

# Simulación de un dipolo a través de un conductor



Arif Morán Velázquez IFI/A01234442  
Jeannette Arjona Hernández ITC/A01236226  
José Alfonso López Blanco IIT/A01236245  
Sebastián Resendiz Varela INA/A01236336  
Alan Martínez Varela ITC/A01236407

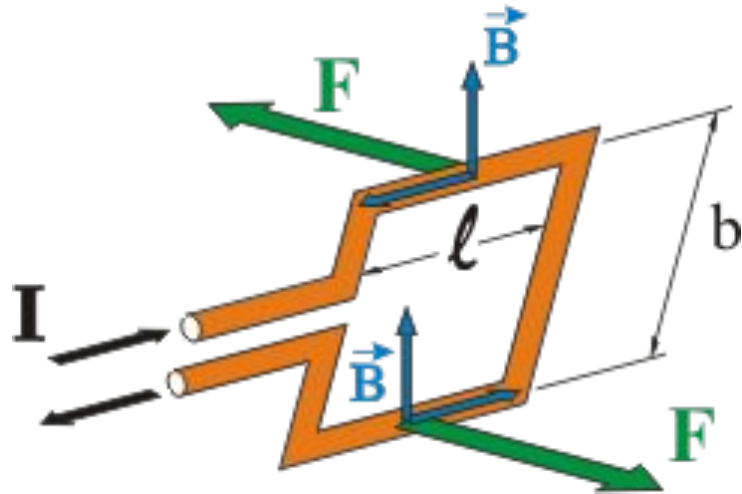
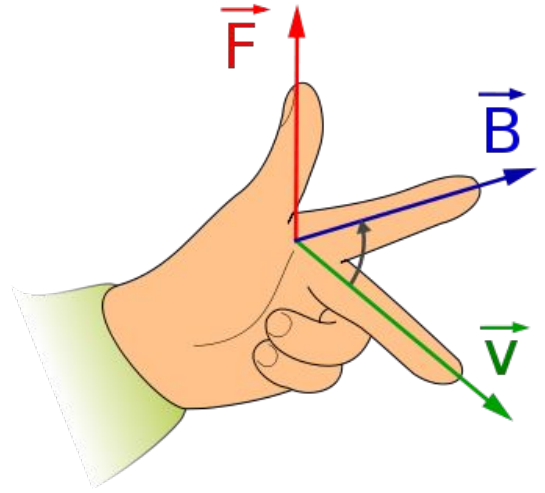
# Principios empleados

# Ley de Lorentz

Es la fuerza ejercida por el campo electromagnético que recibe una partícula cargada o una corriente eléctrica.

$$F = q * (v \times B)$$

$$F = I(\vec{L} \times \vec{B})$$

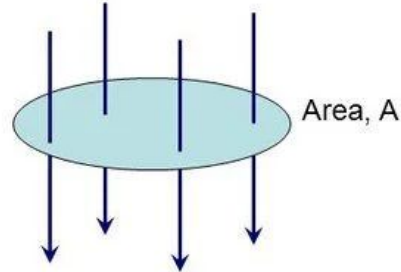


# Ley de Gauss (Flujo magnético)

El flujo magnético es una medida del campo magnético total que pasa a través de un área dada.

$$\Phi = B A \cos \theta$$

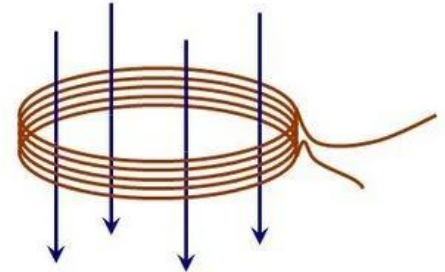
Magnetic Flux Density,  $B$



Flux,  $\Phi = B \times A$

Unit of Flux is the Weber (Wb)  
Flux is a vector term

Coil with  $N$  turns



Flux linkage of a coil =  $N \times \Phi$   
=  $N \times B \times A$

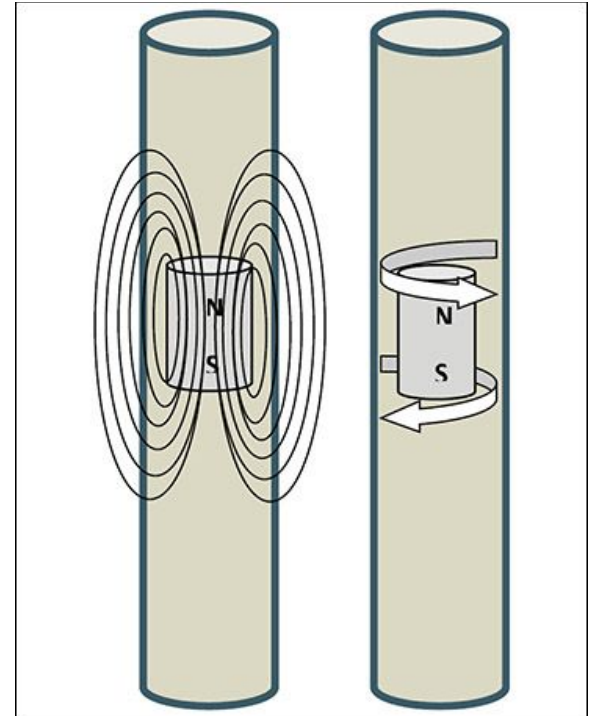
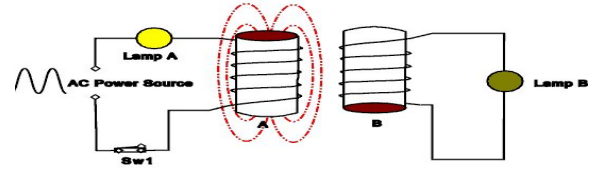
# Ley de Lenz / Faraday

