan error yang kecil.
- Toleransi error 0,0001
- Tetapi metode ini digunakan sebagai taksiran awal mengetahui area penyelesaian yang benar sebelum menggunakan metode yang lebih baik dalam menentukan penyelesaian.

Metode Biseksi

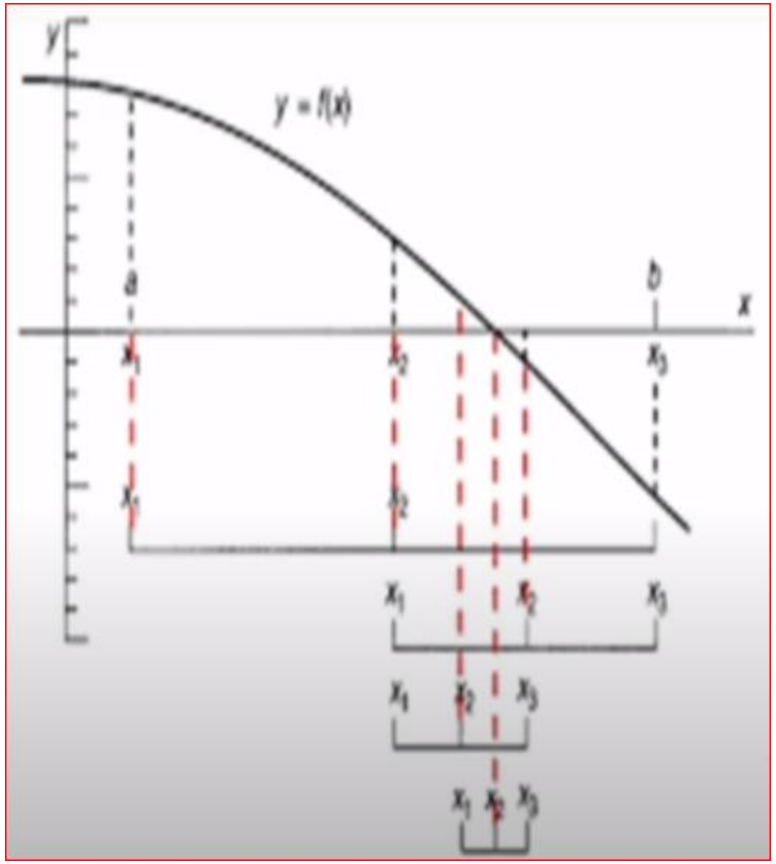
METODE TERTUTUP

Metode Biseksi

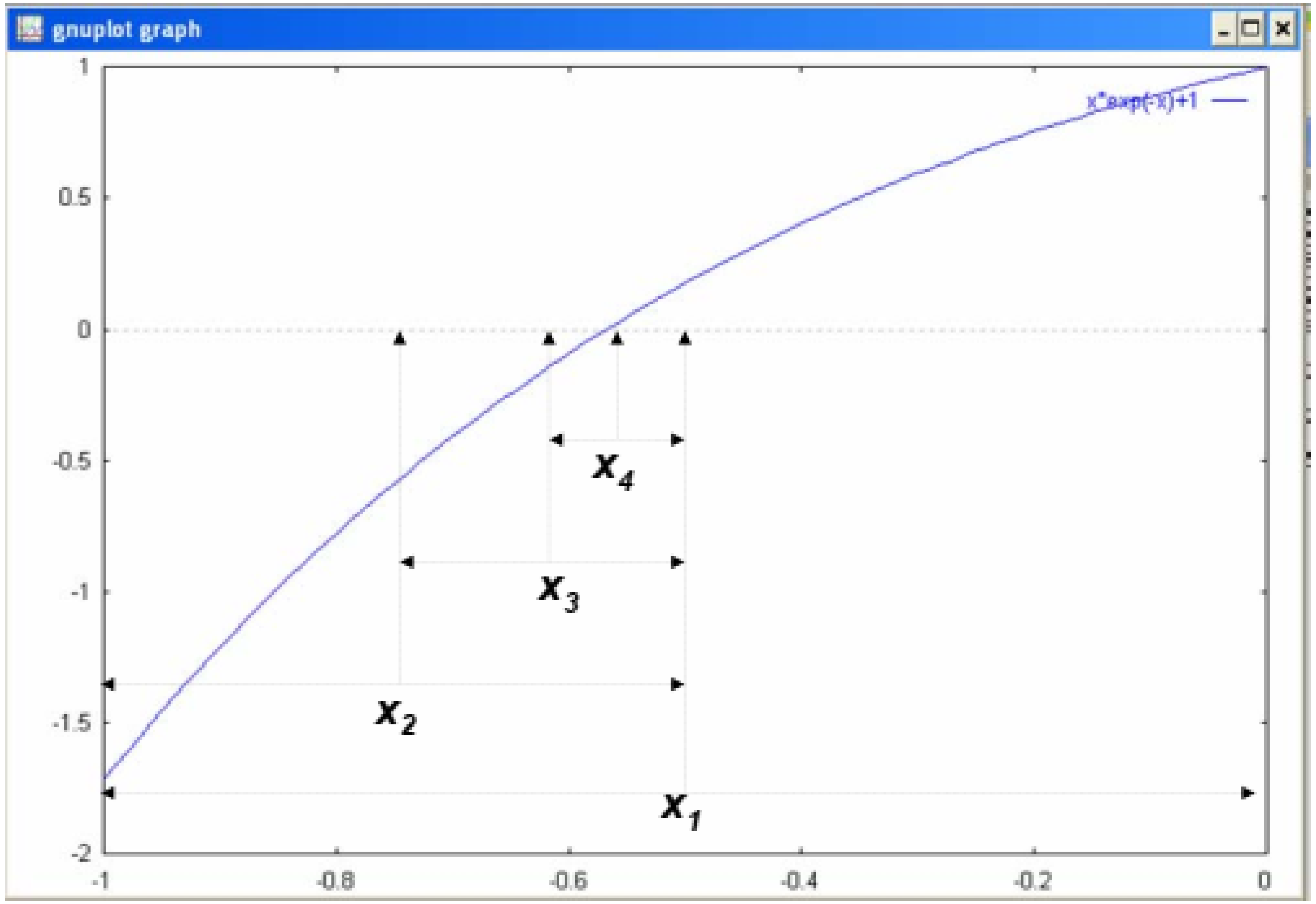
- Metode biseksi ini membagi range menjadi 2 bagian, dari dua bagian ini dipilih bagian mana yang mengandung akar dan bagian yang tdk mengandung akar dibuang. Hal ini dilakukan berulang-ulang hingga diperoleh akar persamaan.
- Untuk menggunakan metode biseksi, tentukan batas bawah (a) dan batas atas (b).Kemudian dihitung nilai tengah :

$$x = \frac{a + b}{2}$$

- Dari nilai x ini perlu dilakukan pengecekan keberadaan akar :
  - f(a) . f(b) < 0, maka b=x, f(b)=f(x), a tetap
  - f(a) . f(b) > 0, maka a=x, f(a)=f(x), b tetap
- Setelah diketahui dibagian mana terdapat akar, maka batas bawah & batas atas di perbaharui sesuai dengan range dari bagian yg mempunyai akar.



Grafik Metode Biseksi



Algoritma Metode Biseksi

Algoritma Metode Biseksi :

1. Definisikan fungsi *f(x)* yang akan dicari akarnya
2. Tentukan nilai *a* dan *b*
3. Tentukan torelansi e dan iterasi maksimum *N*
4. Hitung *f(a)* dan *f(b)*
5. Jika *f(a).f(b)>0* maka proses dihentikan karena tidak ada akar, bila tidak dilanjutkan
6. Hitung x= $\frac{a+b}{2}$ Hitung *f(x)*
7. Bila *f(x).f(a)<0* maka *b=x* dan *f(b)=f(x)*, bila tidak *a=x* dan *f(a)=f(x)*
8. Jika |b-a|<e atau iterasi>iterasi maksimum maka proses dihentikan dan didapatkan akar = x, dan bila tidak, ulangi langkah 6.

