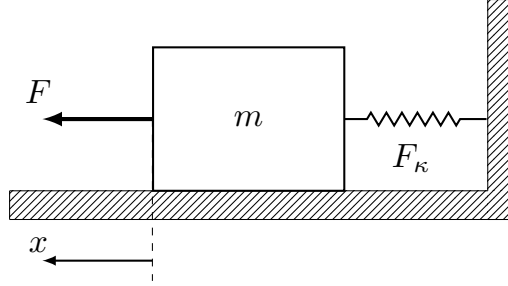


Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου ΙΙΙ

Εργασία Μαθήματος 2022 - 2023

Δίνεται το μηχανικό σύστημα του σχήματος:



Τμήμα Α

Με x ορίζουμε τη θέση του αντικειμένου, όπου για $x = 0$ το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Θεωρήστε ότι το ελατήριο είναι γραμμικό με $F_\kappa = -\kappa x$, όπου κ είναι η σταθερά του ελατηρίου. Μεταξύ του αντικειμένου και του εδάφους αναπτύσσεται τριβή της μορφής $F_{fr} = -\mu F_N \text{sign}(\dot{x})$, όπου F_N είναι η κάθετη δύναμη με το μέτρο της να είναι ίσο με mg . Με m και g συμβολίζουμε τη μάζα του αντικειμένου και την επιτάχυνση της βαρύτητας. Η παράμετρος μ αποτελεί το συντελεστή τριβής μεταξύ του σώματος και το εδάφους. Θεωρείστε επίσης ότι η δύναμη F είναι μηδενική. Η συνάρτηση $\text{sign}(\dot{x})$ ορίζεται ως:

$$\text{sign } \dot{x} = \begin{cases} 1, & \dot{x} > 0 \\ -1, & \dot{x} < 0 \\ \text{απροσδιόριστο}, & \dot{x} = 0 \end{cases}$$

Έτσι η δυναμική του συστήματος περιγράφεται από την εξίσωση:

$$m\ddot{x} + \mu mg \text{sign } \dot{x} + \kappa x = 0$$

- Θεωρείστε τις μεταβλητές κατάστασης $x_1 = x$, $x_2 = \frac{\dot{x}}{\omega}$, με ω τη συχνότητα ταλάντωσης για $\mu = 0$. Υπολογίστε αναλυτικά τις τροχιές του συστήματος στο φασικό επίπεδο για $\dot{x} > 0$ και για $\dot{x} < 0$. Σχεδιάστε το φασικό πορτραίτο συνδυάζοντας τις τροχιές που προέκυψαν από την θεωρητική ανάλυση για την κάθε μία περίπτωση για διάφορες τιμές της σταθεράς που προκύπτει από την ολοκλήρωση.
- Σχολιάστε τη συμπεριφορά του συστήματος για $\dot{x} = 0$. Υπολογίστε τα σημεία (ή το σύνολο) ισορροπίας του συστήματος και σχολιάστε την ευστάθειά τους.
- Προσομοιώστε το σύστημα χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους του Πίνακα 1 με τις αρχικές συνθήκες του Πίνακα 2. Να δώσετε διαγράμματα θέσης και

Παράμετρος	Περιγραφή	Τιμή
κ	Σταθερά Ελατηρίου	$5N/m$
m	Μάζα αντικειμένου	$1kg$
μ	Συντελεστής τριβής	0.75
g	Επιτάχυνση της βαρύτητας	$9.81m/s^2$

Πίνακας 1: Τιμές Παραμέτρων Συστήματος

Αριθμός Προσομοίωσης	Αρχική Θέση	Αρχική Ταχύτητα
1	$x(0) = -5m$	$\dot{x}(0) = 0m/s$
2	$x(0) = 3m$	$\dot{x}(0) = 0m/s$
3	$x(0) = 0m$	$\dot{x}(0) = -5m/s$
4	$x(0) = -6m$	$\dot{x}(0) = 6m/s$
5	$x(0) = 4m$	$\dot{x}(0) = 6m/s$

Πίνακας 2: Αρχικές Συνθήκες Προσομοιώσεων

ταχύτητας στο χρόνο. Να απεικονίσετε τις λύσεις κάθε προσομοίωσης στο φασικό επίπεδο και να τις συγκρίνετε με το φασικό πορτραίτο που προέκυψε αναλυτικά σε προηγούμενο ερώτημα. Προτείνετε έναν τρόπο υπολογισμού του χρόνου που χρειάζεται το σύστημα για να φτάσει σε ηρεμία και επιβεβαιώστε τον ισχυρισμό σας μέσω των προσομοιώσεων.

