

Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Θέμα

*Ελαχιστοποίηση συνάρτησης πολλών μεταβλητών –
Εξελικτικοί αλγόριθμοι*

- Ονοματεπώνυμο: Κυπριανίδης Άρης-Ευτύχιος
- ΑΕΜ: 10086
- Email: akyprian@ece.auth.gr

Θέμα 1

Στόχος μας είναι να μειώσουμε τον χρόνο κίνησης T_i .

Επιλέγουμε την αντικειμενική συνάρτηση:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{17} T_i = \sum_{i=1}^{17} t_i + a_i \frac{x_i}{1 - \frac{x_i}{c_i}}.$$

Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την f , οπότε, επειδή τα t_i είναι σταθερά, μπορούμε να τα αγνοήσουμε και να ελαχιστοποιήσουμε την υπόλοιπη συνάρτηση.

Με βάση το δίκτυο, βγάζουμε τους εξής περιορισμούς:

- $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = V = 100$
- $x_1 - x_5 - x_6 = 0$
- $x_2 - x_7 - x_8 = 0$
- $x_3 + x_8 + x_9 - x_{11} - x_{12} - x_{13} = 0$
- $x_4 - x_9 - x_{10} = 0$
- $x_6 + x_7 + x_{13} - x_{14} - x_{15} = 0$
- $x_{10} + x_{11} - x_{17} = 0$
- $x_5 + x_{14} - x_{16} = 0$
- $x_{12} + x_{15} + x_{16} + x_{17} = V = 100$

για κάθε διασταύρωση του δικτύου.

Θέμα 2

- *Αρχεία: project.m, initialize.m, gene_calc.m, restriction.m, crossover.m, mutation.m, fitness.m, roulette_wheel_selection.m, selection.m*

Το script βρίσκεται στο αρχείο project.m, ενώ τα υπόλοιπα είναι συναρτήσεις.

Για να λυθεί το πρόβλημα με γενετικούς θεωρούμε ως γονίδιο το κάθε x_i , φτιάχνοντας ένα χρωμόσωμα με 17 στοιχεία. Ο πληθυσμός είναι 100 χρωμοσώματα.

Από τους περιορισμούς βρίσκουμε ανεξάρτητα και εξαρτημένα γονίδια:

$$x_1 = x_1$$

$$x_2 = x_2$$

$$x_3 = x_3$$

$$x_4 = V - x_1 - x_2 - x_3$$

$$x_5 = x_5$$

$$x_6 = x_1 - x_5$$

$$x_7 = x_7$$

$$x_8 = x_2 - x_7$$

$$x_9 = x_9$$

$$x_{10} = x_4 - x_9$$

$$x_{11} = x_{11}$$

$$x_{12} = x_{12}$$

$$x_{13} = x_2 + x_3 - x_7 + x_9 - x_{11} - x_{12}$$

$$x_{14} = x_{14}$$

$$x_{15} = x_6 + x_7 + x_{13} - x_{14}$$

$$x_{16} = x_5 + x_{14}$$

$$x_{17} = V - x_{12} - x_{15} - x_{16}$$

- *initialize.m*

Δημιουργούμε τον αρχικό πληθυσμό, ώστε να τηρούνται οι περιορισμοί.

- *restriction.m*

Τσεκάρει τους περιορισμούς των γονιδίων και επιστρέφει 0 αν τηρούνται, 1 αλλιώς.

- *gene_calc.m*

Καλείται μέσα στην crossover και mutation, και υπολογίζει τα εξαρτημένα γονίδια από τα ανεξάρτητα. Αν δεν ισχύουν οι περιορισμοί από το restriction, τότε δεν επιστρέφει χρωμόσωμα.

- *crossover.m*

Παίρνει τον πληθυσμό και ανά δύο γονίδια, με πιθανότητα 0.8, κάνει δύο παιδιά χωρίζοντας το χρωμόσωμα των γονέων σε ένα τυχαίο σημείο. Στα παιδιά καλείται η gene_calc, ώστε να ισχύουν οι περιορισμοί.

- *mutation.m*

Προσθέτει ένα διάνυσμα «θορύβου», με πιθανότητα 0.8, από κανονική κατανομή, με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση sigma, σε κάθε χρωμόσωμα των παιδιών. Στα mutated παιδιά καλείται η gene_calc, ώστε να ισχύουν οι περιορισμοί. Η πιθανότητα επιλέχτηκε σχετικά υψηλή, διότι αλλιώς δεν έπαιζε σημασία η mutation και κολλούσε σε τοπικό ελάχιστο.