Mientras el flujo magnético a través de un circuito vaya variando con el tiempo, este generará corrientes eléctricas inducidas.

$$\varepsilon = k \frac{d\phi}{dt}$$

Esta ley nos indica que el sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce, por lo cual se denomina por la siguiente expresión:

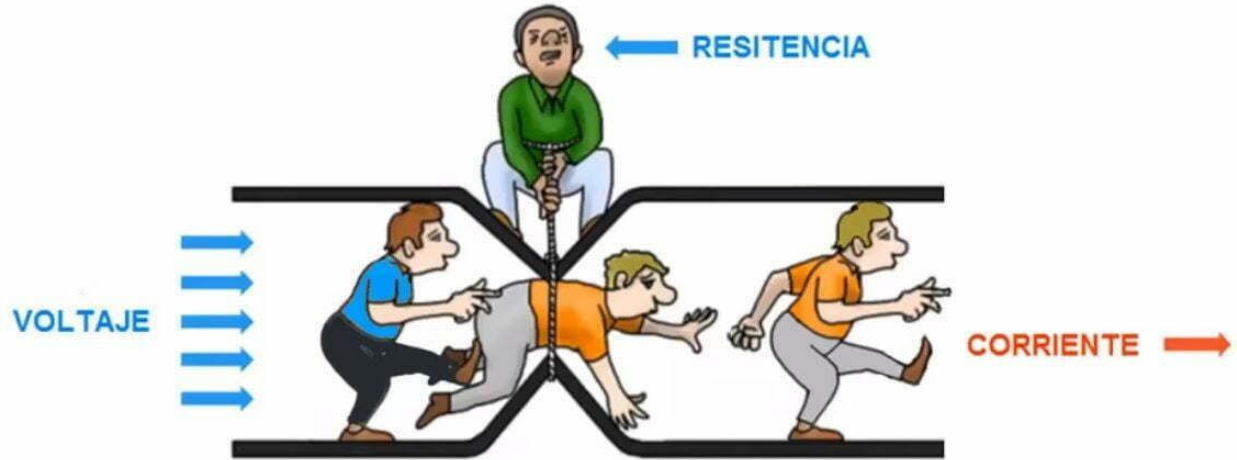
$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$



# Ley de Ohm

Establece la relación que guardan la tensión y la corriente que circula por una resistencia. Su forma más célebre es

$$I = \frac{V}{R}$$



# Segunda Ley de Newton

## Movimiento de un dipolo magnético

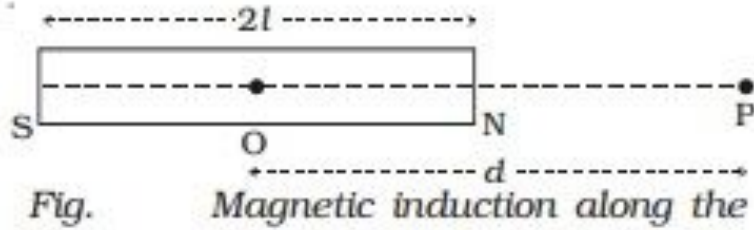
Esta ley nos indica que la fuerza es igual a la masa por una aceleración; por lo cual en el contexto del reto, podemos notar que el imán está en caída libre, y por ende, su fuerza neta es equivalente a, como indica la ley, su masa por aceleración.



# Cálculos Dipolo magnético gráfico



# Fuerza de Polo



$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0 p}{4\pi r^2}$$

$p = \text{fuerza de polo}$

$$B = \frac{\mu_0 p}{4\pi r_1^2} - \frac{\mu_0 p}{4\pi r_2^2} = \frac{\mu_0 p}{4\pi} \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right)$$

$$\frac{\mu_0 p}{4\pi} \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right) = \frac{\mu_0 p}{4\pi} \left( \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1^2 r_2^2} \right) \rightarrow \frac{\mu_0 p}{4\pi} \left( \frac{d^2 + l^2 + 2ld - (d^2 + l^2 - 2dl)}{(d-l)^2 (d+l)^2} \right) \rightarrow \frac{\mu_0 p}{4\pi} \left( \frac{4ld}{(d^2 - l^2)^2} \right)$$

$$\mu = 2pl \therefore \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{2\mu d}{(d^2 - l^2)^2} \right) \rightarrow l = 0 \vec{B} = \frac{\mu_0 2\mu}{4\pi d^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 2\mu}{4\pi r^3} \rightarrow \mu = \frac{\vec{B} 2\pi r^3}{\mu_0}$$

$$p = \frac{\mu}{2l}$$

# Componentes de Campo magnético

$$\vec{B}_N = \frac{\mu_0 p_N}{4\pi r^2}$$

$$\vec{B}_S = \frac{\mu_0 p_S}{4\pi r^2}$$

$$\vec{B}_N = \frac{\mu_0 p_N}{4\pi r^2} \cos(\theta) \hat{i} + \frac{\mu_0 p_N}{4\pi r^2} \sin(\theta) \hat{j}$$

$$\vec{B}_S = \frac{\mu_0 p_S}{4\pi r^2} \cos(\theta) \hat{i} + \frac{\mu_0 p_S}{4\pi r^2} \sin(\theta) \hat{j}$$

$$\cos(\theta) = \frac{x}{r}; \sin(\theta) = \frac{y}{r}; |r| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{B}_N = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{x p_N}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \hat{i} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{y p_N}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \hat{j}$$

$$\vec{B}_S = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{x p_S}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \hat{i} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{y p_S}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \hat{j}$$

