

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE MONTERREY

CAMPUS MONTERREY



Análisis de sistemas cuánticos

Situación problema

Fase 1

Nombre

Matricula

Daniel Pereira Sandino

A00832699

Daniela Cruz Álvarez

A00572205

Carlos Gabriel Espinosa Contreras

A01198290

Arif Morán Velázquez

A01234442

Profesores:

Dr. Alfonso Issac Jaimes Nájera

Octubre 27 2023

1 Preguntas detonadoras

La primera entrega de la situación problema, la cual se elaborará en equipo, consta en hacer una propuesta de solución al problema de la construcción de un paquete de onda en presencia de una barrera de potencial.

Por otra parte, les dejo unas preguntas detonadoras que les podrán ayudar a realizar su propuesta. La respuesta a algunas las hemos trabajado en clase y en las tareas.

1.1 ¿Qué es un paquete de onda?

Según Meneses (2009) un paquete de onda es una superposición lineal de ondas, la cual toma la forma de un pulso. Por lo que, es una superposición de soluciones a las ecuaciones de onda, que corresponden al espectro del sistema y permiten estudiar el comportamiento de los sistemas cuánticos.

1.2 ¿Qué tipo de estados se están estudiando en el caso de la barrera de potencial, ligados o de dispersión?

En un sistema en el que existe una barrera de potencial nos encontramos ante los dos tipos de estados: ligados y de dispersión. Lo anterior, debido a que este sistema se asemeja mucho a un sistema de pozo de potencial finito, en donde, tendremos un estado ligado en las zonas donde exista un confinamiento clásico, por lo que, para un sistema de barrera de potencial, el estado ligado se presentará en la región delimitada por el interior de la barrera.

1.3 ¿Cuáles son nuestras soluciones base (con las cuales construir el paquete de ondas)?

Nuestras soluciones base, a trabajar para el paquete de ondas, serán ondas viajeras, ya que el potencial solo estará dado por la pared en un cierto punto. Para este problema, planeamos tratar la barrera como un ´potencial parecido a un pozo finito de cabeza.

1.4 ¿Nuestro buen amigo Fourier nos podrá echar la mano?

Sí, debido a la naturaleza del problema, similar a aquel de una partícula libre, pozo finito y un potencial de delta de Dirac. Por lo que, es una superposición de soluciones ortogonales asociadas al espectro del sistema, lo cual se puede interpretar como una expansión de Fourier, donde se tiene un sistema de soluciones base que forman a la solución final.

2 Propuesta

En base a lo respondido en las preguntas detonadoras, se nos ocurre que para modelar un sistema de barrera de potencial, lo primero será definir los valores del potencial para distintos intervalos:

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & -a \leq x \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases} \quad (1)$$

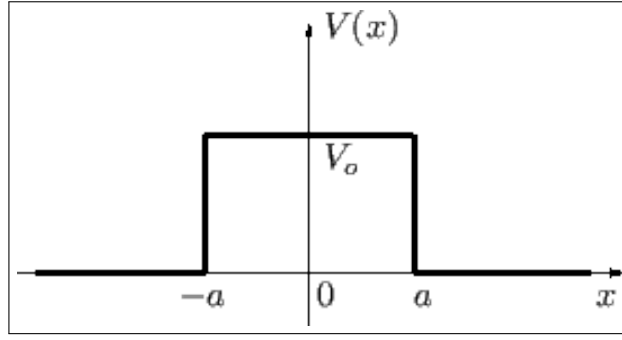


Figure 1: Representación gráfica de un sistema de barrera de potencial.

Para las regiones que se encuentran afuera de la barrera de potencial, estaremos ante un sistema de partícula libre, por lo que para hacer el modelado de esas regiones se usarán la solución general para la ecuación de Schrödinger de partícula libre, la cual considera un espectro continuo de energías al tener una integral que sume diferenciales dk .

$$\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x, 0) e^{-ikx} dx \quad (2)$$

$$\Psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) e^{i(kx - \frac{\hbar k^2 t}{2m})} dk \quad (3)$$

Para las región en la que la onda se encuentre dentro de la barrera de potencial el espectro de energías va ser discreto, con lo que se obtendrán funciones normalizables que forman una familia completa ortonormal tipo delta de Kroneker.

$$\langle \psi_n | \psi_m \rangle = \delta_{nm}$$

Y Las soluciones para la ecuación de onda en esta región tendrán la forma:

$$\Psi(x, t) = C e^{iqx} + D e^{-iqx} \quad (4)$$

Dónde: $q^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0)$

References

[Griffiths and Schroeter, 2018] Griffiths, D. J. and Schroeter, D. F. (2018). *Introduction to quantum mechanics*. Cambridge university press.