- *fitness.m*

Αξιολογεί κάθε γονίδιο του πληθυσμού από την αντικειμενική συνάρτηση, υπολογίζει το fitness του χρωμοσώματος, κρατάει την μικρότερη τιμή από αυτά και υπολογίζει και το αντίστροφο του fitness του χρωμοσώματος. Ουσιαστικά αυτή είναι η αξιολόγηση του χρωμοσώματος και θέλουμε, όσο μικρότερη τιμή έχει, τόσο πιο πιθανό είναι να επιβιώσει. Βρίσκουμε το αντίστροφο για να μπορέσουμε στην selection να πάρουμε τα ποσοστά επιβίωσης, άρα αυτά με μικρό fitness, αν τα αντιστρέψουμε, έχουν μεγάλο fitness και παίρνοντας το $P_i = \frac{fitness(i)}{\sum fitness(i)}$ θα έχουν μεγαλύτερο ποσοστό επιβίωσης.

- *roulette_wheel_selection.m*

Γυρνάει ένα τυχαίο index χρωμοσώματος από ένα πίνακα ποσοστών επιβίωσης και χρησιμοποιείται στην selection.

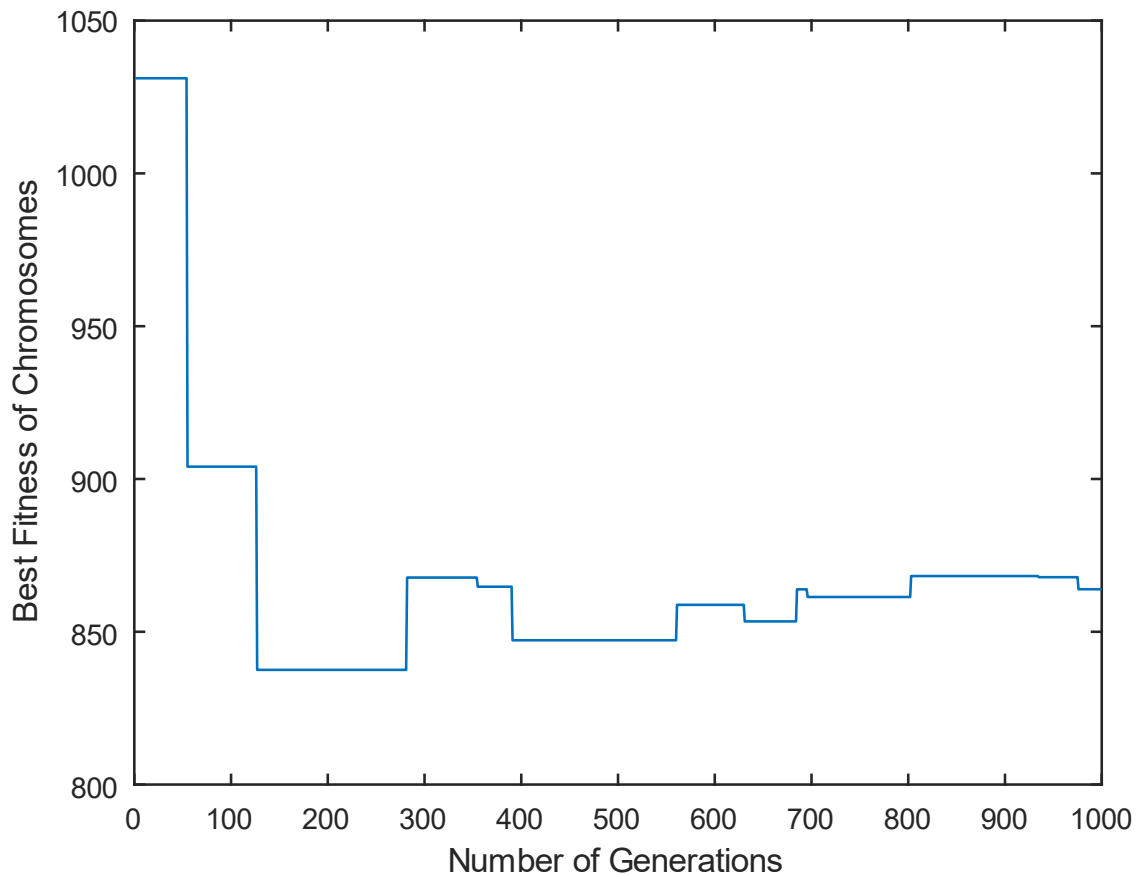
- *selection.m*

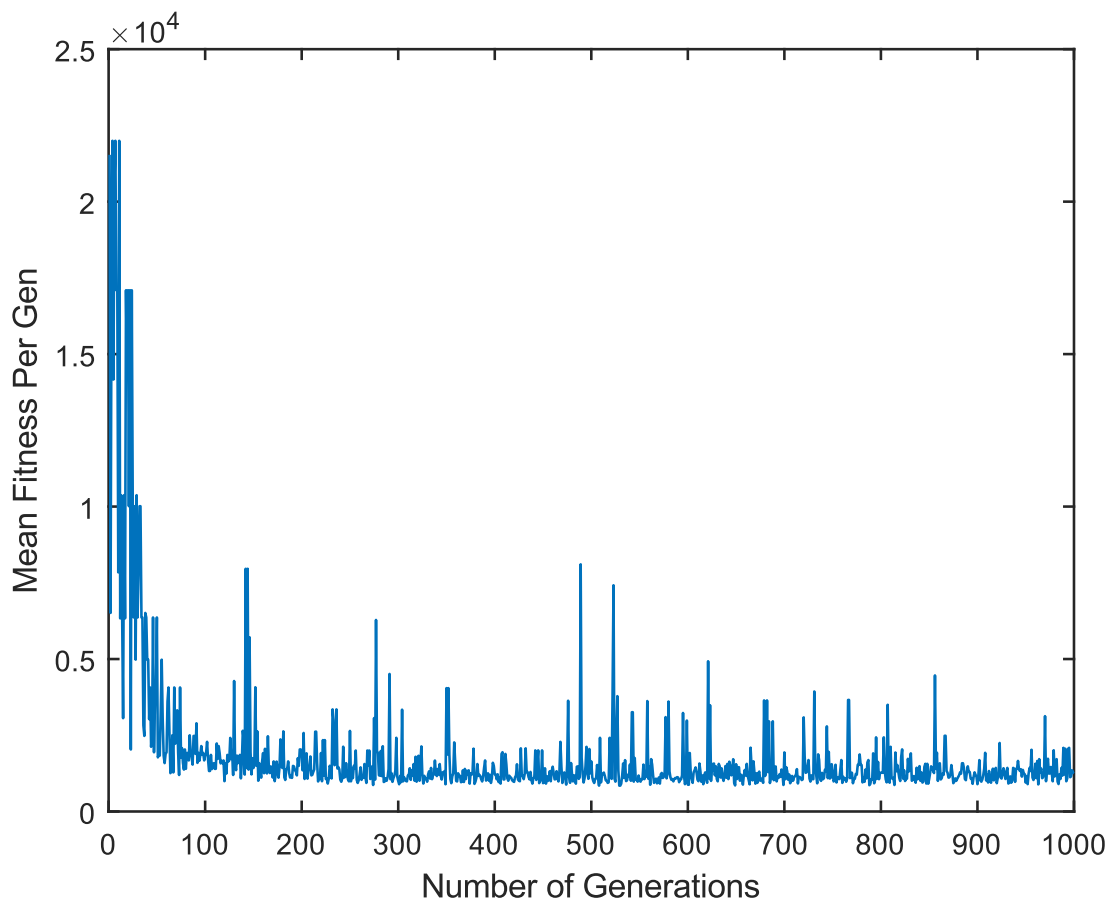
Φτιάχνει τον τελικό πληθυσμό της γενιάς με 100 χρωμοσώματα, επιλέγοντας τα παιδιά και τους γονείς μέσω της διαδικασίας του τροχού της τύχης. Έτσι, κάποιος με καλό fitness έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να επιβιώσει, αλλά όχι βεβαιότητα.