# Principios aplicados al reto

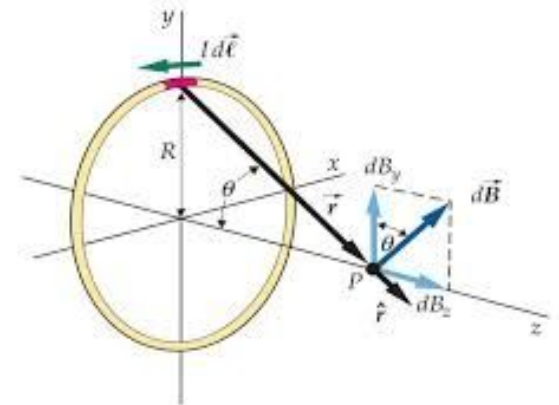
# Ley de Biot y Savart

Primero teníamos que sacar el campo magnético en z de un solenoide a un punto p.

- El solenoide es el tubo de cobre
  - dispositivo físico capaz de crear un campo magnético sumamente uniforme e intenso en su interior.
- Punto P es el punto donde está el imán

Tomando como base esta ley, se usó la siguiente fórmula para calcular campo magnético.

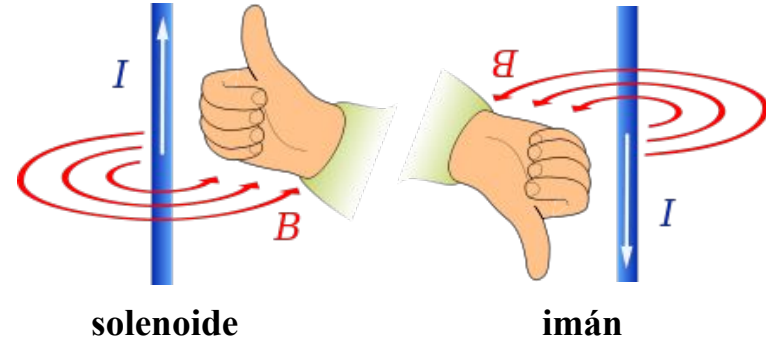
$$\vec{B}_z = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \left[ \frac{3z^2}{r^2} - 1 \right]$$



# Oposición de Polos

Dentro del solenoide hay una corriente sobre el imán:

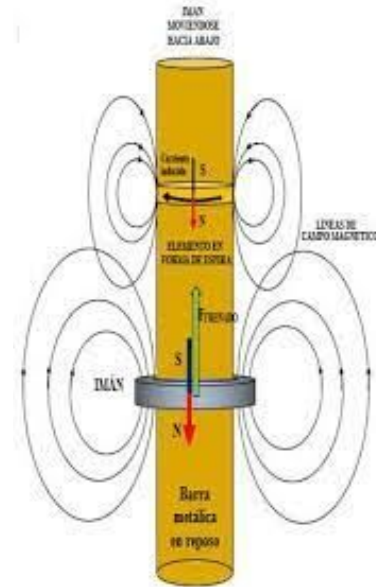
- La corriente va en contra de las manecillas del reloj
- Las líneas de campo en el centro van hacia arriba



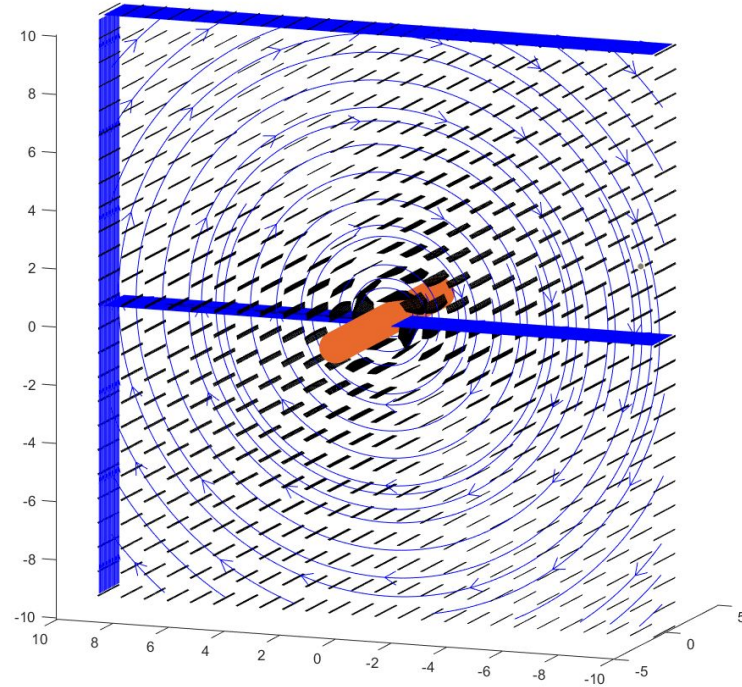
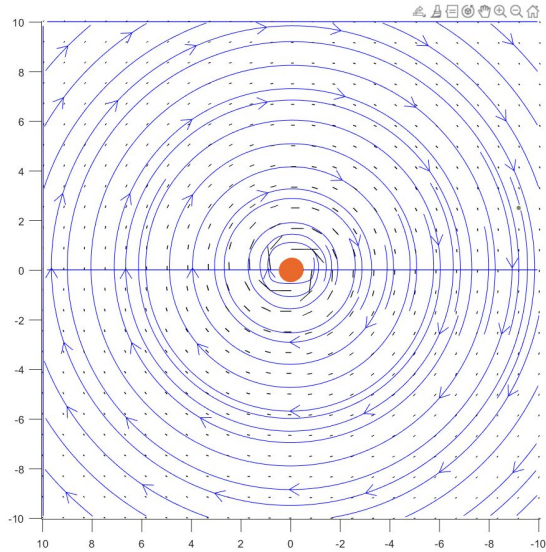
Debajo del imán:

- Corriente de imán va conforme las manecillas del reloj.
- Las líneas de campo en el centro van hacia abajo

Así se genera una repulsión, lo que afecta al imán mientras viaja dentro del solenoide, pues este se frena.



# Campo magnético en la espira



# Ley de Gauss

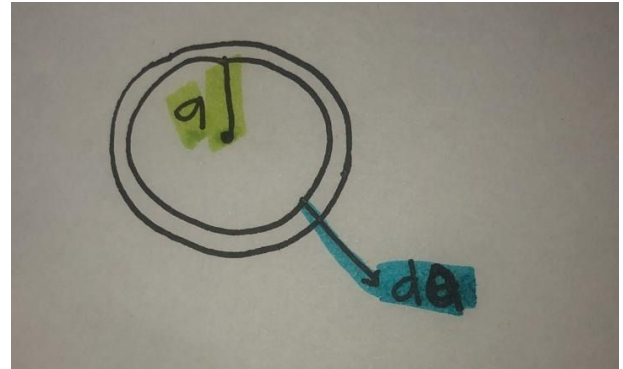
La Ley de Gauss era necesaria para sacar el flujo de campo magnético dentro del solenoide (tubo cobre).

En este caso será el campo **magnético** total que pasa a través del área del solenoide (tubo cobre).

Éste nos será de utilidad para poder encontrar el voltaje fem.

$$\phi_{\vec{B}} = \int B \cdot dA$$

$$dA = 2\pi a da$$



**Esta es la vista superior  
del solenoide:**

a=radio

da=grosor del tubo

# Ley de Lenz

**La Ley de Lenz** es necesaria para obtener el voltaje (fem) del imán dentro del tubo de cobre.

- Se usa el flujo magnético previamente obtenido y el diferencial de flujo se divide entre el diferencial de tiempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} :$$

Con el voltaje se obtiene la corriente usando **Ley de Ohms:**

- $I=E/R$
- determina la relación entre corriente (I), voltaje (E) y resistencia ( R ).

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$



# Ley de Lorentz

**La Ley de Lorentz** para obtener la fuerza que ejerce el solenoide.

Debido a que el solenoide se compone de muchas espiras, es necesario primero sacar la ecuación de la fuerza para 1 sola.

Al tener esta, la integramos para obtener la fuerza de todas las espiras que conforman al solenoide (tubo cobre).

$$F = I(\vec{L} \times \vec{B})$$

$$dF = I(d\vec{L} \times \vec{B})$$

$$F = \int_0^{2\pi a} IdLB = 2I\pi aB$$

# Segunda Ley de Newton

Fuerzas ejercidas en el imán al estar en caída libre:

- Peso = masa \* gravedad
- Fuerza que experimenta con el campo magnético ejercido al pasar por el tubo conductor

Por ende, la sumatoria de fuerzas ejercidas en el imán es igual a la fuerza del campo magnético menos el peso del imán. Sabemos que la fuerza neta es igual a la masa por aceleración, entonces lo sustituimos en la ecuación de sumatoria de fuerzas. Ahora tenemos que la masa por aceleración, es decir, la fuerza neta, es igual a la fuerza del campo magnético menos el peso del imán (masa por gravedad). Finalmente, despejamos por 'a' para obtener la aceleración.

$$\sum F_{net} = -W + F_{\vec{B}}$$

$$F_{net} = ma$$

$$ma = -mg + F_{\vec{B}}$$

$$a = -g + \frac{F_{\vec{B}}}{m}$$

# Cálculos Ecuación diferencial

# Campo magnético del dipolo magnético

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[ \frac{3(\vec{\mu} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{\mu} \right]$$

$$\overrightarrow{B_z} = \vec{B} \cdot \hat{z}$$

$$r = z\hat{k}$$

$$\& \vec{\mu} \cdot \vec{r} = \mu z \therefore \overrightarrow{B_z} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[ \frac{3(\mu z)z}{r^2} - \mu \right]$$

$$\overrightarrow{B_z} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \left[ \frac{3z^2}{r^2} - 1 \right]$$

# Flujo magnético

$$\phi_{\vec{B}} = \int B_z \cdot dA$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{z^2 + a^2}$$

$$dA = 2\pi a \, da \quad \therefore \int \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} \left[ \frac{3z^2}{r^2} - 1 \right] \cdot 2\pi a \, da = \frac{\mu_0 \mu}{2} \int_0^y \left[ \frac{3z^2}{(z^2 + a^2)^5} - \frac{1}{(z^2 + a^2)^3} \right] da$$

$$y = a$$

$$\phi_{\vec{B}} = \frac{\mu_0 \mu a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