Algoritma Metode Biseksi

- Metode biseksi dengan tolerasi error 0.001 dibutuhkan 10 iterasi, semakin teliti (kecil toleransi errornya) maka semakin besar jumlah iterasinya

Metode Regula Falsi

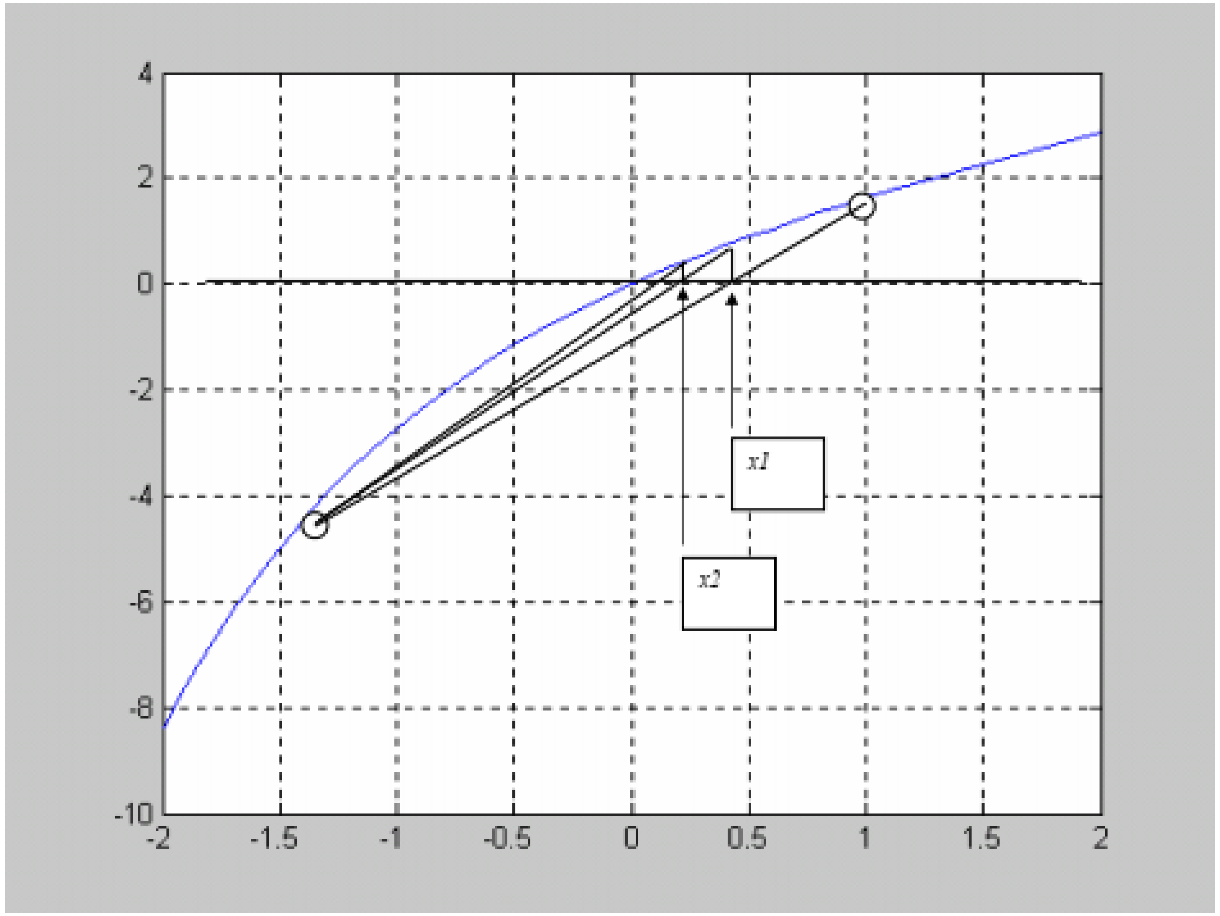
METODE TERTUTUP

Metode Regula Falsi

- Metode regula falsi adalah metode pencarian akar persamaan dengan memanfaatkan kemiringan dan selisih tinggi dari dua titik batas range.
- Metode ini bekerja secara iterasi dengan melakukan update range.
- Titik pendekatan yang digunakan oleh metode regula falsi adalah :

$$X = \frac{f(b).a - f(a).b}{f(b) - f(a)}$$

Grafik Metode Regula Falsi



Algoritma Metode Regula Falsi

Algoritma Metode Regula Falsi

1. Definisikan fungsi f(x)
2. Tentukan batas bawah (a) dan batas atas (b)
3. Tentukan toleransi error (e) dan iterasi maksimum (n)
4. Hitung fa = fungsi(a) dan fb = fungsi(b)
5. Untuk iterasi I = 1 s/d n atau error > e
6. $x = \dfrac{fb.a - fa.b}{fb - fa}$ Hitung fx = fungsi(x)
7. Hitung error = |fx|
8. Jika fx.fa <0 maka b = x dan fb = fx, jika tidak a = x dan fa = fx.
9. Akar persamaan adalah x.