

Функция. Граница на функция

1. Определение. Начини на задаване на функция. Графика на функция.
2. Свойства на числовите функции на една независима променлива $y = f(x)$
 - А) Четност и нечетност;
 - Б) Периодичност и неперидичност;
 - В) Ограниченост;
 - Г) Монотонност;
 - Д) Обратна функция;
 - Е) Сложна функция.

3. Граница на функция.

А) Определение $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$;

Б) Лява и дясна граница. Съществуване на граница.

4. Теореме за граница на функции:

Ако $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ и $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, то

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A + B$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A - B$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A \cdot B$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{A}{B} , g(x) \neq 0 \text{ за всяко } x \in D \text{ и } B \neq 0$$

5. Следствия:

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c , \text{ където } c = \text{const}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$$

Ако $P(x)$ е полином, то $\lim_{x \rightarrow a} P(x) = P(a)$

6. Граница на сложна функция:

Ако $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ и $\lim_{y \rightarrow A} g(y) = B$, то $\lim_{x \rightarrow a} F(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(f(x)) = B$

7. Граничен преход в неравенство:

Нека $f(x)$ и $g(x)$ са дефинирани в D и за всяко $x \in D$ $f(x) \leq g(x)$.

Ако $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ и $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, то $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, т.е. $A \leq B$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1. \text{ Правило: Ако } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0, \text{ то } \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1$$

$$9. \text{ Разширение на понятието граница. } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A ; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty ; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$\text{ВАЖНО: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0 ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = -\infty ; \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow \pm \infty} x^2 = +\infty$$