# Voltaje y Corriente inducida

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = N \frac{d\phi}{dz} \frac{dz}{dt} = -N \frac{d\left(\frac{\mu_0 \mu a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}\right)}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{3\mu_0 \mu a^2 * 2z}{4(a^2 + z^2)^{5/2}} \frac{dz}{dt} = \frac{3\mu_0 \mu a^2 z}{2(a^2 + z^2)^{5/2}} \frac{dz}{dt}$$

$$I = \frac{V}{R} \therefore I = \frac{3\mu_0 \mu a^2 z}{2R(a^2 + z^2)^{5/2}} \frac{dz}{dt}$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \text{ \& } \rho = 1.72 * 10^{-8} \text{ \& } A = \pi \left(\frac{g}{2}\right)^2 \text{ \& } L = 2\pi a \therefore \frac{(1.72 * 10^{-8})(2\pi a)}{\left(\pi \left(\frac{g}{2}\right)^2\right)} \Omega$$

# Fuerza magnética

$$F = I(\vec{L} \times \vec{B})$$

$$dF = I(d\vec{L} \times \vec{B})$$

$$F = \int_0^{2\pi a} IdLB = 2I\pi aB$$

$$dF = 2\pi aBdl$$

$$c = \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho l}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \varepsilon c = \frac{\varepsilon \sigma A}{l}$$

$$dI = \frac{\varepsilon \sigma dA}{l}$$

$$l = 2\pi a$$

$$dF = 2\pi aB \frac{\varepsilon \sigma dA}{2\pi a} = B\varepsilon \sigma dA$$

Pasaremos el Campo magnético a coordenadas cilíndricas

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + z^2} \therefore a = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$B_a = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{3z}{r^5} \sqrt{y^2 + x^2} = \frac{3\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{3za}{r^{5/2}}$$

$$dF = B_a \varepsilon \sigma dA = \frac{3\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{3za}{r^{5/2}} \frac{3\mu_0 \mu a^2 z}{2(a^2 + z^2)^{5/2}} \sigma \frac{dz}{dt} dz da = \frac{9\mu_0^2 \mu^2}{8\pi} \frac{a^3 z^2}{(a^2 + z^2)^5} \frac{dz}{dt} dz da$$

$$dF = \frac{9\mu_0^2 \mu^2}{8\pi} \frac{a^3 z^2}{(a^2 + z^2)^5} \frac{dz}{dt} dz da$$

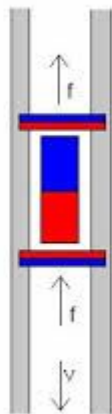
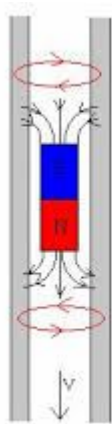
$$F = \int_{a_1}^{a_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{9\mu_0^2 \mu^2}{8\pi} \frac{a^3 z^2}{(a^2 + z^2)^5} \frac{dz}{dt} dz da$$

$$F = \int_{a_1}^{a_2} \frac{9\mu_0^2 \mu^2 a^3}{8\pi} \frac{5\pi}{128a^7} \frac{dz}{dt} da$$

$$F = \left[ -\frac{9\mu_0^2 \mu^2}{8\pi} \frac{5\pi}{128} \frac{1}{3a^3} \frac{dz}{dt} \right]_{a_1}^{a_2} = \frac{15}{1024} \mu_0^2 \mu^2 \frac{1}{R} \left( \frac{1}{a_1^3} - \frac{1}{a_2^3} \right) \frac{dz}{dt}$$

# Ecuación diferencial

Aplicamos segunda ley de newton



$$\sum F_z = -W + F_{\vec{B}}$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg - \frac{15}{1024} \mu_0^2 \mu^2 \frac{1}{R} \left( \frac{1}{a_1^3} - \frac{1}{a_2^3} \right) \frac{dz}{dt}$$

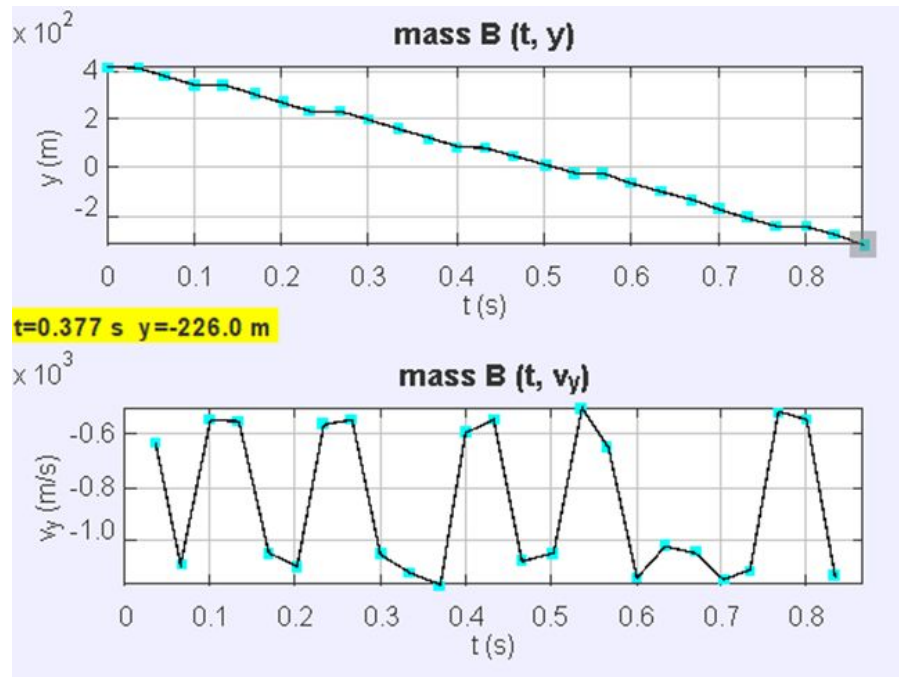
$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -g - \frac{15}{1024m} \mu_0^2 \mu^2 \frac{1}{R} \left( \frac{1}{a_1^3} - \frac{1}{a_2^3} \right) \frac{dz}{dt}$$



