

Seminar 5

1.1 limbaje regulate – a fi sau anu fi

1. Sa se verifice daca urmatoarele limbaje sint regulate. Daca nu sint – demonstrati! Daca sint, doar argumentati. (Puteti indica un AF care le accepta. Puteti argumenta si altfel? ☺)

a. $L = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbf{N}^*\}$

b. $L = \{a^k \mid k - \text{nr. prim}\}$

c. $L = \{a^n n^2 \mid n \in \mathbf{N}^*\}$

d. $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbf{N}^*\}$

e. Fie k – un nr. natural fixat

$$L = \{a^{kn} \mid n \in \mathbf{N}\}$$

f. $L = \{a^n b^m c^p \mid m, n, p \in \mathbf{N}\}$

2. Fie limbajul:

$$L = \{a^k \mid k - \text{neprim}\}$$

a) Este regular?

(Indicatie: folositi proprietatile de inchidere ale limbajelor regulate)

b) Alegeti un nr. natural p astfel incat, alegand un cuvant din limbaj, de lungime mai mare decat p , pentru orice w , $|w| \geq p$, sa puteti da o descompunere $w = xyz$ astfel incat xy^iz sa fie tot un cuvant din limbaj, pentru orice i – numar natural nenul.

1.2 Limbaje de toate felurile

1. a) Dati un limbaj regular. Dati AF care il accepta. Dati o gram. regulara ce il genereaza. Dati o gramatica i.c. care nu e regulara ce il genereaza.

b) Dati un limbaj i.c. care nu este regular. Dati g.i.c. ce il genereaza.

1.3 Gramatici regulate echivalente cu o gramatica data.

(Gramatica data genereaza un limbaj regular.)

1. Dati o gramatica regulara echivalenta cu gram. data prin urmatoarele r.p.:

a) $S \rightarrow abS$

$$S \rightarrow ab$$

b) $S \rightarrow Sa$

$$S \rightarrow b$$

Exemple si rezolvări

1. Demonstrați ca următorul limbaj nu este regulat.

$$L = \{a^k \mid k - \text{patrat perfect}\}$$

Rezolvare

Demonstrăm prin reducere la absurd.

Folosim lema de pompare astfel: presupunem că L este regulat. Fie p dat de lema de pompare.

Alegem $w \in L$ cu $|w|=p^2 \geq p$ și conform lemei există o descompunere a lui w de forma $w=xyz$ cu $0 < |y| \leq p$ și $xy^i z \in L, \forall i \geq 0$.

Fie $i=2$ și avem $|xy^2z| = |xyz| + |y| = p^2 + |y|$; de aici $p^2 < |xy^2z| \leq p^2 + p < (p+1)^2$, lungimea lui w nu e un pătrat perfect deci $w=xy^2z \notin L$, ceea ce contrazice ipoteza de plecare. În concluzie L nu este regulat.

2. Demonstrați ca următorul limbaj nu este regulat.

$$L = \{a^k \mid k - \text{numar prim}\}$$

Rezolvare

Demonstrăm prin reducere la absurd.

Folosim lema de pompare astfel: presupunem că L este regulat. Fie p dat de lema de pompare.

Folosim lema de pompare, adică condiția de necesitate. Presupunem că L este regulat și fie p dat de lema de pompare.

Alegem $w \in L$ cu $w=a^k, k \geq p$ și conform lemei există o descompunere a lui w de forma $w=xyz$ cu $0 < |y|=a^j \leq p$ și $xy^i z = a^{k-j+i*j} = a^{k'} \in L \forall i \geq 0$.

Dacă alegem $i=k+1$ atunci $k'=k-j+(k+1)*j=k-j+k*j+j=k+k*j=k*(j+1)$ se poate descompune în factori, deci k' nu e un număr prim și $xy^i z \notin L$ ceea ce contrazice ipoteza de plecare. În concluzie L nu este un limbaj regulat.