- *project.m*

Εδώ τρέχουμε το script. Το τρέχουμε για 1000 γενιές και κρατάμε την καλύτερη fitness ανά γενιά, τον μέσο όρο όλων των fitness της γενιάς και το καλύτερο χρωμόσωμα που υπήρξε.

Έχουμε λοιπόν:





Το τελικό χρωμόσωμα είναι:

X1	34.1153878827953
X2	16.6922765202421
X3	23.4627576083058
X4	25.7295779886567
X5	25.4693370268518
X6	8.64605085594346
X7	9.30929379706448
X8	7.38298272317767
X9	11.9878326226760
X10	13.7417453659807

X11	10.4026460544991
X12	19.5161977443278
X13	12.9147291553326
X14	3.86553621913097
X15	27.0045375892095
X16	29.3348732459828
X17	24.1443914204799

Βλέπουμε πως το fitness καταφέρει να βελτιωθεί μέσω του crossover και mutation και πως τελικά ο πληθυσμός επιτυγχάνει μια σύγκλιση στην καλύτερη fitness. Λόγω της αρκετά υψηλής πιθανότητας μετάλλαξης, η σύγκλιση του πληθυσμού δεν είναι ιδιαίτερα σταθερή, αλλά επιτυγχάνεται μια γενική πορεία. Επίσης λόγω της τυχαίας επιλογής χρωμοσωμάτων επιβίωσης, δεν είναι σταθερή η βελτίωση του fitness, επειδή δεν περνά αναγκαστικά στις επόμενες γενιές, με αποτέλεσμα τα «ανεβοκατεβάσματα» στο διάγραμμα της καλύτερης fitness.