# Tiro parabólico



# Tracker



# Código del matlab

```
g=0.0005; %Grosor 2 mm
pitch = 0.02;

syms th
r = d/2;
x = r*sin(th);
y = r*cos(th);
z1 = th/(2*pi)*pitch;
tmax = 2*pi*h/pitch;

miu0=4*pi*(10^-7);%Constante de resistividad
miu1=(2*pi*B*0.001^2)/miu0;%Se obtiene el valor de miu al despejar
ro=1.72e-08;
om=59.6*10^6;
Loops=size(m)/g;%h/g;

%Tiempo
dt=0.01; %segundos
t1=3.2;%Tiempo final
t=0:dt:t1;%Vector de valores tiempo de 0 hasta t1 con paso de .01
%F=i*(E+cross(v))
t_t=length(t);
a=-9.81;%Aceleración
Pm=zeros(1,t_t);%Vector donde se tienen los valores de la altura
Pm(1)=h+h2;%Valor inicial de altura
```

```
a1=zeros(1,t_t);%Vector para aceleración
a1(1)=a;%Valor inicial de aceleración

v=zeros(1,t_t);%Vector para velocidad
v(1)=0;%Valor inicial de velocidad

%Caida libre
%Se calcula la trayectoria del imán de la altura sobre el tubo
%hasta la altura del tubo
for i=1:(t_t-1)
    Pm(i+1)=Pm(i)+v(i)*dt+(a1(i)*dt^2)/2;
    v(i+1)=v(i)+a1(1)*dt;
    a1(i+1)=a;
    if Pm(i+1)<=h
        break
    end
end
p=i;%Se guarda el valor de i para graficar la posición del imán
```

```

R=log((r+g)/(r))/(2*pi*h*om);%Ohms
c=1/R;
    km=(9*(miu0^2)*(miu1^2)*(r^4)*(Loops^2))/(4*R*m);
    f=@(z,v)-9.81-(km*(z.^2)/((z.^2+r^2).^5)).*v;
f=@(z,v)-9.81-((15/1024)*(miu0^2)*(miu1^2)*c*(1/(r^3)-1/(r+g)^3))*v/m;
dydt=@(y)[y(2); f(y(1),y(2))];
for i5=p:t_t-1
    z0=[Pm(i5);v(i5)];
    k1=dydt(z0);
    k2=dydt(z0+(dt*k1)/2);
    k3=dydt(z0+(dt*k2)/2);
    k4=dydt(z0+dt*k3);

    Pm(i5+1)=Pm(i5)+(dt/6)*(k1(1)+2*k2(1)+2*k3(1)+k4(1));
    v(i5+1)=v(i5)+(dt/6)*(k1(2)+2*k2(2)+2*k3(2)+k4(2));
    a1(i5+1)=f(Pm(i5),v(i5));
    if Pm(i5+1)<=0
        break
    end
end
end