Τμήμα Β

Θεωρείστε μη γραμμικό ελατήριο με $F_\kappa = -f(x)$ και είσοδο ελέγχου $F = u$. Τότε η διαφορική εξίσωση του συστήματος γράφεται:

$$m\ddot{x} + \mu mg \operatorname{sign} \dot{x} + f(x) = u$$

Θεωρείστε δύο σενάρια. Στο πρώτο σενάριο, γνωρίζετε την μορφή της δύναμης του ελατηρίου:

$$f(x) = (\kappa + \Delta\kappa(1 - \exp(-\beta t)))x(1 + \alpha x^2)$$

ενώ στο δεύτερο γνωρίζετε μόνο ότι:

$$|f(x)| \leq 22|x|^3$$

Θεωρείστε ότι οι τιμές των παραμέτρων του συστήματος είναι άγνωστες, αλλά με γνωστά όρια που δίνονται στον Πίνακα 3. Στόχος ελέγχου είναι η παρακολούθηση από το σύστημα επιθυμητής τροχιάς $x_d(t)$ με γνωστές φραγμένες παραγώγους.

- Να σχεδιάσετε ελεγκτή με τη μέθοδο ολίσθησης ώστε να επιτυγχάνεται ο στόχος ελέγχου. Για το πρώτο σενάριο να χρησιμοποιήσετε την πληροφορία της δομής της δύναμης του ελατηρίου, ενώ στο δεύτερο όχι. Να σχολιάσετε τις διαφορές στη συμπεριφορά των δύο ελεγκτών.

Παράμετρος	Περιγραφή	Κάτω Όριο	Άνω Όριο
m	Μάζα αντικειμένου	$0.5kg$	$2kg$
μ	Συντελεστής τριβής	0.25	1
κ	Παράμετρος ελατηρίου	$4N/m$	$10N/m$
$\Delta\kappa$	Παράμετρος ελατηρίου	$0.25N/m$	$1N/m$
α	Παράμετρος ελατηρίου	0.5	1
β	Παράμετρος ελατηρίου	0.01	0.05

Πίνακας 3: Όρια Άγνωστων Παραμέτρων

- ii. Να σχεδιάσετε ελεγκτή με τη μέθοδο επανασχεδίασης Lyapunov ώστε να επιτυγχάνεται ο στόχος ελέγχου. Κατά τη σχεδίασή σας, να κάνετε κατάλληλη επιλογή μεταβλητών κατάστασης ώστε να μπορείτε να φέρετε το σύστημα σε μια μορφή που επιδέχεται επανασχεδίαση Lyapunov. Για το πρώτο σενάριο να χρησιμοποιήσετε την πληροφορία της δομής της δύναμης του ελατηρίου, ενώ στο δεύτερο όχι. Να σχολιάσετε τις διαφορές στη συμπεριφορά των δύο ελεγκτών.
- iii. Να προσομοιώσετε το σύστημα χρησιμοποιώντας τους ελεγκτές του σχεδίασατε. Για τις προσομοιώσεις σας και μόνο να χρησιμοποιείτε τις τιμές των παραμέτρων που δίνονται στον Πίνακα 1 και τη δύναμη ελατηρίου: $f(x) = (5 + 0.6 \exp(-0.045t))x(1 + 0.9x^2)$. Ως επιθυμητή τροχιά θεωρείστε την $x_d(t) = 2 + \sin 2.5t + 2 \cos 1.25t$. Θεωρείστε αρχικές συνθήκες τις τιμές της Προσομοίωσης 2 του Πίνακα 2. Να σχολιάσετε τις επιλογές των ελεύθερων παραμέτρων του κάθε ελεγκτή σε κάθε περίπτωση. Να σχολιάσετε τη συμπεριφορά των δύο σχημάτων ελέγχου για κάθε σενάριο. Ποιο σχήμα ελέγχου θα επιλέγατε σε κάθε σενάριο;

Παραδοτέα:

- Αναφορά που θα περιέχει τη θεωρητική ανάλυση και τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων. Σε όλα διαγράμματα περιέχονται στην αναφορά, να ονομάσετε τους άξονες και να σημειώσετε μονάδες μέτρησης. Η αναφορά να έχει εξώφυλλο στο οποίο θα αναγράφεται το ονοματεπώνυμο και το ΑΕΜ σας και να είναι σε μορφή αρχείου pdf.
- Κώδικας σε matlab με τις προσομοιώσεις κάθε ερωτήματος.

Το σύνολο των παραδοτέων θα ανέβει στο elearning ως ένα αρχείο zip που θα περιέχει την αναφορά, τα αρχεία της κάθε άσκησης και οποιοδήποτε επιπλέον αρχείο matlab υλοποιήσετε.

Υποδείξεις:

- Για τις προσομοιώσεις σας στο Τμήμα Α χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `ode15s` του matlab με χρόνο προσομοίωσης 5s.

- Για τις προσομοιώσεις σας στο Τμήμα Β χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση `ode15s` του `matlab` με χρόνο προσομοίωσης $15s$.
- Για να βελτιώσετε την ευκρίνεια των αποτελεσμάτων σας στις προσομοιώσεις σας χρησιμοποιήστε την επιλογή `Refine` της `odeset` του `matlab`.
- Θεωρείστε ταχύτητες μικρότερες του $10^{-8}m/s$ ίσες με $0m/s$.
- Για λόγους αριθμητικής ευστάθειας στους ελεγκτές σας στο Τμήμα Β χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση κορεσμού (`saturation function`) αντί για τη συνάρτηση προσήμου στους όρους $\text{sign}(s)$ και $\text{sign}(x^T P b)$.