Diferencias finitas

Por Juan Francisco Hernández Rodríguez A01634228
Gilberto Rodríguez Prado A01635693
Oscar Cruz Zepeda A01639263
Franco Ortega Eduardo A01369383
Arif Morán Velázquez/A01234442

Contenidos

01

Diferencias finitas

02

Comparación

03

Conclusiones

¿Qué es?

El desarrollo en serie de taylor centrado en el punto a, de una función y(x):

$$y(x) = y(a) + y'(a)\frac{x-a}{1!} + y^{*}(a)\frac{(x-a)^2}{2!} + y'''(a)\frac{(x-a)^3}{3!} + \cdots$$

Cuando se hace h=x-a, de manera que el renglón anterior queda como:

$$y(x) = y(a) + y'(a)\frac{h}{1!} + y'(a)\frac{h^2}{2!} + y^{m\prime}(a)\frac{h^3}{3!} + \cdots$$

¿Qué es?

Los diferentes planteamientos de la ecuación:

$$y(x+h) = y(x) + y'(x)h + y''(x)\frac{h^2}{2} + y^{*}(x)\frac{h^3}{6} + \cdots$$
$$y(x-h) = y(x) - y'(x)h + y^{\mu}(x)\frac{h^2}{2} - y^{m}(x)\frac{h^3}{6} + \cdots$$

Exactitud de segundo orden:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix} = h^{-1} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & & & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \ddots & & \\ & & \ddots & & \\ & & \ddots & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & & & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix}$$

Finalmente se llega a:

$$y'(x) = \frac{1}{2h}[y(x+h) - y(x-h)]$$

Método de Montecarlo

Ventajas

Aproximación de derivadas finitas
Se puede operar a manera de matrices, hay muchos métodos computacionales para trabajar con matrices
No requiere de una función para que se pueda usar, basta con 2 vectores, uno que almacene los valores de “x” y otro los de “y”

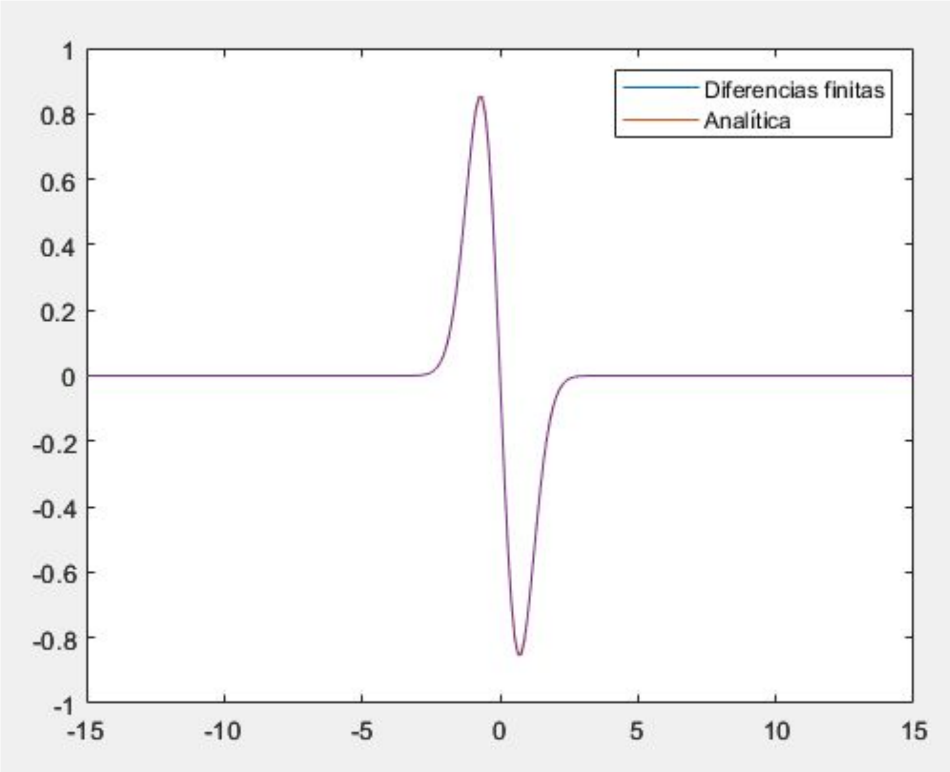
Desventajas

Alto coste computacional, si no se limpia la matriz es torpe operativamente
Pérdida de datos, al tomar el método por izquierda o derecha siempre hay datos que se ignoran
El método falla cuando se calcula la derivada en las fronteras.