```

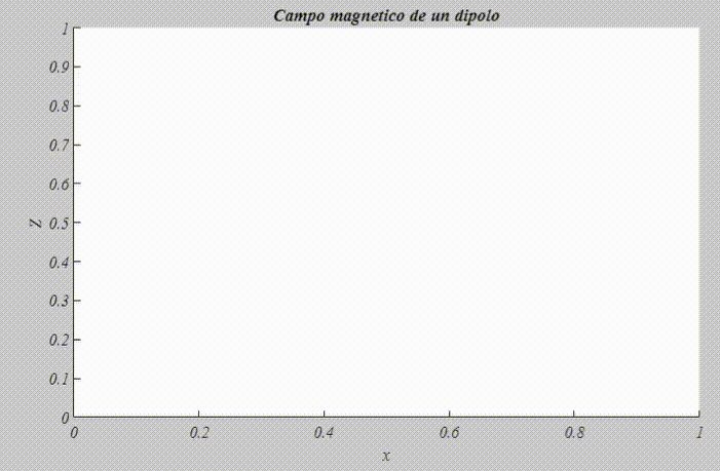
```

%Grafica la espira
fplot3(app.UIAxes,x, y, z1, [0 tmax],'color',[0.9100 0.4100 0.1700],'Linewidth', 1) %Tubo
axis(app.UIAxes,'equal')
grid(app.UIAxes,'on')
hold(app.UIAxes,'on')

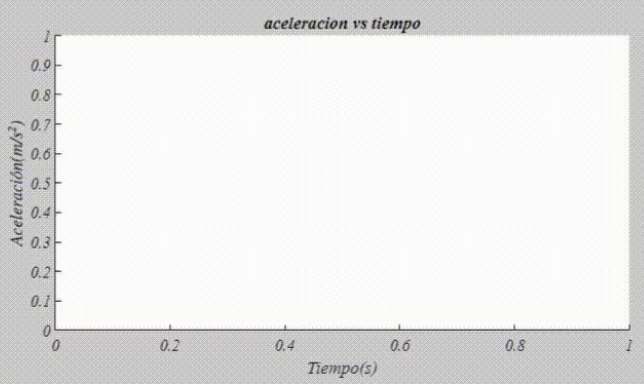
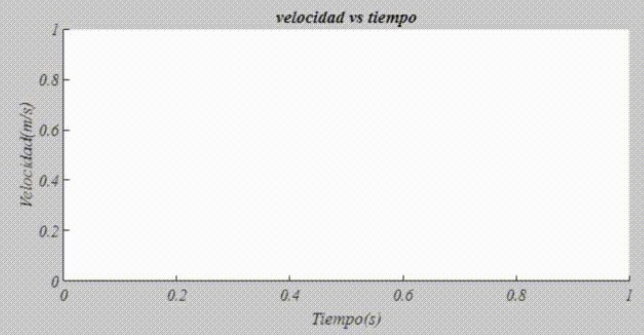
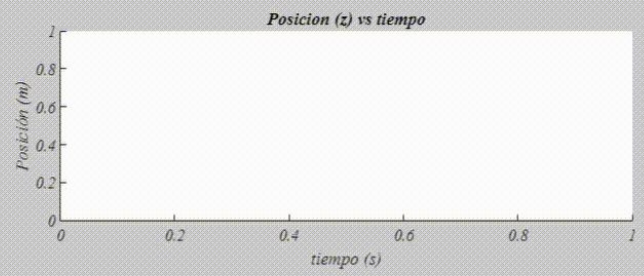
zero=zeros(length(Pm));
for i4=1:i5
    %Simulación del imán
    plot3(app.UIAxes,zero(i4),zero(i4),Pm(i4),'k.','MarkerSize',10)
    pause(0.01)
    %Grafica la posición contra el tiempo
    plot(app.UIAxes2,t(i4),Pm(i4),'k*','MarkerSize',5)
    plot(app.UIAxes2,t(1:i4),Pm(1:i4),'k','Linewidth',1)
    axis(app.UIAxes2,[0 t(i5) -0.1 max(Pm)])
    grid(app.UIAxes2,'on')
    %Grafica el tiempo contra la velocidad
    plot(app.UIAxes4,t(i4),v(i4),'r*','Markersize',5)
    plot(app.UIAxes4,t(1:i4),v(1:i4),'r','Linewidth',1)
    axis(app.UIAxes4,[0 t(i5) min(v)-0.1 0.001])
    grid(app.UIAxes4,'on')
    %Grafica el tiempo contra la aceleración
    plot(app.UIAxes5,t(i4),a1(i4),'b*','Markersize',5)
    plot(app.UIAxes5,t(1:i4),a1(1:i4),'b','Linewidth',1)
    axis(app.UIAxes5,[0 t(i5) min(a1)-0.1 max(a1)])
    grid(app.UIAxes5,'on')
    pause(0.1)
end
end

```

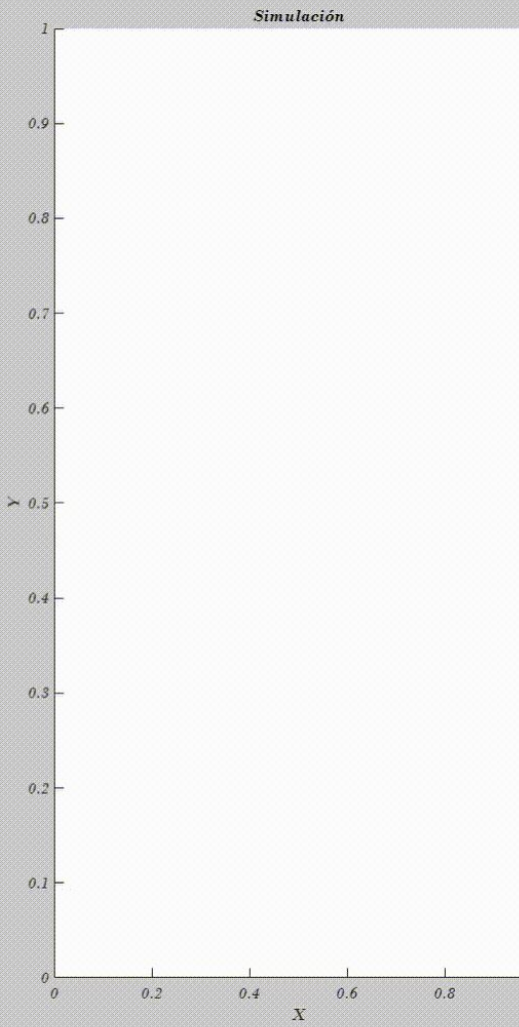
Ancho del Iman(x)	<input type="text" value="0.006"/>
Largo del Iman	<input type="text" value="0.003"/>
Campo magnetico del iman	<input type="text" value="0.01"/>
masa iman	<input type="text" value="0.005"/>
altura del tubo	<input type="text" value="1"/>
altura sobre el tubo	<input type="text" value="0.3"/>
diametro del tubo	<input type="text" value="0.015"/>