MATLAB

```
x=linspace(-15,15,256);
y=exp(-x.^2);
v1=ones(1,255)*1/2;
v2=ones(1,255)*-1/2;
D1=diag(v1,1);
D2=diag(v2,-1);
D_f=(D1+D2)/(x(2) - x(1));
D_2order=D_f*y.';
```

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2}\right)$$



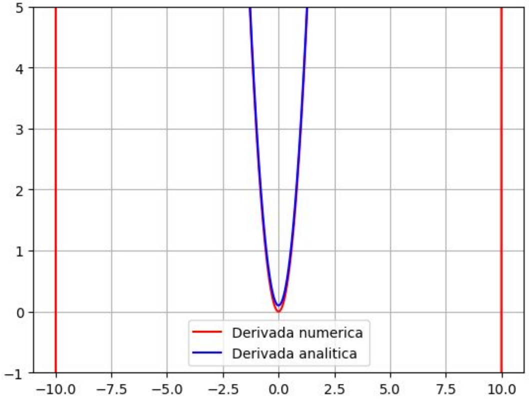
Python

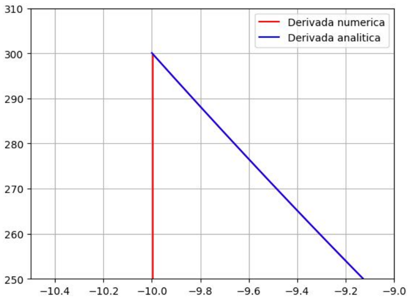
```
dt=0.001
t=np.arange(-4,4,dt)
```

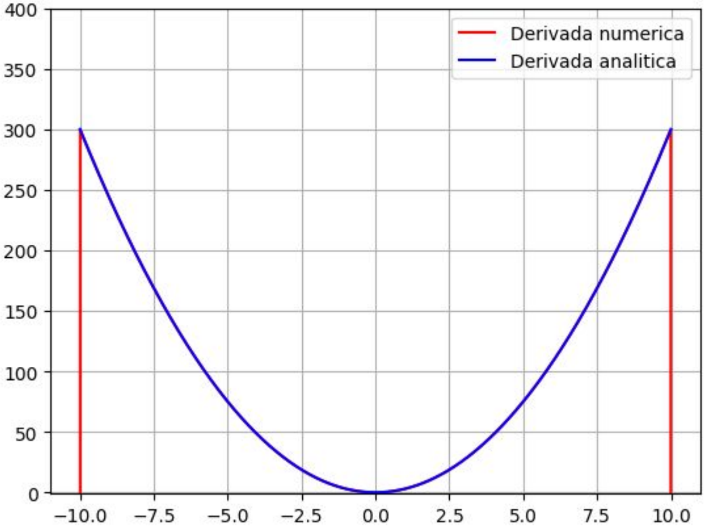
```
n=len(t)
v1=np.ones(n-1)*(1/2)
v2=np.ones(n-1)*(-1/2)
D1=np.diag(v1,k=1)
D2=np.diag(v2,k=-1)
D=(D1+D2)/dt
```

$$\frac{d}{dx}(x^3)$$

```
yp=np.matmul(D, y)
```







Conclusión

El método de diferencias finitas puede aproximar las derivadas con mucha exactitud; sin embargo, puede no ser tan exacto si no se opera de manera correcta. Esto se hace más presente en otro método diferente al trabajar con una matriz. A pesar de todo esto, sigue siendo un buen método gracias a que se puede trabajar como una matriz y es más fácil de programar.

Referencias

Zill, D. (2018). Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera (9.a ed.). Cengage Learning.

https://drive.google.com/drive/folders/1tjwLKdqX9vWdmNIC-C9urIv7EoCgtLOG?usp=share_link

THANKS