Clear

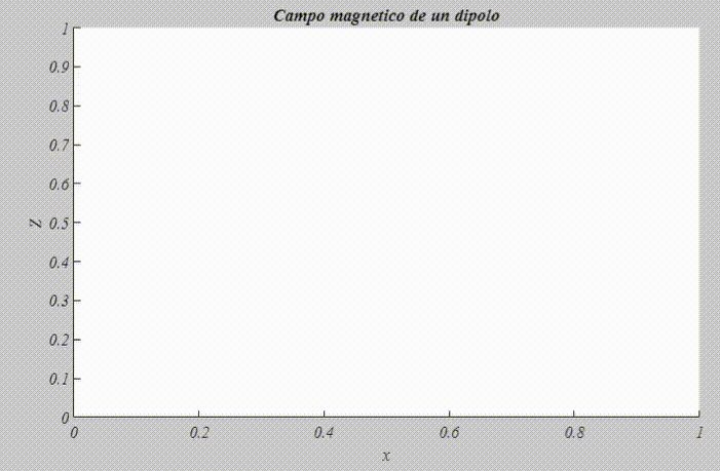


Simular

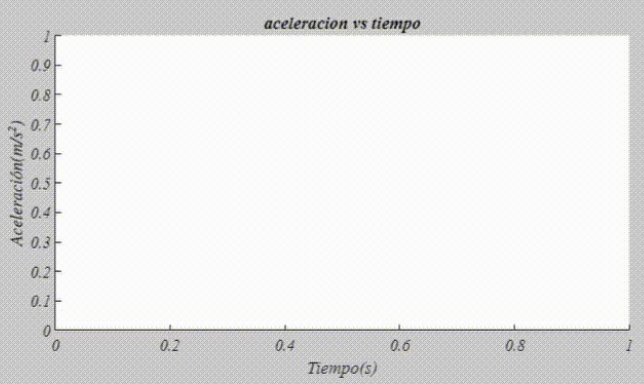
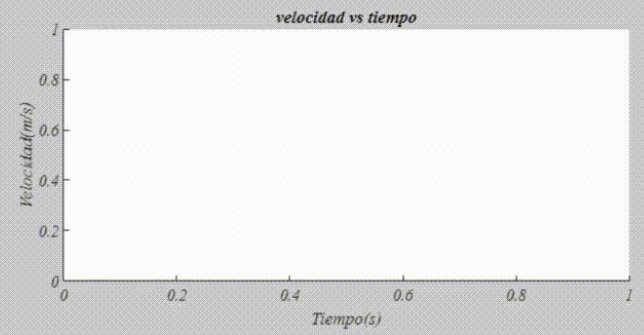
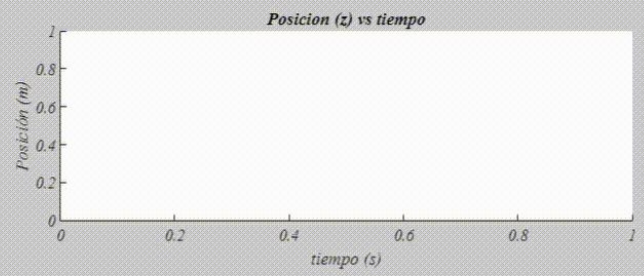




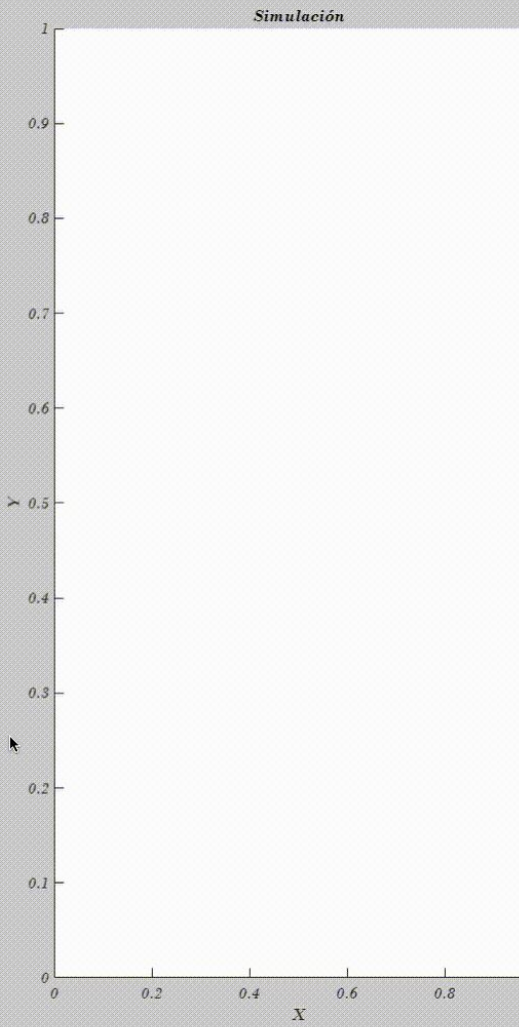
Ancho del Iman(x)	<input type="text" value="0.006"/>
Largo del Iman	<input type="text" value="0.003"/>
Campo magnetico del iman	<input type="text" value="0.01"/>
masa iman	<input type="text" value="0.005"/>
altura del tubo	<input type="text" value="1"/>
altura sobre el tubo	<input type="text" value="0.3"/>
diametro del tubo	<input type="text" value="0.015"/>



Clear



Simular



**Gracias**